

Výpočet realizací výběrových statistik. Aplikační příklady na jejich rozdělení.

Vlastnosti bodových odhadů

1. Statistika $T = t(X_1, \dots, X_n)$ je *nestranný* neboli *nevychýlený odhad parametru* ϑ_i , jestliže $E_{\vartheta}(T) = \vartheta_i$ pro libovolnou realizaci $\vartheta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_n) \in \Theta$.
2. Statistiku $T = t(X_1, \dots, X_n)$ nazýváme *nejlepší nestranný odhad* ϑ_i , jestliže $D_{\vartheta}(T) \leq D_{\vartheta}(T^*)$ pro libovolné $\vartheta \in \Theta$, libovolný nestranný odhad T^* .
3. Statistika $T = T_n = t_n(X_1, \dots, X_n)$ je *konzistentní odhad parametru* ϑ_i , jestliže platí současně $\lim_{n \rightarrow \infty} E_{\vartheta}(T_n) = \vartheta_i$, $\lim_{n \rightarrow \infty} D_{\vartheta}(T_n) = 0$.

Bodový odhad parametrů rozdělení

A netříděná data – pro nepříliš rozsáhlý soubor dat x_1, \dots, x_n .

► bodový odhad $\hat{\mu}$ střední hodnoty μ :

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

... tzv. *výběrový průměr*

► bodový odhad $\hat{\sigma}^2$ střední hodnoty σ^2 **neznáme-li** střední hodnotu μ :

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

... tzv. *výběrový rozptyl*

► bodový odhad $\hat{\sigma}^2$ střední hodnoty σ^2 **známe-li** střední hodnotu μ :

$$\hat{\sigma}^2 = s_0^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

► bodový odhad $\hat{\sigma}$ směrodatné odchylky σ **neznáme-li** střední hodnotu μ :

$$\hat{\sigma} = \sqrt{s^2}$$

► bodový odhad $\hat{\sigma}$ směrodatné odchylky σ **známe-li** střední hodnotu μ :

$$\hat{\sigma} = \sqrt{s_0^2}$$

B tříděná data – pro velký soubor pozorování (n velké).

Data $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$ roztrídíme do k disjunktních tříd (intervalů) $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_k$, $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset$, počet tříd často bereme $k \approx \sqrt{n}$, třídy všechny nejlépe stejné délky. Označíme

n_j ... počet prvků ve třídě Ω_j , *absolutní četnost*, $\sum_{j=1}^k n_j = n$
 \bar{x}_j ... střed třídy Ω_j (tj. střed intervalu Ω_j)

Výše uvedené vzorce pro bodové odhady mají pro tříděná data tvar:

$$\hat{\mu} = \bar{x} \approx \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j \bar{x}_j$$

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 \approx \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^k n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2, \quad \hat{\sigma} = \sqrt{s^2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = s_0^2 \approx \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j (\bar{x}_j - \mu)^2, \quad \hat{\sigma} = \sqrt{s_0^2}$$