BAA009 Matematika II pro obor Geodézie a kartografie

Tabulkové integrály

LENKA RÝPAROVÁ – JAN ŠAFAŘÍK

Fakulta stavební VUT v Brně

Základní vzorce na integrovaní

- ✓ $\int k \, \mathrm{d}x = kx + c,$
- ✓ $\int x^n \, \mathrm{d}x = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1,$
- ✓ $\int \dfrac{1}{x} \, \mathrm{d}x = \ln|x| + c, x \neq 0,$
- ✓ $\int \mathrm{e}^x \, \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + c,$
- ✓ $\int a^x \, \mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + c, a > 0, a \neq 1,$

Základní vzorce na integrovaní

- ✓ $$\int \sin x \,\mathrm{d}x = -\cos x + c,$$
- ✓ $$\int \cos x \,\mathrm{d}x = \sin x + c,$$
- ✓ $$\int \frac{1}{\cos^2 x} \,\mathrm{d}x = \operatorname{tg} x + c, x \neq (2k+1)\frac{1}{2}\pi,$$
- ✓ $$\int \frac{1}{\sin^2 x} \,\mathrm{d}x = -\operatorname{cotg} x + c, x \neq k\pi,$$
- ✓ $$\int \frac{1}{1+x^2} \,\mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x + c,$$

Základní vzorce na integrovaní

- ✓ $$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = \arcsin x + c,$$
- ✓ $$\int \sinh x\,\mathrm{d}x = \cosh x + c,$$
- ✓ $$\int \cosh x\,\mathrm{d}x = \sinh x + c,$$
- ✓ $$\int \frac{1}{\cosh^2 x}\,\mathrm{d}x = \operatorname{tgh} x + c,$$
- ✓ $$\int \frac{1}{\sinh^2 x}\,\mathrm{d}x = -\operatorname{cotgh} x + c,$$

Základní vzorce na integrovaní

✓ $\displaystyle\int cf(x)\,\mathrm{d}x = c\int f(x)\,\mathrm{d}x,$

✓ $\displaystyle\int (f(x)\pm g(x))\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x \pm \int g(x)\,\mathrm{d}x,$

$\Longrightarrow$

✓ $\displaystyle\int (k_1 f_1(x)\pm\cdots\pm k_n f_n(x))\,\mathrm{d}x = k_1\int f_1(x)\,\mathrm{d}x \pm\cdots\pm k_n\int f_n(x)\,\mathrm{d}x.$

Odvozené vzorce na integrování

- ✓ $$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x = \ln|f(x)| + c,$$

  Užitím substituce $f(x) = t$.

- ✓ $$\int f(ax+b)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}F(ax+b) + c.$$

  Užitím substituce $ax + b = t$.

Odvozené vzorce na integrování

✓ $$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm B}}\,\mathrm{d}x = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm B}\right| + c,\ B \neq 0,$$

Užitím Eulerovy substituce $\sqrt{x^2 \pm B} = t - x$.

Následující odvozené vzorce lze v technické praxi použít, ale v předmětu BAA009 je nutné umět celý výpočet odvození!

✓ $$\int \frac{1}{x^2 + A^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{A}\operatorname{arctg}\frac{x}{A} + c,$$

Užitím vztahu $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x + c$ *a substituce.*

Odvozené vzorce na integrování

- ✓ $$\int \frac{1}{x^2 - A^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2A}\ln\left|\frac{x-A}{x+A}\right| + c,\ A > 0,\ |x| \neq A,$$

  Užitím rozkladu na parciální zlomky.

- ✓ $$\int \frac{1}{\sqrt{A^2 - x^2}}\,\mathrm{d}x = \arcsin\frac{x}{A} + c,\ A > 0,\ |x| < A,$$

  Užitím vztahu $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = \arcsin x + c$ *a substituce.*