

7.2 Vektorový součin geometrických vektorů ve $\mathbb{V}(\mathbb{E}_3)$

5. Je dán rovnoběžnostěn $ABCD A' B' C' D'$, kde $\overrightarrow{AB} = \vec{a} = 2\vec{u} - \vec{v}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b} = \vec{v} - \vec{w}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c} = \vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$, přičemž $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ jsou nekomplanární vektory v prostoru $V(E_3)$. Přitom: $\|\vec{u}\| = \|\vec{w}\| = 1$, $\|\vec{v}\| = 2$, $\angle(\vec{u}, \vec{w}) = 90^\circ$, $\angle(\vec{v}, \vec{w}) = \angle(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$.

Zjistěte

- užitím smíšeného součinu, zda vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ jsou nekomplanární,
- kosinus úhlu vektorů $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AC'}$.

Výsledek:

- ano, jsou

- $\cos \varphi = \frac{7}{5\sqrt{3}}$

6. Jsou dány vektory $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v} - 2\vec{w}$, $\vec{b} = 2\vec{u} - \vec{v}$, $\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$, kde uspořádaná trojice $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ tvoří pravotočivou soustavu nekomplanárních vektorů v prostoru $V(E_3)$. Přitom: $\|\vec{u}\| = 1$, $\|\vec{v}\| = 2$, $\|\vec{w}\| = 1$, $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$, $\angle(\vec{u}, \vec{w}) = 120^\circ$, $\angle(\vec{v}, \vec{w}) = 90^\circ$. Určete:

- užitím definice lineární nezávislosti, zda vektory $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ jsou lineárně nezávislé,
- plošný obsah rovnoběžníku $ABCD$, jestliže $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ a $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

Výsledek:

- jsou lineárně nezávislé

- $P = \sqrt{51}$

7. Jsou dány vektory $\vec{a} = \vec{u} + \vec{w}$, $\vec{b} = \vec{v} - \vec{w}$, $\vec{c} = \vec{u} + 2\vec{v}$, kde uspořádaná trojice $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ tvoří pravotočivou soustavu nekomplanárních vektorů v prostoru $V(E_3)$. Přitom: $\|\vec{u}\| = 1$, $\|\vec{v}\| = \|\vec{w}\| = 2$, $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = \angle(\vec{u}, \vec{w}) = 60^\circ$, $\angle(\vec{v}, \vec{w}) = 90^\circ$. Zjistěte:

- zda uspořádaná trojice vektorů $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je pozitivní (pravotočivá),
- plošný obsah rovnoběžníku $ABCD$, jestliže $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ a $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

Výsledek:

- ano, je pravotočivá

- $P = 2\sqrt{10}$