Vysoké učení technické v Brně **Stavební fakulta**

ÚSTAV MATEMATIKY A DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

Matematika I/1 BA06

Cvičení, zimní semestr

DOMÁCÍ ÚLOHY

Jan Šafařík

Brno

(1) Určete rovnici kručnice o poloměru r, procházející počátkem, jestliže $S[3;2]$.

[$(x-3)^2+(y-2)^2=13$]

(2) Znázorněte parabolu $x^2-10x-9y+61=0$.

[$(x-5)^2=9(y-4)$]

(3) Znázorněte množinu $x^2-4x+4y\leq 0$, $x^2-4x+y^2\leq 0$.

[$(x-2)^2\leq -4(y-1)$, $(x-2)^2+y^2\leq 2^2$]

(4) Zjednodušte výraz $\frac{\sin x+\sin 2x}{1+\cos x+\cos 2x}$.

[$\operatorname{tg} x$, $\cos x\neq -\frac{1}{2}$, $x\neq \frac{\pi}{2}+k\pi$]

(5) Určete sudost, lichost funkce f.

a) $y=x^2$ [funkce je sudá]
b) $y=\frac{1}{x}$ [funkce je lichá]
c) $y=2x-1$ [funkce není sudá, ani lichá]

(6) Nakreslete graf funkce $y=f(x)$, jestliže

a) $f(x)=\begin{cases} 1 & x\in(-\infty;-1) \\ x^2 & x\in\langle -1;1\rangle \\ 3-2x & x\in(1.5;2\rangle \end{cases}$
b) $y=3\sin x$
c) $y=\sin 2x$
d) $y=-3\sin(x+3\pi)$
e) $y=-2\sin(\frac{1}{3}x+\frac{5}{6}\pi)$
f) $y=-\sin(x+3\pi)$

(7) Pomocí Hornerova schematu určete funkční hodnotu polynomu f v bodě x_0.

a) $f: y=x^3-3x^2-3x-5$, $x_0=2$ [-15]
b) $f: y=x^5-3x^4+7x^2+2$, $x_0=2$ [14]

(8) Ukažte, že číslo $x_0=-2$ je dvojnásobným kořenem polynomu $f: y=x^3+3x^2-4$.

(9) Najděte všechny reálné kořeny polynomu f.

a) $f : y = x^5 - 3x^4 - x^3 + 11x^2 - 12x + 4$ $[\ 1, 1, 1, 2, -2\ ]$

b) $f : y = x^5 + 6x^4 + 9x^3 - 3x^2 - 10x - 3$ $[\ 1, -1, -3, \frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}\ ]$

c) $f : y = 3x^4 + 2x^3 - 28x^2 - 18x + 9$ $[\ \frac{1}{3}, -1, 3, -3\ ]$

(10) Vyjádřete racionální funkci jako součet polynomu a ryzí racionální funkce.

a) $f : y = \dfrac{2x^6 - 9x^4 + 4x^3 + 8x^2 - 7x + 4}{x^4 - 3x^2 + 2x - 1}$ $[\ = 2x^2 - 3 + \dfrac{x^2 - x + 1}{x^4 - 3x^2 + 2x - 1}\ ]$

NP) $f : y = \dfrac{4 - x^3}{4x^3 + 7x^2 - 2x}$ $[\ = -\dfrac{1}{4} - \dfrac{2}{x} + \dfrac{\frac{85}{12}}{4x - 1} + \dfrac{\frac{2}{3}}{x + 2}\ ]$

c) $\dfrac{x + 2}{x^3 - 2x^2}$, $[\ = -\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x - 2}\ ]$

(11) Napište tvar rozkladu funkce f v součet parciálních zlomků.

NP) $f : y = \dfrac{x^2 + 4x - 18}{(x - 1)^3 x^8 (x^2 + 1)^2}$

$$[\ f : y = \frac{A_1}{x - 1} + \frac{A_2}{(x - 1)^2} + \frac{A_3}{(x - 1)^3} + \frac{B_1}{x} + \frac{B_2}{x^2} + \frac{B_3}{x^3} + \frac{B_4}{x^4} + \frac{B_5}{x^5} + \frac{B_6}{x^6} + \\ + \frac{B_7}{x^7} + \frac{B_8}{x^8} + \frac{C_1 x + D_1}{x^2 + 1} + \frac{C_2 x + D_2}{(x^2 + 1)^2} + \frac{C_3 x + D_3}{(x^2 + 1)^3} = \frac{x^2 + 4x - 18}{(x - 1)^3 x^8 (x^2 + 1)^2}\ ]$$

b) $f : y = \dfrac{3x^4 + 2x}{(x^2 + 1)^2 (3x + 1)^2 x^3}$

$$[\ f : y = \frac{A_1 x + B_1}{x^2 + 1} + \frac{A_2 x + B_3}{(x^2 + 1)^2} + \frac{C_1}{3x + 1} + \frac{C_2}{(3x + 1)^2} + \frac{D_1}{x} + \frac{D_2}{x^2} + \frac{D_3}{x^3}\ ]$$

(12) Rozložte racionální funkci v součet polynomu a parciálních zlomků.

a) $f : y = \dfrac{4x^2 + 9x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$ $[\ = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2} = \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x+2}\ ]$

b) $f : y = \dfrac{2x^3 - 2x^2 + 5}{x^2 - 2x}$ $[\ = 2x + 2 - \frac{5}{2}\frac{1}{x} + \frac{13}{2}\frac{1}{x-2}\ ]$

(13) Vypočtěte limity funkcí:

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^5 - 3x + 2}$ $[\ 0\ ]$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$ $[\ \dfrac{3}{2}\ ]$

c) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{|4-x|}{x-4}$ [neexistuje, $\lim\limits_{x\to 4^+} \dfrac{|4-x|}{x-4} = 1$, $\lim\limits_{x\to 4^-} \dfrac{|4-x|}{x-4} = -1$]

(14) Vypočtěte limity složených funkcí:

a) $\lim\limits_{x\to\pi/12} \ln \sin^3 2x$ [$-\ln 8$]

b) $\lim\limits_{x\to 0^-} \operatorname{arctg} \dfrac{1}{x}$ [$-\frac{\pi}{2}$]

c) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x-1}{x^2-1}\right)^{x+1}$ [$\frac{1}{4}$]

(15) Vypočtěte limity typu $\frac{k}{0}$:

a) $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{2x-1}{9-x^2}$ [$-\infty$]

b) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x+1}{\sin x}$ [$-\infty$]

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x}{\sin x}$ [neexistuje, $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\cos x}{\sin x} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\cos x}{\sin x} = \infty$]

(16) Vypočtěte limity v nevlastním bodě:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2-2x+4}{2x^4-3x^3-1}$ [0]

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{5x^6+2x^4-x}{4x^3-x}$ [$-\infty$]

b) $\lim\limits_{x\to\infty} x \operatorname{arctg} \dfrac{x^2}{x^2+4}$ [∞]

NP S použitím definice derivace určete derivaci $f'(x)$ funkcí:

a) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x}}$, $\mathcal{D}(f') = \mathbb{R} - \{0\}$]

b) $f(x) = \dfrac{x-1}{3x^2}$ [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$, $f'(x) = \dfrac{2-4}{3x^3}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

(17) Určete derivaci $f'(x)$ a definiční obory $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{D}(f')$ funkcí:

a) $f(x) = \dfrac{4x^7+3x^5-2x^4+7x-2}{3x^4}$

[$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$, $f'(x) = \dfrac{12x^7+3x^5-21x+8}{3x^5}$, $\mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

b) $f(x) = (x^3+8)(x-2)$ $\quad$ [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R},\ f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 8,\ \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

c) $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$ $\quad$ [$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R},\ f'(x) = \dfrac{2e^x}{(e^x+1)^2},\ \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

d) $f(x) = \dfrac{1}{\log(3x^2+x+1)}$

[$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} - \{0, -\frac{1}{3}\},\ f'(x) = \dfrac{6x+1}{(3x^2+x+1)\ln 10 \log^2(3x^2+x+1)},\ \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

(18) Určete první a druhou derivaci $f'(x)$, $f''(x)$ a příslušné definiční obory funkcí:

a) $f(x) = x\sqrt{x^2+3}$

[$f'(x) = \dfrac{2x^2+3}{\sqrt{x^2+3}},\ f''(x) = \dfrac{x(2x^2+9)}{\sqrt{(x^2+3)^3}},\ \mathcal{D}(f) = \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f'') = \mathbb{R}$]

b) $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1-\sin x}{1+\sin x}}$

[$f'(x) = -\dfrac{1}{\cos x},\ f''(x) = -\dfrac{\sin x}{\cos^2 x},\ \mathcal{D}(f) = \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f'') = \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$]

(19) Určete druhou derivaci $f''(x)$ a příslušné definiční obory funkcí:

a) $f(x) = x(\ln x - 1)$ $\quad$ [$f''(x) = \dfrac{1}{x},\ \mathcal{D}(f) = \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f'') = (0, \infty)$]

b) $f(x) = \operatorname{arctg}(x - \sqrt{x^2+1})$ $\quad$ [$f''(x) = -\dfrac{x}{(x^2+1)^2},\ \mathcal{D}(f) = \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f'') = \mathbb{R}$]

(20) Najděte rovnici tečny t a normály n ke grafu funkce $y = f(x)$:

a) $f(x) = e^{-x}\cos 2x$ v bodě $A = [0, ?]$ $\quad$ [$t: x + y - 1 = 0,\ n: x - y + 1 = 0$]

b) $f(x) = e^{\frac{x}{2}} + 1$, je-li t rovnoběžná s přímkou $x - 2y + 1 = 0$

[$t: x - 2y + 3 = 0,\ n: 4x + 2y - 3 = 0$]

NP Najděte přírůstek funkce Δf a diferenciál df v čísle x_0 pro přírůstek Δx:

$f(x) = \operatorname{arccotg} x,\ x_0 = 1,\ \Delta x = 0.2$ $\quad$ [$\Delta f = -0.09;\ df(x_0) = -0.1$]

NP Vypočítejte diferenciál funkce df v bodě x pro přírůstek h:

$4x^2 + \sqrt[3]{x}$ $\quad$ [$df(x,h) = \dfrac{24x\sqrt[3]{x^2}+1}{3\sqrt[3]{x^2}}h$]

(21) Napište následující funkce užitím MacLaurinova polynomu n-tého stupně:

a) $f(x) = \ln(\cos x)$, $n = 6$ $\qquad$ [$T_6(x) = -\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x^4}{12} - \dfrac{x^6}{45}$]

b) $f(x) = \sqrt{x+1}$, $n = 4$ $\qquad$ [$T_4(x) = 1 + \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{8}x^2 + \dfrac{1}{16}x^3 - \dfrac{5}{128}x^4$]

(22) Napište následující funkce užitím Taylorova polynomu n-tého stupně v okolí bodu x_0:

a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$, $x_0 = 2$, $n = 3$ $\qquad$ [$T_3(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{x-2}{4} + \dfrac{(x-2)^2}{8} - \dfrac{(x-2)^3}{16}$]

b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$, $x_0 = 1$, $n = 3$ $\qquad$ [$T_3(x) = 1 + \dfrac{2(x-1)}{3} - \dfrac{(x-1)^2}{9} + \dfrac{4(x-1)^3}{81}$]

(23) Vypočítejte přibližně následující funkční hodnotu pomocí Taylorova polynomu n-tého stupně T_n v okolí x_0:

$\ln 2$, $x_0 = 1$, $n = 10$

$$[\ f(x) = \ln x,\ T_{10}(x) = \sum_{k=1}^{10} \frac{(-1)^{k-1}}{k}(x-1)^k,\ \ln 2 \doteq T_{10}(2) \doteq 0.646\ ]$$

(24) Vypočtěte s pomocí L'Hospitalova pravidla:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x^3-2x^2+2x-1}$ $\qquad$ [2]

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^{2x}}{x^3}$ $\qquad$ [∞]

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(1+x)}{3^{2x}-1}$ $\qquad$ [0]

d) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{\ln x}$ $\qquad$ [1]

(25) Vypočtěte limity typu $0 \cdot \infty$:

a) $\lim\limits_{x\to 0^+} x \ln x$ $\qquad$ [0]

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} x e^x$ $\qquad$ [0]

(26) Najděte všechny asymptoty ke grafu funkce.

$$y = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$$ [$x = -1$, $y = x - 5$]

(27) Vyšetřete průběh funkce.

a) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$ nebo $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-4}$

NP) $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 3x + 1}{x-1}$

d) $f(x) = \dfrac{1-x^3}{x^2}$

e) $f(x) = x + 2\operatorname{arccotg} x$

NP) $f(x) = \dfrac{x^2}{1+x}$

NP) $f(x) = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}$

NP) $f(x) = \arcsin\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$

(28) Jsou dány matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Vypočtěte matici $AB - BA$.

[$AB - BA = \begin{pmatrix} -10 & -4 & -7 \\ 6 & 14 & 4 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix}$]

(29) Určete hodnost matice $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

[$h(A) = 4$]

(30) Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & -2 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 8 \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & = & 4 \end{array}$$

[$(1; 2; 1; 3)$]

(31) Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 7x_2 & + & 5x_3 & + & 2x_4 & = & 4 \\ x_1 & - & 2x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = & 5 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 13 \\ 2x_1 & + & 9x_2 & + & 8x_3 & + & 3x_4 & = & 7 \\ x_1 & + & 5x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = & 5 \end{array}$$

[$(t+5; 2/3; -t-1; 2t-1/3), t \in \mathbb{R}$]

(32) Vypočtěte determinant $A = \begin{vmatrix} \sin x & 1 & \cos x \\ \sin y & 1 & \cos y \\ \sin z & 1 & \cos z \end{vmatrix}$.

[$\sin(x-z) + \sin(z-y) + \sin(y-x)$]

NP Vypočtěte Vandermondův determinant $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 9 & 16 & 25 & 36 \\ 8 & 27 & 64 & 125 & 216 \\ 16 & 81 & 256 & 625 & 1296 \end{vmatrix}$.

[288]

NP Pomocí Cramerova pravidla řešte soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & + & = 31 \\ 5x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & = 29 \\ 3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & = 10 \end{array}$$

[$(3; 4; 5)$]

(33) Jsou dány matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ a $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Spočtěte A^{-1},

NP: B^{-1}, $B^{-1} \cdot A^{-1}$, $(A \cdot B)^{-1}$, $A^{-1} \cdot B^{-1}$, $(B \cdot A)^{-1}$.

[$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

$$B^{-1}A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 4 \\ -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{13}{3} \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = (AB)^{-1},$$

$$A^{-1}B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{20}{3} & \frac{11}{3} & -\frac{13}{3} \\ -\frac{10}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{8}{3} \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = (BA)^{-1}$$]

(34) Řešte maticovou rovnici $A^2 \cdot X + B = C$ pro neznámou X, jestliže
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} A^2 \cdot X + B &= C && / \ -B \text{ zprava} \\ A^2 \cdot X &= C - B && / \ \cdot A^{-1} \text{ zleva} \\ X &= (A^2)^{-1} \cdot (C - B) \end{aligned}$$

$[\ X = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -9 \end{pmatrix}\ ]$

NP Řešte maticovou rovnici $A \cdot X \cdot A = B$ pro neznámou X, jestliže
$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -5 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} A \cdot X \cdot A &= B && / \ \cdot A^{-1} \text{ zleva} \\ X \cdot A &= A^{-1} \cdot B && / \ \cdot A^{-1} \text{ zprava} \\ X &= A^{-1} \cdot B \cdot A^{-1} \end{aligned}$$

$[\ X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}\ ]$

(35) Zjistěte zda jsou dané vektory lineárně závislé: $\vec{a} = (1; 1; -5)$, $\vec{b} = (-3; -3; 1)$, $\vec{c} = (0; 1; 2)$, $\vec{d} = (5; 6; 7)$.

[jsou lineárně závislé]

(36) Vektor $\vec{c} = (3; 2; 1)$ vyjádřete jako lineární kombinaci vektorů $\vec{u}_1 = (1; 1; 3)$, $\vec{u}_2 = (2; 1; -2)$, $\vec{u}_3 = (4; 2; 1)$.

$[\ \vec{v} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2\ ]$

NP Určete vlastní čísla (spektrum) a vlastní vektory matice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$[\ \lambda_{1,2,3,4} = 2,\ (u - v; u - v; v; u)^T\ ]$

(37) Určete vlastní čísla (spektrum) a vlastní vektory matice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

[$\lambda_{1,2} = 0,\ (0; s; 0; s)^T;\ \lambda_{3,4} = 2,\ (t; 0; 0; t)^T$]

NP Určete zda následující matice z vektorového prostoru $V = Mat_{3,3}(\mathbb{R})$ jsou lineárně závislé nebo lineárně nezávislé:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

[jsou lineárně závislé]

(38) Určete objem rovnoběžnostěnu s vrcholy dolní podstavy $A = [3; 4; 0]$, $B = [9; 5; -1]$, $C = [1; 7; 1]$, jestliže krajní bod hrany AE je $E = [3; 2; 5]$.

[$V = |[\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}]| = 108$]

NP Jsou dány body $A = [1; 1; 4]$, $B = [4; 2; 2]$, $C = [1; 2; 6]$. Určete jednotkový vektor $\vec{v}^0$ kolmý k vektorům $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

[$\vec{v}^0_{1,2} = \pm \dfrac{1}{\sqrt{61}}(4\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k})$]

(39) Vypočtěte objem čtyřstěnu s vrcholy $A = [1; -5; 4]$, $B = [0; 3; 1]$, $C = [-2; -4; 3]$, $D = [-4; 4; -2;]$ a vzdálenost v vrcholu A od stěny BCD.

[$V = \dfrac{41}{6}, v = \dfrac{41}{\sqrt{1457}}$]

(40) Napište obecnou rovnici roviny procházející bodem $A = [23; 3; -4]$ a přímkou p.

$$p = \begin{cases} x = 8 - 2t \\ y = 5t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$$

[$7x - 62y - 81z - 299 = 0$]

(41) Je dána rovina $\sigma : 22x - 43y - 17z = 0$, rovina $\omega : -2x + 3y + z + 5 = 0$ a rovina α určená body $A = [1; 3; 0]$, $B = [2; 2; 1]$, $C = [4; 12; -1]$. Vypočítejte úhel společných přímek rovin σ, ω a rovin σ, α.

[90°]

Reference

[1] Novotný J.: *Matematika I - Základy lineární algebry*, CERM, FAST VUT Brno 2004.
[2] Dlouhý, O. - Tryhuk, V.: *Matematika I - Diferenciální počet funkce jedné reálné promenné*, CERM, FAST VUT Brno 2004.
[3] Dlouhý, O. - Tryhuk, V.: *Matematika I - Diferenciální počet funkcí více reálných promennch*, CERM, FAST VUT Brno 2004.
[4] Tryhuk, V. - Dlouhý, O.: *Matematika I, Vybrané části a aplikace vektorového počtu*, Modul GA01_M01, CERM, FAST VUT Brno 2007.
[5] Chrastinová, V.: *Matematika, Vektorvá algebra a analytická geometrie*, Modul 3, studijní opory pro studijní programy s kombinovanou formou studia, Fakulta stavebni, Vysoké učení technické, Brno, 2004.
[6] Daněček, J. - Dlouhý, O.: *Integrální počet I*, CERM, FAST VUT Brno 2003.
[7] Tryhuk, V.: *Matematika I1 - Úvod do matematické logiky a teorie množin*, CERM, FAST VUT Brno 1994.
[8] Tryhuk, V.: *Matematika I2 - Reálná funkce jedné reálné promenné*, CERM, FAST VUT Brno 1994.
[9] Veverka, J. - Slatinský E.: *Matematika I3 - Diferenciální pocet funkce jedné reálné promenné*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[10] Novotný J.: *Matematika I4 - Lineární algebra*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[11] Horňáková, D.: *Matematika I5 - Vektorová algebra*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[12] Horňáková, D.: *Matematika I6 - Analytická geometrie*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[13] Voráček, J.: *Matematika I7 - Neurčitý integrál*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[14] Voráček, J.: *Matematika II1 - Určitý integrál a jeho užití*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[15] Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 1994.
[16] Čermáková, H. - Hřebíčková, J. - Slaběňáková, J. - Šafářová, H.: *Sbírka příkladů z matematiky II.*, CERM, FAST VUT Brno 1994.
[17] Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky III.*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
[18] Hřebíčková, J. - Ráček, J. - Slaběňáková, J.: *Diferenciální počet v Maple 7*, FAST VUT Brno, 2001, http://math.fce.vutbr.cz/vyuka/matematika/diferencialni_pocet/.
[19] Hřebíčková, J. - Ráček, J. - Slaběňáková, J.: *Integrální počet v Maple 7*, FAST VUT Brno, 2001, http://math.fce.vutbr.cz/vyuka/matematika/integralni_pocet/.
[20] Veverka, J.: *Diferenciální počet II*, Fakulta stavební, Brno 1982.
[21] Eliaš, J. - Horvát, J. - Kajan, J.: *Zbierka úloh z vyššej matematiky, 1. časť*, SVTL, Bratislava 1965.
[22] Černá, B.: *Cvičení z lineární algebry*, MZLU v Brně, Brno 1998.
[23] Jelínek, Z. - Samotná O.: *Matematika - Integrální počet*, Skriptum VŠ zemědělské v Brně, SPN, Praha 1985.
[24] Jirásek, F. - Kriegelstein, E. - Tichý, Z.: *Sbírka řešených příkladů z matematiky I*, SNTL/ALFA, Praha 1987.
[25] Karásek, J. - Maroš, B.: *Integrální počet, Matematika - Metodické pokyny pro cvičení*, CERM, FAST VUT Brno 1994.
[26] Kříž, J. - Křížová, H.: *Diferenciální počet, metodické pokyny*, Fakulta strojní VUT, Brno 1978.
[27] Vosmanská, G.: *Matematika*, MZLU v Brně, Brno 1997.
[28] Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 1*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava, http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta/skripta.pdf.
[29] Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava, http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.