BAA008 Matematika I (G)

Cvičení č. 6

Příklad 7.3.4. Užitím smíšeného součinu rozhodněte, zda vektory $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ jsou komplanární, jestliže $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}, \vec{v} = 3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}, \vec{w} = 7\vec{a} + 14\vec{b} - 13\vec{c}$, kde $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ jsou nekomplanární vektory.

Příklad 7.4.2. Užitím vztahu $(I) : \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$ dokažte, že platí

a) $(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot [(\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]^2$,

b) $\vec{a} \times [\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d})] = [\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{d})] \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d})$,

c) $\vec{a} \times [\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d})] = (\vec{b} \cdot \vec{d}) \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) - (\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot (\vec{a} \times \vec{d})$,

d) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot [(\vec{c} \times \vec{d}) \times (\vec{e} \times \vec{f})] = [(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{e}] \cdot [\vec{f} \cdot (\vec{c} \times \vec{d})] - [(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{f}] \cdot [\vec{e} \cdot (\vec{c} \times \vec{d})]$.

Příklad 7.5.1. Určete směrové kosiny vektorů

a) $\vec{a} = \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$,

b) $\vec{b} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3$.

Příklad 7.5.2. Najděte jednotkový vektor $\vec{c}^0$ kolmý k vektorům $\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{b} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3$.

Příklad 7.5.3. Vypočtěte plošný obsah a výšku na stranu určenou vektorem $\vec{a}$ rovnoběžníka setrojeného nad vektory $\vec{a} = 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{b} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$.

Příklad 7.5.4. Vypočtěte objem rovnoběžnostěnu sestrojeného nad vektory $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, plošný obsah stěny sestrojené nad vektory $\vec{a}, \vec{b}$ a velikost výšky na tuto stěnu, je-li $\vec{a} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2, \vec{b} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2, \vec{c} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$.

Příklad 7.5.5. Určete úhel vektorů $\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \vec{b} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$.

Příklad 7.5.6. Vypočtěte $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$, kde $\vec{a} = 2\vec{e}_1, \vec{b} = 3\vec{e}_2, \vec{c} = \vec{e}_1 + \vec{e}_3$

a) přímým výpočtem,

b) užitím vztahu $(I) : \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$,

c) užitím determinantů.