



BAA009 Matematika II (G)

Cvičení č. 9

Příklad 1. Určete první, druhou a třetí parciální derivaci v bodě $A = [0, ?]$ funkce $y = f(x)$, která je dána implicitní rovnicí $F: y^3 - xy - 8 = 0$.

IMPLICITNÍ FUNKCE JEDNÉ PROMĚNNÉ $F(x, y) = 0$

$$f: y = f(x) \Rightarrow F(x, f(x)) = 0$$

DERIVACE: a) $y' = -\frac{F_x'}{F_y'}$, $F_y' \neq 0$

b) CELÝ PŘEDPIS DERIVUJEME PODLE x
A NA y SE DÍVÁME JAKO NA FUNKCI $y(x)$
(Tedy PROMĚNNÉ x)

$$F: y^3 - xy - 8 = 0 \quad , \quad A = [0, ?] \rightarrow A = [0, 2]$$

POUŽIJEME b)

$$f': \quad 3y^2 y' - y - x y' = 0$$

$$y'(3y^2 - x) = y$$

$$y' = \frac{y}{3y^2 - x}$$

$$y'(A) = \frac{2}{3 \cdot 4 - 0} = \frac{1}{6}$$

$$f'': \quad 3 \cdot 2 y y' y' + 3 y^2 y'' - y' - y' - x y'' = 0$$

$$6 y y'^2 + 3 y^2 y'' - 2 y' - x y'' = 0$$

$$y''(3y^2 - x) = 2y' - 6y y'^2$$



BAA009 Matematika II (G)

Cvičení č. 9

Příklad 1. Určete první, druhou a třetí parciální derivaci v bodě $A = [0, ?]$ funkce $y = f(x)$, která je dána implicitní rovnicí $F : y^3 - xy - 8 = 0$.

$$y'' = \frac{2y' - 6yy'^2}{3y^2 - x} \quad y''(A) = \frac{\frac{2}{6} - \frac{6 \cdot 2}{66}}{\dots} = 0$$



$$f''' : 6y'y'^2 + 6y2y'y'' + 3 \cdot 2yy'y'' + 3y^2y''' - 2y'' - y'' - xy''' = 0$$
$$6y'^3 + 12yy'y'' + 3y^2y''' - 3y'' - xy''' = 0$$

$$y'''(3y^2 - x) = 3y'' - 6y'^3 - 12yy'y''$$

$$y''' = \frac{3y'' - 6y'^3 - 12yy'y''}{3y^2 - x}$$

$$y'''(A) = \frac{0 - 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 - 0}{3 \cdot 4 - 0} = -\frac{1}{432}$$

Příklad 2. Vypočítejte parciální derivace prvního řádu v bodě $A = [1, -6, 0]$ funkce $z = f(x, y)$, která je dána implicitní rovnicí $F : e^z + x^2y + z + 5 = 0$.

IMPLICITNÍ FUNKCE DVOU PROMĚNNÝCH $F(x, y, z) = 0$

$$z = f(x, y) \Rightarrow F(x, y, f(x, y)) = 0$$

$$f'_x = -\frac{F'_x(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)} ; f'_y = -\frac{F'_y(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)} ; F'_z(A) \neq 0$$

$$F : e^z + x^2y + z + 5 = 0, A = [1, -6, 0]$$

$$F'_x = 0 + 2xy + 0 + 0 = 2xy$$

$$F'_y = 0 + x^2 + 0 + 0 = x^2$$

$$F'_z = e^z + 0 + 1 + 0 = e^z + 1$$

$$f'_x = -\frac{2xy}{e^z + 1}$$

$$f'_x(A) = -\frac{2 \cdot 1 \cdot (-6)}{e^0 + 1} = \underline{\underline{6}}$$

$$f'_y = -\frac{x^2}{e^z + 1}$$

$$f'_y(A) = -\frac{1}{e^0 + 1} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$