BAA008 Matematika I (G)

Cvičení č. 3

Příklad 2.1.1. Vypočtěte inverzní matici k matici A (metodou elementárních řádkových úprav) a ověřte správnost výsledku, jestliže:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 2.1.2. Užitím inverzní matice určete matici X, pro kterou platí

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Příklad 2.1.3. Zjistěte, zda existují taková čísla $x, y, z \in \mathbb{R}$, že matice A je ortogonální, jestliže:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ x & y & z \end{pmatrix}.$$

Příklad 2.2.1. Vypočtěte determinant

a) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ -1 & 0 & 3 \\ 6 & 1 & 7 \end{vmatrix}$.

- $i)$ Sarrusovým pravidlem,
- $ii)$ rozvojem podle 2. sloupce,
- $iii)$ užitím elementárních úprav.

b) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 7 & 3 \\ 0 & 5 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & -3 & 0 \\ 3 & 6 & 8 & 5 \end{vmatrix}$.

c) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

Příklad 2.2.2. Bez přímého výpočtu dokažte, že platí:

$$\begin{vmatrix} 1+2a & 1 & a & x \\ 1+2b & 2 & b & x \\ 1+2c & 3 & c & x \\ 1+2d & 4 & d & x \end{vmatrix} = 0.$$

Příklad 2.2.3. Bez přímého výpočtu dokažte, že platí:

$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ b_1+c_1 & c_1+a_1 & a_1+b_1 \\ b_2+c_2 & c_2+a_2 & a_2+b_2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

Příklad 2.2.4. Výpočtěte determinant:

$$\begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}.$$

Příklad 2.2.5. Užitím adjungované matice vypočtěte inverzní matici, kterou potřebujeme pro řešení *Příkladu 2.1.2.*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$