

SKALÁRNÍ SOUČIN VEKTORŮ

4

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos \varphi$$

φ - úhel vektorů \vec{u}, \vec{v} ; $\varphi \in \langle 0, \pi \rangle$
 $\|\vec{u}\|, \|\vec{v}\|$ - délky vektorů \vec{u}, \vec{v}

Plati: 1) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

2) $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$

3) $(\lambda \cdot \vec{u}) \cdot \vec{v} = \lambda \cdot (\vec{u} \cdot \vec{v})$

4) $\vec{u} \cdot \vec{u} \geq 0$ ($\vec{u} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{0}$)

Využití:

• Kolmost vektorů

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

• Délka vektoru

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$$

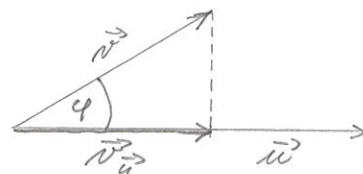
• Úhel vektorů

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|}$$

• Kolmý průmět \vec{v} do vektoru \vec{u}

$$\vec{v}_u = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\|^2} \cdot \vec{u}$$

$$\vec{v}_u = \|\vec{v}\| \cdot \vec{u}_0 \cdot \cos \varphi, \quad \vec{u}_0 = \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}$$



V souřadnicích:

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \quad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

• $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$

• $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

Poznámka:

Délka úsečky AB, $A = [a_1, a_2, a_3]$, $B = [b_1, b_2, b_3]$

$$|AB| = \|\vec{AB}\| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

Úloha 1: Vektorový součin

Pr: Určete $k \in \mathbb{R}$ tak, aby \vec{a}, \vec{b} byly ortogonální.

$\vec{a} = (k, -1, k), \vec{b} = (5, 4, 2)$

$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$2 \cdot 5 + (-1) \cdot 4 + k \cdot 2 = 0$

$6 + 2k = 0$

$k = -3$

Pr: Určete úhel vektorů \vec{a}, \vec{b} .

$\vec{a} = (2, 1, 2), \vec{b} = (0, 1, 1)$

$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|} = \frac{2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \underline{\underline{\varphi = \frac{\pi}{4}}}$