2. INTERPOLAČNÍ POLYNOM

– Aproximace funkce f polynomem F.
– Např. je-li funkce f zadaná tabulkou (výsledky měření), nebo je-li výpočet funkčních hodnot funkce f příliš složitý.
– Funkce f a F se shodují v daných bodech $x_1, x_2, \ldots, x_n$ $\quad\ldots$**uzlové body**.

LAGRANGEŮV TVAR

$\boldsymbol{L(x) = y_1 \cdot L_1(x) + y_2 \cdot L_2(x) + \cdots + y_n \cdot L_n(x)}$, kde

$$L_i(x) = \frac{(x-x_1)\cdot(x-x_2)\cdot\ldots\cdot(x-x_{i-1})\cdot(x-x_{i+1})\cdot\ldots\cdot(x-x_{n-1})\cdot(x-x_n)}{(x_i-x_1)\cdot(x_i-x_2)\cdot\ldots\cdot(x_i-x_{i-1})\cdot(x_i-x_{i+1})\cdot\ldots\cdot(x_i-x_{n-1})\cdot(x_i-x_n)}$$

Pro $n = 3$:

$$L(x) = y_1L_1(x) + y_2L_2(x) + y_3L_3(x)$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}$$

$$L_3(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

Pro $n = 4$:

$$L(x) = y_1L_1(x) + y_2L_2(x) + y_3L_3(x) + y_4L_4(x)$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)}$$

$$L_3(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)}$$

$$L_4(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}$$

NEWTONŮV TVAR

$$\boldsymbol{N(x) = y_1 + y_{21}\cdot(x-x_1) + y_{321}\cdot(x-x_1)(x-x_2) + y_{4321}\cdot(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) + \ldots}$$

$$\begin{array}{cccccccc}
x_1 & y_1 & & & & & & \\
 & & \searrow & & & & & \\
 & & & y_{21} = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} & & & & \\
 & & \nearrow & & \searrow & & & \\
x_2 & y_2 & & & & y_{321} = \dfrac{y_{32}-y_{21}}{x_3-x_1} & & \\
 & & \searrow & & \nearrow & & \searrow & \\
 & & & y_{32} = \dfrac{y_3-y_2}{x_3-x_2} & & & & y_{4321} = \dfrac{y_{432}-y_{321}}{x_4-x_1} \\
 & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\
x_3 & y_3 & & & & y_{432} = \dfrac{y_{43}-y_{32}}{x_4-x_2} & & \\
 & & \searrow & & \nearrow & & & \\
 & & & y_{43} = \dfrac{y_4-y_3}{x_4-x_3} & & & & \\
 & & \nearrow & & & & & \\
x_4 & y_4 & & & & & &
\end{array}$$

Příklad: Najděte interpolační polynom funkce f užitím hodnot $y_i = f(x_i)$ v uzlech x_i z tabulky.
a) Lagrangeův tvar, b) Newtonův tvar

i	1	2	3
x_i	4	5	7
y_i	3	2	0

Příklad: Najděte interpolační polynom funkce f užitím hodnot $y_i = f(x_i)$ v uzlech x_i z tabulky.
a) Lagrangeův tvar, b) Newtonův tvar

i	1	2	3	4
x_i	-1	0	1	2
y_i	-4	-1	0	5