

Příklad 5.1

Určete lineární závislost či nezávislost vektorů $\vec{a} = (-3, 0, 2)$, $\vec{b} = (2, 1, -4)$, $\vec{c} = (11, -2, -2)$.

$$\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = \vec{0}$$

$$\vec{0} = (0, 0, 0)$$

$$\alpha(-3, 0, 2) + \beta(2, 1, -4) + \gamma(11, -2, -2) = \vec{0}$$

$$-3\alpha + 2\beta + 11\gamma = 0$$

$$\beta - 2\gamma = 0$$

$$2\alpha - 4\beta - 2\gamma = 0$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 2 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & -4 & -2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} :2 \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 2 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow 3 \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -4 & 9 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow 4 \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \end{array} \right)$$

$$\gamma = t \quad \beta - 2t = 0 \quad \alpha - 2 \cdot 2t - t = 0 \quad \rho(A) = 2 < 3$$
$$\beta = 2t \quad \alpha = 5t$$

\Rightarrow netriviální řešení \Rightarrow lineární závislé

Příklad 5.2

Určete lineární závislost či nezávislost vektorů $\vec{a} = (1, 0, 7)$, $\vec{b} = (-1, 2, 4)$, $\vec{c} = (3, 2, 1)$.

$$\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = \vec{0}$$

$$\alpha (1, 0, 7) + \beta (-1, 2, 4) + \gamma (3, 2, 1) = (0, 0, 0)$$

$$\alpha - \beta + 3\gamma = 0$$

$$2\beta + 2\gamma = 0$$

$$7\alpha + 4\beta + \gamma = 0$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{-7 \\ -2}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 11 & -20 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{-11} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -31 & 0 \end{array} \right)$$

$$\gamma = 0 \quad \text{rank}(A) = 3$$

$$\beta = 0$$

$$\alpha = 0$$

\Rightarrow Triviální řešení $(0, 0, 0)^T \Rightarrow$ lineárně nezávislé!