Vysoké učení technické v Brně Stavební fakulta

ÚSTAV MATEMATIKY A DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

Matematika AA01

Cvičení, zimní semestr

DOMÁCÍ ÚLOHY

Jan Šafařík

Brno

(1) Jsou dány matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Vypočtěte matici $AB - BA$.

[$AB - BA = \begin{pmatrix} -10 & -4 & -7 \\ 6 & 14 & 4 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix}$]

(2) Určete hodnost matice $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

[$h(A) = 4$]

(3) Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & -2 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 8 \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & = & 4 \end{array}$$

[$(1; 2; 1; 3)$]

(4) Jsou dány matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ a $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Spočtěte A^{-1}, B^{-1}, NP: $B^{-1} \cdot A^{-1}$, $(A \cdot B)^{-1}$, $A^{-1} \cdot B^{-1}$, $(B \cdot A)^{-1}$.

[$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

$B^{-1}A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 4 \\ -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{13}{3} \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = (AB)^{-1}$,

$A^{-1}B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{20}{3} & \frac{11}{3} & -\frac{13}{3} \\ -\frac{10}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{8}{3} \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = (BA)^{-1}$]

NP Zjistěte zda jsou dané vektory lineárně závislé: $\vec{a} = (1; 1; -5)$, $\vec{b} = (-3; -3; 1)$, $\vec{c} = (0; 1; 2)$, $\vec{d} = (5; 6; 7)$.

[jsou lineárně závislé]

NP Vektor $\vec{c} = (3; 2; 1)$ vyjádřete jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}_1 = (1; 1; 3)$, $\vec{u}_2 = (2; 1; -2)$, $\vec{u}_3 = (4; 2; 1)$.

[$\vec{v} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$]

(5) Určete objem rovnoběžnostěnu s vrcholy dolní podstavy $A = [3; 4; 0]$, $B = [9; 5; -1]$, $C = [1; 7; 1]$, jestliže krajní bod hrany AE je $E = [3; 2; 5]$.

[$V = |[\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}]| = 108$]

(6) Jsou dány body $A = [1; 1; 4]$, $B = [4; 2; 2]$, $C = [1; 2; 6]$. Určete jednotkový vektor $\vec{v}^0$ kolmý k vektorům $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

[$\vec{v}^0_{1,2} = \pm\dfrac{1}{\sqrt{61}}(4\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k})$]

(7) Vypočtěte objem čtyřstěnu s vrcholy $A = [1; -5; 4]$, $B = [0; 3; 1]$, $C = [-2; -4; 3]$, $D = [-4; 4; -2;]$ a vzdálenost v vrcholu A od stěny BCD.

[$V = \dfrac{41}{6}, v = \dfrac{41}{\sqrt{1457}}$]

(8) Zadání viz [3] – str. 39, Příklad 2.5.2

(9) Zadání viz [3] – str. 40, Příklad 2.5.3

(10) Určete derivaci $f'(x)$ a definiční obory $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{D}(f')$ funkcí:

a) $f(x) = (x^3 + 8)(x - 2)$ [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 8$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

b) $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$ [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

(11) Určete druhou derivaci $f''(x)$ a příslušný definiční obor funkce $f(x) = x(\ln x - 1)$.

[$f''(x) = \dfrac{1}{x}$, $\mathcal{D}(f) = \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f'') = (0, \infty)$]

(12) Napište následující funkce užitím Taylorova polynomu n-tého stupně v okolí bodu x_0:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = 2$, $n = 3$ $\qquad$ [$T_3(x) = \frac{1}{2} - \frac{x-2}{4} + \frac{(x-2)^2}{8} - \frac{(x-2)^3}{16}$]

b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$, $x_0 = 1$, $n = 3$ $\qquad$ [$T_3(x) = 1 + \frac{2(x-1)}{3} - \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{4(x-1)^3}{81}$]

(13) Najděte všechny asymptoty ke grafu funkce.

$y = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$ $\qquad$ [$x = -1$, $y = x - 5$]

(14) Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \frac{1-x^3}{x^2}$.

(15) Určete derivaci $f'(x)$ a definiční obory $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{D}(f')$ funkcí:

a) $f(x) = \sqrt{4x+1}$ $\qquad$ [$\mathcal{D}(f) = \langle -\frac{1}{4}, \infty)$, $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{4x+1}}$, $\mathcal{D}(f') = (-\frac{1}{4}, \infty)$]

b) $f(x) = \frac{5x^2}{\sqrt[5]{x^2}} + 30\sqrt[15]{x} + \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$

[$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $f'(x) = 8\sqrt[5]{x^3} + \frac{2}{\sqrt[15]{x^{14}}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^4}}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

c) $f(x) = \sqrt{x}(x^3 + \sqrt{x} + 1)$

[$\mathcal{D}(f) = \langle 0, \infty)$, $f'(x) = \frac{7x^2\sqrt{x}}{2} - 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $\mathcal{D}(f) = (0, \infty)$]

d) $f(x) = \frac{1-x^4}{\sqrt[3]{\pi}}$ $\qquad$ [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{-4x^3}{\sqrt[3]{\pi}}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

e) $f(x) = (x^3 + 8)(x - 2)$, $\qquad$ [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 8$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

f) $f(x) = \frac{\cos x}{e^x}$ $\qquad$ [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) = -\frac{\sin x + \cos x}{e^x}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

g) $f(x) = \frac{\arccos x}{1 - x^2}$

[$\mathcal{D}(f) = (-1, 1)$, $f'(x) = \frac{-\sqrt{1-x^2} + 2x \arccos x}{(1-x^2)^2}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

h) $f(x) = \frac{x \ln x}{1 - x}$ $\qquad$ [$\mathcal{D}(f) = (0, \infty)\setminus\{1\}$, $f'(x) = \frac{1 - x + \ln x}{(1-x)^2}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

i) $f(x) = \sqrt{2\cos x - 1}$, [$\mathcal{D}(f) = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \langle -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi \rangle$, $f'(x) = -\frac{\sin x}{\sqrt{2\cos x - 1}}$,

$\mathcal{D}(f') = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} (-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi)$]

j) $f(x) = 5^{x^2-2x+1}$, [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) = 2(x-1)(\ln 5)5^{x^2-2x+1}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

k) $f(x) = e^{\sqrt{x^2+x+1}}$, [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{(2x+1)e^{\sqrt{x^2+x+1}}}{2\sqrt{x^2+x+1}}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

l) $f(x) = \dfrac{1}{\log(3x^2+x+1)}$,

[$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}\backslash\{0, -\frac{1}{3}\}$, $f'(x) = \dfrac{6x+1}{(3x^2+x+1)\ln 10 \log^2(3x^2+x+1)}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

m) $f(x) = e^{-x}\sqrt{x-e}$, [$\mathcal{D}(f) = \langle e, \infty)$, $f'(x) = \dfrac{1-2(x-e)}{2e^x\sqrt{x-e}}$, $\mathcal{D}(f') = (e, \infty)$]

n) $f(x) = \ln(\sin x)$, [$\mathcal{D}(f) = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} (2k\pi, \pi + 2k\pi)$, $f'(x) = \operatorname{cotg} x$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

(16) Vyšetřete průběh funkce.

a) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

b) $f(x) = \dfrac{e^x}{x+1}$

(17) Integrace užitím základních vzorců.

a) $\displaystyle\int \left(x + \frac{1}{x} + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$ [$\dfrac{1}{2}x^2 + \ln|x| + \dfrac{2}{3}x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + C$]

b) $\displaystyle\int \left(\frac{14}{3}\sqrt{x^3} - \frac{11}{\sqrt[3]{x^5}} - \frac{4}{3x^2} \right) dx$ [$\dfrac{28}{15}\sqrt{x^5} + \dfrac{33}{2\sqrt[3]{x^2}} + \dfrac{4}{3x} + C$]

c) $\displaystyle\int \left(10^x - 2^x + 5^{2x} \right) dx$ [$\dfrac{10^x}{\ln 10} - \dfrac{2^x}{\ln 2} + \dfrac{5^{2x}}{2\ln 5} + C$]

d) $\displaystyle\int \frac{x^3 - 2x + 1}{x^3} \, dx$ [$x + \dfrac{2}{x} - \dfrac{1}{2x^2} + C$]

e) $\displaystyle\int \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 dx$ [$-\dfrac{1}{x} + x - 2\ln|x| + C$]

f) $\displaystyle\int \frac{x^2}{x^2+1} \, dx$ [$x - \operatorname{arctg} x + C$]

g) $\displaystyle\int \frac{5\sin^2 x + 3\cos^2 x}{2\sin^2 x \cos^2 x} \, dx$ [$\dfrac{5}{2} \operatorname{tg} x - \dfrac{3}{2} \operatorname{cotg} x + C$]

(NP) Integrace užitím základních vzorců.

a) $\displaystyle\int (3x^2 + 2x - 1)\,dx$ $\quad [\ x^3 + x^2 - x + C\ ]$

b) $\displaystyle\int x^2(x^2 + 1)\,dx$ $\quad [\ \dfrac{x^5}{5} + \dfrac{x^3}{3} + C\ ]$

c) $\displaystyle\int \frac{x^3 + 3x - 1}{x}\,dx$ $\quad [\ \dfrac{x^3}{3} + 3x - \ln|x| + C\ ]$

d) $\displaystyle\int \frac{(x-1)^3}{\sqrt{x}}\,dx$ $\quad [\ \dfrac{2}{7}x^3\sqrt{x} - \dfrac{6}{5}x^2\sqrt{x} + 2x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + C\ ]$

e) $\displaystyle\int \frac{(\sqrt{x}+2)^3}{x}\,dx$ $\quad [\ \dfrac{2}{3}x\sqrt{x} + 6x + 24\sqrt{x} + 8\ln|x| + C\ ]$

(18) Integrace substituční metodou.

a) $\displaystyle\int (4x-3)^4\,dx$ $\quad [\ \dfrac{1}{20}(4x-3)^5 + C\ ]$

b) $\displaystyle\int \frac{1}{(2x-7)^5}\,dx$ $\quad [\ -\dfrac{1}{8}\dfrac{1}{(2x-7)^4} + C\ ]$

c) $\displaystyle\int \frac{\cos x}{\sin x + 1}\,dx$ $\quad [\ \ln|\sin x + 1| + C\ ]$

d) $\displaystyle\int \frac{e^x}{e^x + 1}\,dx$ $\quad [\ \ln|e^x + 1| + C\ ]$

e) $\displaystyle\int \sin x \cos^3 x\,dx$ $\quad [\ -\dfrac{1}{4}\cos^4 x + C\ ]$

f) $\displaystyle\int e^{\sin x}\cos x\,dx$ $\quad [\ e^{\sin x} + C\ ]$

(NP) Integrace substituční metodou.

a) $\displaystyle\int \frac{e^x\sqrt{\operatorname{arctg} e^x}}{1 + e^{2x}}\,dx$ $\quad [\ \dfrac{2}{3}\sqrt{\operatorname{arctg}^3 e^x} + C\ ]$

b) $\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ $\quad [\ \arccos\dfrac{1}{x} + C\ ]$

c) $\displaystyle\int \sin^6 x \cos x\,dx$ $\quad [\ \dfrac{1}{7}\sin^7 x + C\ ]$

d) $\displaystyle\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx$ $\quad [\ -e^{\frac{1}{x}} + C\ ]$

e) $\displaystyle\int \frac{\cos(\ln x)}{x}\,dx$ $\quad [\ \sin(\ln x) + C\ ]$

(19) Integrace metodou per partes.

a) $\displaystyle\int xe^x\,dx$ $\quad[\ xe^x - e^x + C\ ]$

b) $\displaystyle\int x\sin 2x\,dx$ $\quad[\ -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + C\ ]$

c) $\displaystyle\int x^3 e^{x^2}\,dx$ $\quad[\ \frac{1}{2}e^{x^2}(x^2-1) + C\ ]$

d) $\displaystyle\int \ln x\,dx$ $\quad[\ x\ln x - x + C\ ]$

e) $\displaystyle\int \ln^3 x\cdot x\,dx$ $\quad[\ \frac{x^2}{2}(\ln^3 x - \frac{3}{2}\ln^2 x + \frac{3}{2}\ln x - \frac{3}{4}) + C\ ]$

f) $\displaystyle\int x\ln(x+1)\,dx$ $\quad[\frac{1}{2}\ln(x+1)(x^2-1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + C\ ]$

(NP) Integrace metodou per partes.

a) $\displaystyle\int \frac{x\cos x}{\sin^3 x}\,dx$ $\quad[\ -\frac{x}{2\sin^2 x} - \frac{1}{2}\operatorname{cotg} x + C\ ]$

b) $\displaystyle\int x\sinh x\,dx$ $\quad[\ x\cosh x - \sinh x + C\ ]$

c) $\displaystyle\int 5xe^{-4x}\,dx$ $\quad[\ -\frac{5}{4}xe^{-4x} - \frac{5}{16}e^{-4x} + C\ ]$

d) $\displaystyle\int e^x\cos 2x\,dx$ $\quad[\ \frac{e^x}{5}(\cos 2x + 2\sin 2x) + C\ ]$

e) $\displaystyle\int (x^2-2x+5)e^{-4}\,dx$ $\quad[\ -e^{-x}(x^2+5) + C\ ]$

(20) Integrace racionální lomené funkce.

b) $\displaystyle\int \frac{x}{x^2-3x+3}\,dx$ $\quad[\ \frac{1}{2}\ln\left|\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right| + \sqrt{3}\operatorname{arctg}\frac{2x-3}{\sqrt{3}} + C\ ]$

d) $\displaystyle\int \frac{e^x+1}{e^x-1}\,dx$ $\quad[\ -\ln|e^x| + 2\ln|e^x-1| + C\ ]$

(NP) Integrace racionální lomené funkce.

a) $\displaystyle\int \frac{3x+1}{x^2+2x+5}\,dx$ $\quad[\ \frac{3}{2}\ln(x^2+2x+5) - \operatorname{arctg}\frac{x+1}{2} + C\ ]$

b) $\displaystyle\int \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x^2-x-12)}\,dx$ $\quad[\ \ln\left|\frac{(x-1)^4(x-4)^5}{(x+3)^7}\right| + C\ ]$

c) $\displaystyle\int \frac{3x^3-5x^2+8x}{(x^2-2x+1)(x^2-1)}\,dx$ $\quad[\ -\frac{3}{2}\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{x-1} + \ln|(x-1)(x+1)^2| + C\ ]$

d) $\displaystyle\int \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x-4)}\,dx$ $\qquad [\ \ln\left|\dfrac{(x-1)^4(x-4)^5}{(x+3)^7}\right|+C\ ]$

e) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^3+1}\,dx$ $\qquad [\ \dfrac{1}{6}\ln\dfrac{(x+1)^2}{x^2-x+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\dfrac{2x-1}{\sqrt{3}}+C\ ]$

f) $\displaystyle\int \frac{(x-1)^2}{x^2+3x+4}\,dx$ $\qquad [\ x-\dfrac{5}{2}\ln(x^2+3x+4)+\dfrac{9}{\sqrt{7}}\operatorname{arctg}\dfrac{2x+3}{\sqrt{7}}+C\ ]$

(21) Integrace goniometrických funkcí.

a) $\displaystyle\int \sin x\cos x\,dx$ $\qquad [\ \dfrac{1}{2}\sin^2 x+C\ ]$

b) $\displaystyle\int \operatorname{tg} x\,dx$ $\qquad [\ -\ln|\cos x|+C\ ]$

c) $\displaystyle\int \frac{1-2\sin x}{\cos^2 x}\,dx$ $\qquad [\ \dfrac{\sin x-2}{\cos x}+C\ ]$

d) $\displaystyle\int \cos^3 x\,dx$ $\qquad [\ \dfrac{1}{3}\sin x\cos^2 x+\dfrac{2}{3}\sin x+C\ ]$

e) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^3 x}\,dx$ $\qquad [\ -\dfrac{1}{3\sin^3 x}+C\ ]$

f) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos x}\,dx$ $\qquad [\ -\ln\left|\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}\right|+C\ ]$

(NP) Integrace goniometrických funkcí.

a) $\displaystyle\int \sin^3 x\cos x\,dx$ $\qquad [\ \dfrac{1}{4}\sin^4 x+C\ ]$

b) $\displaystyle\int \cos^5 2x\sin 2x\,dx$ $\qquad [\ -\dfrac{\cos^6 x}{12}+C\ ]$

c) $\displaystyle\int \frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}\,dx$ $\qquad [\ -\ln|\sin x+\cos x|C\ ]$

(22) Výpočet určitého integrálu – úpravou.

a) $\displaystyle\int_3^5 \frac{1}{x}\,dx$ $\qquad [\ \ln\dfrac{5}{3}\ ]$

(23) Výpočet určitého integrálu – metoda per partes.

a) $\displaystyle\int_0^\pi x\sin x\,dx$ $\qquad [\ \pi\ ]$

b) $\displaystyle\int_0^1 e^{3x}x\,dx$ $\qquad [\ \dfrac{2}{9}e^3+\dfrac{1}{9}\ ]$

(24) Výpočet určitého integrálu – substituční metoda.

a) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1-\sin^2 x}{\sin^3 x \cos x}\, dx$ $\qquad [\ \frac{1}{3}\ ]$

b) $\displaystyle\int_{1}^{5} \frac{\ln x}{x}\, dx$ $\qquad [\ \frac{1}{2}\ln^2 5\ ]$

c) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x\, dx$ $\qquad [\ \frac{1}{3}\ ]$

(25) Vypočtěte objem tělesa, které vznikne rotací plochy P kolem osy x. $P: y=-x^2+1$, $y=-2x^2+2$.

$[\ \frac{16}{5}\pi\ ]$

(26) Stanovte definiční obor dané funkce a načrtněte jej.

a) $z=\sqrt{1-(x^2+y)^2}$ $\qquad$ b) $z=2\sqrt{y-x^2}+5\sqrt{x-y^2}$

[a) $Dz=\{(x;y)\in\mathbb{E}_2 : -x^2-1\le y\le -x^2+1\}$; b) $Dz=\{(x;y)\in\mathbb{E}_2 : y\ge x^2 \wedge x\ge y^2\}$]

Taylorova věta pro funkci $f(x)$, $X=[x_1,x_2,\dots,x_n]$:

$$f(X)=f(X_o)+\frac{1}{1!}df(X_o)+\frac{1}{2!}d^2f(X_o)+\dots+\frac{1}{n!}d^nf(X_o)+R_{n+1}(X),$$

kde zbytek $R_{n+1}(X)=\dfrac{1}{(n+1)!}d^{n+1}f(x_1+\delta h_1,\dots,x_n+\delta h_n)$, $\delta\in(0,1)$.

(27) Napište Taylorův polynom stupně n pro funkci $y=f(x,y)$ v bodě A.

a) $z=e^x\sin y,\ A=[0,0],\ n=3$

b) $z=\sin(xy),\ A=[0,\frac{\pi}{2}],\ n=2$

[a) $y+xy+\frac{1}{2}x^2y-\frac{1}{6}y^3$; b) $\frac{\pi}{2}x+x(y-\frac{\pi}{2})$]

(28) Nalezněte lokální extrémy daných funkcí.

a) $z=x\sqrt{y}-x^2-y+6x+3$

b) $z=2x^3+xy^2+5x^2+y^2$

[a) $[4;4]$ - lok.max.; b) $[-1;2]$ - není, $[0;0]$ - lok.min., $[-1;-2]$ a $\left[-\frac{5}{2};0\right]$ - lok.max.]

Reference

[1] Novotný J.: *Matematika I - Základy lineární algebry*, CERM, FAST VUT Brno 2004.
[2] Dlouhý, O. - Tryhuk, V.: *Matematika I - Diferenciální počet funkce jedné reálné promenné*, CERM, FAST VUT Brno 2004.
[3] Tryhuk, V. - Dlouhý, O.: *Matematika I, Vybrané části a aplikace vektorového počtu*, Modul GA01_M01, studijní opory pro studijní program Geodézie a kartografie s kombinovanou formou studia, Fakulta stavebni, Vysoké učení technické, Brno, 2004.
[4] Tryhuk, V.: *Matematika I2 - Reálná funkce jedné reálné promenné*, CERM, FAST VUT Brno 1994.
[5] Veverka, J. - Slatinský E.: *Matematika I3 - Diferenciální pocet funkce jedné reálné promenné*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[6] Novotný J.: *Matematika I4 - Lineární algebra*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[7] Horňáková, D.: *Matematika I5 - Vektorová algebra*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[8] Horňáková, D.: *Matematika I6 - Analytická geometrie*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[9] Voráček, J.: *Matematika I7 - Neurčitý integrál*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[10] Voráček, J.: *Matematika II1 - Určitý integrál a jeho užití*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[11] Daněček, J. - Dlouhý, O.: *Integrální počet I*, CERM, FAST VUT Brno 2003.
[12] Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 1994.
[13] Čermáková, H. - Hřebíčková, J. - Slaběňáková, J. - Šafářová, H.: *Sbírka příkladů z matematiky II.*, CERM, FAST VUT Brno 1994.
[14] Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky III.*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[15] Hřebíčková, J. - Ráček, J. - Slaběňáková, J.: *Diferenciální počet v Maple 7*, FAST VUT Brno, 2001, http://math.fce.vutbr.cz/vyuka/matematika/diferencialni_pocet/.
[16] Hřebíčková, J. - Ráček, J. - Slaběňáková, J.: *Integrální počet v Maple 7*, FAST VUT Brno, 2001, http://math.fce.vutbr.cz/vyuka/matematika/integralni_pocet/.
[17] Veverka, J.: *Diferenciální počet II*, Fakulta stavební, Brno 1982.
[18] Eliaš, J. - Horvát, J. - Kajan, J.: *Zbierka úloh z vyššej matematiky, 1. časť*, SVTL, Bratislava 1965.
[19] Černá, B.: *Cvičení z lineární algebry*, MZLU v Brně, Brno 1998.
[20] Jelínek, Z. - Samotná O.: *Matematika - Integrální počet*, Skriptum VŠ zemědělské v Brně, SPN, Praha 1985.
[21] Jirásek, F. - Kriegelstein, E. - Tichý, Z.: *Sbírka řešených příkladů z matematiky I*, SNTL/ALFA, Praha 1987.
[22] Karásek, J. - Maroš, B.: *Integrální počet, Matematika - Metodické pokyny pro cvičení*, CERM, FAST VUT Brno 1994.
[23] Kříž, J. - Křížová, H.: *Diferenciální počet, metodické pokyny*, Fakulta strojní VUT, Brno 1978.
[24] Vosmanská, G.: *Matematika*, MZLU v Brně, Brno 1997.
[25] Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 1*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava, http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta/skripta.pdf.
[26] Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava, http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.