

BAA009 Matematika II pro obor Geodézie a kartografie

Tabulkové integrály

LENKA RÝPAROVÁ – JAN ŠAFAŘÍK

Brno, 2021

Základní vzorce na integrování

$$✓ \int k \, dx = kx + c,$$

$$✓ \int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1,$$

$$✓ \int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + c, x \neq 0,$$

$$✓ \int e^x \, dx = e^x + c,$$

$$✓ \int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + c, a > 0, a \neq 1,$$

- ✓ $\int \sin x \, dx = -\cos x + c,$
- ✓ $\int \cos x \, dx = \sin x + c,$
- ✓ $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + c, x \neq (2k + 1)\frac{1}{2}\pi,$
- ✓ $\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\operatorname{cotg} x + c, x \neq k\pi,$
- ✓ $\int \frac{1}{1 + x^2} \, dx = \operatorname{arctg} x + c,$

- ✓ $\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx = \operatorname{arcsin} x + c,$
- ✓ $\int \sinh x \, dx = \cosh x + c,$
- ✓ $\int \cosh x \, dx = \sinh x + c,$
- ✓ $\int \frac{1}{\cosh^2 x} \, dx = \operatorname{tgh} x + c,$
- ✓ $\int \frac{1}{\sinh^2 x} \, dx = -\operatorname{cotgh} x + c,$

$$✓ \int cf(x) dx = c \int f(x) dx,$$

$$✓ \int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx,$$

\implies

$$✓ \int (k_1 f_1(x) \pm \dots \pm k_n f_n(x)) dx = k_1 \int f_1(x) dx \pm \dots \pm k_n \int f_n(x) dx.$$

$$✓ \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c,$$

$$✓ \int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + c.$$

Následující odvozené vzorce lze v technické praxi použít, ale v předmětu BAA009 je nutné umět celý výpočet odvození!

$$✓ \int \frac{1}{x^2 + A^2} dx = \frac{1}{A} \operatorname{arctg} \frac{x}{A} + c,$$

Užitím vztahu $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + c$ a substituce.

$$✓ \int \frac{1}{x^2 - A^2} dx = \frac{1}{2A} \ln \left| \frac{x-A}{x+A} \right| + c, A > 0, |x| \neq A,$$

Užitím rozkladu na parciální zlomky.

$$✓ \int \frac{1}{\sqrt{A^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{A} + c, A > 0, |x| < A,$$

Užitím vztahu $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c$ a substituce.

$$✓ \int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm B}} dx = \ln |x + \sqrt{x^2 \pm B}| + c, B \neq 0,$$

Užitím Eulerovy substituce $\sqrt{x^2 \pm B} = t - x$.