

BAA008 Matematika I (G)

Cvičení č. 4

Příklad 3.1. Zjednodušte výrazy:

a) $(\alpha - \beta)(\vec{a} + \vec{b}) - (\alpha + \beta)(\vec{a} - \vec{b}),$

b) $(\operatorname{tg} \frac{\pi}{4})\vec{a} - (\operatorname{cotg} \frac{\pi}{4})\vec{a},$

c) $(\alpha - \beta)^2(\vec{a} + \vec{b}) - (\alpha + \beta)^2(\vec{a} - \vec{b}),$

kde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}; \vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{V}(\mathbb{E}_3).$

Příklad 3.3. Dokažte vektorovou metodou, že čtyřúhelník $OABC$ je rovnoběžníkem právě tehdy, když se úhlopříčky čtyřúhelníku vzájemně půlí.

Příklad 3.6. Je dána krychle $ABCDEFGH$ a střed M stěny $BCGF$. Určete rozklad vektoru $\vec{u} = \overrightarrow{AM}$ do trojice vektorů $\overrightarrow{AB} = \vec{e}, \overrightarrow{BD} = \vec{f}, \overrightarrow{AE} = \vec{g}.$

Příklad 6.1. Najděte vlastní čísla a vlastní vektory:

a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ -2 & 5 & 3 \\ 2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$

Příklad 5.1.b) Jsou dány vektory $\vec{x} = m\vec{u} + \vec{v}, \vec{y} = 3\vec{u} + m\vec{v}$, kde vektory \vec{u}, \vec{v} jsou nekolineární. Určete $m \in \mathbb{R}$ tak (existuje-li), aby vektory \vec{x}, \vec{y} byly kolineární.

Příklad 5.3. Jsou dány nekomplanární vektory $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$. Rozhodněte, zda následující vektory $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ jsou lineárně závislé či nezávislé, je-li

a) $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}, \vec{b} = \vec{u} + \vec{w}, \vec{c} = \vec{v} + \vec{w},$

b) $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}, \vec{b} = \vec{v} - \vec{w}, \vec{c} = \vec{u} + \vec{w}.$

Příklad 5.4.a) Jsou dány vektory $\vec{x} = \vec{u} + \vec{v} - 3\vec{w}, \vec{y} = 3\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}, \vec{z} = \vec{u} + m\vec{v} + 2\vec{w}$, kde $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ jsou nekomplanární vektory. Určete číslo $m \in \mathbb{R}$ tak, aby vektory $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ byly komplanární.

podle času dělat:

Příklad 5.2. Jsou dány vektory

a) $\vec{x} = -2\vec{u} + 3\vec{v} + m\vec{w}, \vec{y} = n\vec{u} - 6\vec{v} + 2\vec{w},$

b) $\vec{x} = 3\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}, \vec{y} = \vec{u} + m\vec{v} - n\vec{w},$

kde $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ jsou nekomplanární vektory. Určete čísla $m, n \in \mathbb{R}$ tak, aby vektory \vec{x}, \vec{y} byly kolineární.