

Skalární součin vektorů

$$\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$$

Využití:

1. Vyšetřování kolmosti nenulových vektorů: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$
2. Výpočet délky nenulového vektoru: $\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$
3. Výpočet úhlu nenulových vektorů: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|}, \quad \varphi \in (0, \pi)$

Vektorový součin vektorů

$$\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

Využití:

1. Vyšetřování kolinearit nenulových vektorů \vec{u}, \vec{v} : $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow (\varphi = 0 \text{ nebo } \varphi = \pi)$
2. Výpočet obsahu rovnoběžníku sestrojeného nad vektory \vec{u}, \vec{v} : $P = \|\vec{u} \times \vec{v}\|$
3. Výpočet obsahu trojúhelníku určeného vektory \vec{u}, \vec{v} : $P_{\Delta} = \frac{1}{2}\|\vec{u} \times \vec{v}\|$
4. Nalezení vektoru kolmého ke dvěma zadaným nenulovým vektorům.

Smíšený součin vektorů

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3), \vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$$

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

Využití:

1. Výpočet objemu rovnoběžnostěny sestrojeného nad vektory $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$: $V = |[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]|$
2. Výpočet objemu čtyřstěny určeného vektory $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$: $V = \frac{1}{6}|[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]|$
3. Vyšetřování komplanárnosti vektorů:
Nenulové vektory $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ jsou komplanární $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$