

7.6 Aplikace vektorové algebry v analytické geometrii v prostoru $\mathbb{E}_3$

14. Určete rovnici roviny, která je dána body A, B a C . $A = [-1; 2; 3]$, $B = [2; -4; 5]$, $C = [2; 2; -1]$.

$$[\rho : 4x + 3y + 3z - 11 = 0]$$

15. Počátkem souřadné soustavy veďte rovinu kolmou k rovinám α a β . $\alpha : 2x - y - z = 0$, $\beta : x + y - z - 7 = 0$.

$$[\rho : 2x + y + 3z = 0]$$

16. Určete rovnici roviny, která je rovnoběžná s osou x a přímkou p a prochází bodem M .

$$p : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 - 3t \end{cases}, M = [1; -2; 3].$$

$$[\rho : 3y + z + 3 = 0]$$

17. Určete vzdálenost bodu P od roviny ρ . $P = [3; 9; 1]$, $\rho : x - 2y + 2z - 3 = 0$.

$$[d = \frac{16}{3}]$$

18. Určete vzdálenost bodu P od přímky p . $P = [1; -2; 5]$, $p : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

$$[d = 2\sqrt{\frac{11}{6}}]$$

19. Určete průsečík přímky p s rovinou ρ . $p : \begin{cases} x - 2y + 3z - 7 = 0 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases}$, $\rho : 2x + 2y - z - 1 = 0$.

$$[R = [2; -1; 1]]$$

20. Určete průsečíky roviny ρ se souřadnými osami. $\rho : 2x - y + 3z - 6 = 0$.

$$[P = [3; 0; 0], Q = [0; -6; 0], R = [0; 0; 2]]$$

21. Sestrojte kolmý průmět bodu A do roviny ρ a délku tohoto kolmého průmětu. $A = [4; -3; 1]$, $\rho : x + 2y - z - 3 = 0$.

$$[R = [5; -1; 0], d = \sqrt{6}]$$

22. Sestrojte kolmý průmět bodu M na přímku p . $M = [3; 2; 6]$, $p : \begin{cases} x = t \\ y = -7 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

$$[R = [3; -1; 0], d = \sqrt{45}]$$

23. Na přímce p najděte bod X stejně vzdálený od bodů A a B . $p : \begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ 3x - y + 4z - 29 = 0 \end{cases}$, $A = [3; 11; 4]$, $B = [-5; -13; -2]$.

$$[X = [2; -3; 5]]$$

24. Určete úhel dvou rovin α a β . $\alpha : 3x - y + 2z + 15 = 0$, $\beta : 5x + 9y - 3z - 1 = 0$.

$$[\varphi = \frac{\pi}{2}]$$

25. Určete odchylku přímky p od roviny ρ . $p : \begin{cases} 3x - y - 1 = 0 \\ 3x + 2z - 2 = 0 \end{cases}$, $\rho : 2x + y + z - 4 = 0$.

$$[\varphi = \arcsin \frac{1}{\sqrt{6}}]$$

26. Určete vzájemnou polohu dvou přímek p, q .

$$(a) \ p: \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - 3y + 2z - 14 = 0 \end{cases}, \ q: \begin{cases} x + 5y - 6z + 34 = 0 \\ -6x + 2y + z + 9 = 0 \end{cases}$$

$$(b) \ p: \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, \ q: \begin{cases} x - y - z - 4 = 0 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$(c) \ p: \begin{cases} x = t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, \ q: \begin{cases} x + y - z - 9 = 0 \\ 3x - y - z - 12 = 0 \end{cases}$$

[(a) – různoběžné, (b) – mimoběžné, (c) – rovnoběžné]

27. Jsou dány body A a B . Ověřte, že přímky p a q jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost.

$$A = [-2; 1; 2], B = [3; 3; 0], p \equiv AB, q: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 - 2t \end{cases}.$$

$$[d = 2\sqrt{17}]$$

28. Určete obecnou rovnici roviny procházející body $A = [-1; 2; 4], B = [2; -1; -3], C = [5; 4; 8]$.

$$[\rho: x - 27y + 12z + 7 = 0]$$

29. Napište obecnou rovnici roviny, která je dána rovnoběžkami a, b .

$$a: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}, \ b: \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}.$$

$$[\rho: x + y - z - 1 = 0]$$

30. Napište obecnou rovnici roviny ρ , procházející bodem N , kolmé k přímce p a vypočítejte vzdálenost

$$\text{bodu } N \text{ od přímky } p. \ N = [3; 1; -2], p: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

$$[\rho: 5x + 2y + z - 15 = 0, d = \sqrt{24}]$$

31. Najděte kolmý průmět bodu A na rovinu ρ . $A = [1; -2; 1], \rho: 3x + 2y - 4z - 5 = 0$.

$$[A_1 = \left[\frac{59}{29}; -\frac{38}{29}; -\frac{11}{29} \right]]$$

32. Určete rovnici roviny ρ , která prochází body A, B a je kolmá k rovině α . $A = [1; 2; 3], B = [-1; 3; 2], \alpha: 2x - y - z - 10 = 0$.

$$[\rho: 2x + 4y - 10 = 0]$$

33. Napište obecnou rovnici roviny ρ , procházející bodem N a kolmé k přímce p . na přímce q najděte bod

$$\text{ve vzdálenosti } d = \sqrt{14} \text{ od roviny } \rho. \ N = [4; -1; 2], p: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}, q: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}.$$

$$[\rho: 2x + 3y + z - 7 = 0, Q_1 = [8; -14; 13], Q_2 = [-6; 16; -15]]$$

34. Jsou dány body A, B a rovina α . Sestrojte rovinu procházející body A, B a kolmou na rovinu α .
 $A = [1; -4; 2], B = [-2; 3; -3], \alpha : 2x - 3y + 5z = 0$.

$$[\rho : 4x + y - z + 2 = 0]$$

35. Určete průsečík tří rovin $\rho_1 : 2x - y + 3z + 13 = 0, \rho_2 : 2x - 2y + z = 0, \rho_3 : 7x - 3y + 4z + 7 = 0$.

$$[R = [2; -1; -6]]$$

36. Určete vzdálenost bodu od roviny.

(a) $A = [3; 1; -1], \rho : 22x + 4y - 2z - 45 = 0$

(b) $A = [4; 3; -2], \rho : 3x - y + 5z + 1 = 0$

$$[(a) - d = \frac{27}{\sqrt{504}} = 1, 203, (b) - d = 0]$$

37. Jsou dány roviny $\rho \equiv (A; x), \sigma \equiv (A; y), A = [-5; 16; 12]$, určete úhel těchto dvou rovin.

$$[\varphi = 70^\circ 4']$$

38. Najděte rovnici roviny, která prochází bodem $A = [2; 1; -2]$ a která je rovnoběžná s vektory $\vec{a} = (3; 2; 4), \vec{b} = (3; 5; 2)$.

$$[\rho : 16x - 6y - 9z - 44 = 0]$$

39. Určete výšku čtyřstěnu z vrcholu V na stěnu ABC . $V = [0; 6; 4], A = [3; 5; 3], B = [-2; 11; -5], C = [1; -1; 4]$.

$$[v = 3j]$$

40. Bodem A veďte přímku p rovnoběžnou s přímkou q . $A = [2; -5; 3], q : \begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ 5x + 4y - z - 7 = 0 \end{cases}$.

$$[p : \begin{cases} x = 2 - 11t \\ y = -5 + 17t \\ z = 3 + 13t \end{cases}]$$

41. Najděte průsečík přímky p s rovinou ρ . $p : \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 2x - 3y - 3z - 9 = 0 \end{cases}, \rho : 9x + 5y + z + 3 = 0$.

$$[R = [0; 0; 3]]$$

42. Určete kolmý průmět p_1 přímky p , která je určena body A a B , do roviny ρ . $A = [-1; 3; 7], B = [2; -4; 5], \rho : 2x + 3y - z + 6 = 0$.

$$[p_1 : \begin{cases} 2x + 3y - z + 6 = 0 \\ 13x - y + 23z - 145 = 0 \end{cases}]$$