

TEČNA A NORMÁLA KE GRAFU FUNKCE

Rovnice tečny a normály ke grafu funkce f v bodě $T[x_0, f(x_0)]$:

• pro $f'(x_0) \neq 0$: $t: y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$... tečna

$n: y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$... normála

• pro $f'(x_0) = 0$: $t: y = f(x_0) \Rightarrow t \parallel x$

$n: x = x_0 \Rightarrow n \parallel y$

Př.: Najděte obecnou rovnici tečny a normály ke grafu funkce f v bodě T .

Pozn.: Obecná rovnice přímky: $ax + by + c = 0$

1) $f(x) = x^3 - x^2 + 4x - 1$, $T[1, ?]$

$f(1) = 1^3 - 1^2 + 4 \cdot 1 - 1 = 1 - 1 + 4 - 1 = \underline{3} \Rightarrow T[1, 3]$

$f'(x) = 3x^2 - 2x + 4 \Rightarrow f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 4 = 3 - 2 + 4 = \underline{5}$

Tečna:

$t: y - \underline{3} = \underline{5}(x - \underline{1})$

$y - 3 = 5x - 5$

$t: 5x - y - 2 = 0$

Normála:

$n: y - \underline{3} = -\frac{1}{\underline{5}}(x - \underline{1})$

$5y - 15 = -x + 1$

$n: x + 5y - 16 = 0$

2) $f(x) = e^{-x} \cdot \cos 2x$, $T[0, ?]$

$f(0) = e^0 \cdot \cos 0 = 1 \cdot 1 = 1 \Rightarrow T[0, 1]$

$f'(x) = e^{-x} \cdot (-1) \cdot \cos 2x + e^{-x} \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 = -e^{-x} \cdot (\cos 2x + 2\sin 2x)$

$f'(0) = -e^0 \cdot (\cos 0 + 2\sin 0) = -1 \cdot (1 + 2 \cdot 0) = -1$

Tečna:

$t: y - 1 = -1 \cdot (x - 0)$

$t: x + y - 1 = 0$

Normála:

$n: y - 1 = -\frac{1}{-1}(x - 0)$

$n: x - y + 1 = 0$

$$3) f(x) = \sin x, \quad T\left[\frac{\pi}{2}, 2\right]$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad T\left[\frac{\pi}{2}, 1\right]$$

$$f'(x) = \cos x \quad \Rightarrow \quad f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0$$

Tečna:

$$t: \underline{y = 1}$$

Normála:

$$n: \underline{x = \frac{\pi}{2}}$$

... nejedná se o obecné rce, ale
v tomto případě je uvedený
tvár vhodnější

$$\text{Obecné rovnice:} \quad t: y - 1 = 0, \quad n: x - \frac{\pi}{2} = 0$$