

ÚSTAV MATEMATIKY A DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

Deskriptivní geometrie BAA007

Cvičení, zimní semestr

DOMÁCÍ ÚLOHY

Mgr. et Mgr. Jan Šafařík, Ph.D.



Určeno pro studenty studijních skupin Mgr. et Mgr. Jana Šafaříka, Ph.D. v předmětu BAA007 – Deskriptivní geometrie (G), Bakalářský studijní program s prezenční formou studia.

OBSAH

| | |
|--|----|
| 1. Kuželosečky | 1 |
| 1.1. Kuželosečky - Důležité definice a věty | 1 |
| 1.2. | 1 |
| 2. Afinita a kolineace | 3 |
| 3. Euklidovská řešení konstrukce objektů | 4 |
| 4. Kótované promítání, teoretické řešení střech, topografické plochy | 5 |
| 5. Mongeovo promítání | 30 |
| 6. Kolmá axonometrie | 35 |
| 7. Středové promítání | 43 |
| 8. Lineární perspektiva | 44 |
| 9. Šroubovice a šroubové plochy | 51 |
| 10. Zborcené plochy | 54 |
| Reference | 61 |

1. KUŽELOSEČKY

1.1. Kuželosečky - Důležité definice a věty.

I. Elipsa: Elipsa \mathcal{E} je množina všech bodů v \mathbb{E}_2 , které mají od dvou pevných (různých) bodů v \mathbb{E}_2 , zvaných ohniska (značíme F_1, F_2) stálý součet vzdáleností rovný $2a$, který je větší než vzdálenost obou ohnisek.

Věta_T: V každém bodě \mathcal{E} existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle t , dotykový bod T). Normála n je kolmá na tečnu t v bodě T a pólí *vnitřní úhel průvodičů*.

Věta_P: Množina pat P kolmic spuštěných z ohnisek elipsy \mathcal{E} na její tečny je *vrcholová* kružnice $k(S, a)$.

Věta_Q: Množina bodů Q souměrně sdružených s jedním ohniskem elipsy \mathcal{E} (například F_1) podle jejich tečen je *řídící* kružnice se středem v druhém ohnisku (F_2) a poloměrem $r = 2a$. Přitom platí $T \in QF_2$.

II. Hyperbola: Hyperbola \mathcal{H} je množina všech bodů v \mathbb{E}_2 , které mají od dvou pevných (různých) bodů v \mathbb{E}_2 , zvaných ohniska (značíme F_1, F_2) stálý rozdíl vzdáleností rovný $2a$, který je menší než vzdálenost obou ohnisek.

Věta_T: V každém bodě \mathcal{H} existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle t , dotykový bod T). Normála n je kolmá na tečnu t v bodě T a pólí *vnitřní úhel průvodičů*.

Věta_P: Množina pat P kolmic spuštěných z ohnisek hyperboly \mathcal{H} na její tečny je *vrcholová* kružnice $k(S, a)$.

Věta_Q: Množina bodů Q souměrně sdružených s jedním ohniskem hyperboly \mathcal{H} (například F_1) podle jejich tečen je *řídící* kružnice se středem v druhém ohnisku (F_2) a poloměrem $r = 2a$. Přitom platí $T \in QF_2$.

III. Parabola: Parabola \mathcal{P} je množina všech bodů v \mathbb{E}_2 , které mají od pevného bodu F v \mathbb{E}_2 , zvaného ohnisko, a pevné přímky d , zvané řídící přímka, která tímto bodem neprochází, stejné vzdálenosti.

Věta_T: V každém bodě \mathcal{P} existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle t , dotykový bod T). Normála n je kolmá na tečnu t v bodě T a pólí *vnitřní úhel průvodičů*. $\implies t_V \parallel d$

Věta_P: Množina pat P kolmic spuštěných z ohniska F paraboly \mathcal{P} na její tečny je vrcholová tečna t_V .

Věta_Q: Množina bodů Q , souměrně sdružených s ohniskem F podle tečen paraboly \mathcal{P} , je řídící přímka d .

Věta: Subtangenta je půlena vrcholem V .

Věta: Délka subnormály je rovna velikosti parametru p .

1.2.

- NP (a) Je dána elipsa $\mathcal{E}(F_1, F_2, a)$, $|F_1F_2| < 2a$. Sestrojte několik bodů elipsy, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruujte kružnice z vět V_P, V_Q .
- (b) Je dána elipsa $\mathcal{E}(A, B, e)$ a bod R . Sestrojte tečny z bodu R k elipse \mathcal{E} , určete body dotyku.
- (c) Je dána elipsa $\mathcal{E}(A, B, e)$ a směr s . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k elipse \mathcal{E} , určete body dotyku.

NP Sestrojte elipsu, je-li dáno:

- (a) $\mathcal{E}(A, S, t)$,
- (b) $\mathcal{E}(A, C, a)$,
- (c) $\mathcal{E}(F_1, C, M)$,
- (d) $\mathcal{E}(F, G, b)$,
- (e) $\mathcal{E}(F, C, b)$,
- (f) $\mathcal{E}(F, M_1, M_2, a)$,
- (g) $\mathcal{E}(F, t, a, e)$,
- (h) $\mathcal{E}(F, t + T, M)$.

kde A je koncový bod hlavní osy, C koncový bod vedlejší osy, S střed elipsy, M obecný bod kuželosečky, F, G ohniska, a délka hlavní poloosy, b délka vedlejší poloosy, e excentricita (výstřednost $|FS|$), t tečna, T bod dotyku. Polohy zadaných prvků si volte přiměřeně ke tvaru kuželosečky sami.

- NP (a) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(F_1, F_2, a)$, $|F_1F_2| > 2a$. Sestrojte několik bodů hyperboly, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruujte kružnice z vět V_P, V_Q .
- (b) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(F_1, F_2, A)$ a bod R . Sestrojte tečny z bodu R k hyperbole \mathcal{H} , určete body dotyku.
- (c) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(A, B, e)$ a směr s . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k hyperbole \mathcal{H} , určete body dotyku.

Poznámka: Úloha nemá řešení pro směr s , pokud s' , kde $s' \parallel s$, $S \in s$, neleží v úhlu asymptot obsahující vedlejší osu hyperboly \mathcal{H} .

NP Sestrojte hyperbolu, je-li dáno:

- (a) $\mathcal{H}(A, B, t)$,
- (b) $\mathcal{H}(F, o, p)$,
- (c) $\mathcal{H}(F, p, t)$,
- (d) $\mathcal{H}(F, s^p, s^q, e)$.

kde p, q jsou asymptoty, s^p a s^q pouze jejich směry.

- NP (a) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$. Sestrojte několik bodů paraboly, hyperoskulační kružnici, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruujte přímky z vět V_P, V_Q .
- (b) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$ a bod R . Sestrojte tečny z bodu R k parabole \mathcal{P} , určete body dotyku.
- (c) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$ a směr s . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k parabole \mathcal{P} , určete body dotyku.

NP Sestrojte parabolu, je-li dáno:

- (a) $\mathcal{P}(M_1, M_2, d)$,
- (b) $\mathcal{P}(F, M, t)$,
- (c) $\mathcal{P}(d, t + T)$,
- (d) $\mathcal{P}(v, t + T)$.

kde $t + T$ je tečna t s dotykovým bodem T , d je řídicí přímka, v je vrcholová tečna, p je parametr (tj. vzdálenost ohniska F od řídicí přímky d).

2. AFINITA A KOLINEACE

NP Ve středové kolineaci $(S, o, u' \rightarrow \infty u)$ je dána přímka $\leftrightarrow A'B'$. Sestrojte její kolineární obraz AB . $S[18, 30]$, $o(-16; -10)$, $u'(-64; -40)$, $A'[-20; 19]$, $B'[21; 0]$.

Souřadnice přímky $o(x, y)$... x je souřadnice průsečíku osy kolineace o s x -ovou osou souřadné soustavy, y je souřadnice průsečíku osy kolineace o s y -ovou osou souřadné soustavy.

NP Ve středové kolineaci $(S, o, u \rightarrow \infty u')$ je dán $\triangle ABC$, $A \in u$, sestrojte jeho kolineární obraz $A'B'C'$. $S[18; 57]$, $o(-16; -15)$, $u(30; 28)$, $A[30; 0]$, $B[-60; 31]$, $C[8; -16]$.

NP Ve středové kolineaci $(S, o, A \rightarrow A')$ najděte kolineární obraz pravidelného šestiúhelníku $ABCDEF$.

NP Ve středové kolineaci $(S, o, A \rightarrow \infty A')$ najděte kolineární obraz pravidelného šestiúhelníku $ABCDEF$.

NP Ve středové kolineaci $(S, o, u \rightarrow \infty u')$ sestrojte odpovídající přímky k přímkám a , b , c . (Poloha přímky a vůči ose o je různoběžná, b je s osou rovnoběžná, c je k ose kolmá), kde u je úběžnice, k níž koresponduje nevlastní přímka $\infty u'$ roviny.

NP Afinní obraz pravidelného mnohoúhelníku a kružnice.

(a) Je dána afinita $(o, A \rightarrow A')$. K danému pravidelnému pětiúhelníku $ABCDE$ sestrojte afinní obraz $A'B'C'D'E'$. Pětiúhelník je dán středem S a vrcholem A . $S[-90; 35]$, $A[-90; 80]$, $A'[-10; -65]$, $o = (P, Q)$, $P[-120; -60]$, $Q[70; 90]$.

(b) Je dána afinita $(o, S \rightarrow S')$. Určete obraz kružnice $k(S, r)$. $S[-15; 60]$, $r = 45$, $S'[15, -45]$, $o = x$.

NP (a) Elipsa \mathcal{E} je určena sdruženými průměry KL , MN . Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny z vnějšího bodu R .

(b) Elipsa \mathcal{E} je určena sdruženými průměry KL , MN . Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny aby byly rovnoběžné s předem daným směrem s .

Elipse \mathcal{E} určené sdruženými průměry KL , MN přiřadíme afinně kružnici e' (např. nad průměrem KL , tedy $K = K'$, $L = L'$; $M \rightarrow M'$). Osa afinity $o = KL$ a dvojice odpovídajících si bodů M , M' určují šikmou afinitu.

NP Elipsa je dána sdruženými průměry. Vyrýsujte elipsu (*Rytzova konstrukce os elipsy*).

NP V perspektivní kolineaci v rovině zadané středem S , osou o a úběžnicí u sestrojte kolineární obraz kružnice $k(Q, r)$:

(a) $S[-15; -55]$, $o = x$, $u(\infty; -40)$, $Q[0; 10]$, $r = 35$,

(b) $S[-60; -30]$, $o = x$, $u(\infty; -65)$, $Q[0; -37]$, $r = 28$,

(c) $S[8; -31]$, $o = x$, $u(\infty; -21)$, $Q[0; -6]$, $r = 20$.

NP V perspektivní kolineaci v rovině zadané středem S , osou o a úběžnicí u' sestrojte kolineární obraz kružnice $k'(Q', r)$:

(a) $S[50; -5]$, $o(\infty; 40)$, $u'(\infty; -40)$, $Q'[20; 20]$, $r = 30$,

(b) $S[-40; -30]$, $o(\infty; -50)$, $u'(\infty; 30)$, $Q'[0; 0]$, $r = 30$,

(c) $S[15; 10]$, $o(\infty; 25)$, $u'(\infty; 0)$, $Q'[0; -25]$, $r = 30$.

3. EUKLIDOVSKÁ ŘEŠENÍ KONSTRUKCE OBJEKTŮ

NP Zapište postup při konstrukci následujících těles:

- (a) Sestrojte pravidelný čtyřboký hranol, je-li dán bod A – vrchol podstavy hranolu, jeho osa o a výška v .
- (b) Sestrojte kulovou plochu, je-li dán bod A kulové plochy a tečná rovina τ kulové plochy s bodem dotyku T .

NP Zapište postup při konstrukci následujících těles:

- (a) Sestrojte krychli $ABCD A' B' C' D'$, je-li dán vrchol A krychle a přímka hrany krychle q , $A \notin q$.
Uvědomte si nejednoznačnost zadání, uveďte postup pro oba případy.
- (b) Zobrazte kulovou plochu, jsou-li dány tři body A, B, C této kulové plochy a její poloměr r .

NP Zapište postup při konstrukci následujících těles:

- (a) Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$, je-li dána jeho boční hrana a s bodem dotyku A a bod C podstavy $ABCD$.
- (b) Zobrazte rotační kužel, je-li dána rovina podstavy ρ se středem podstavy S a dále je dána tečná rovina τ kužele.

4. KÓTOVANÉ PROMÍTÁNÍ,
TEORETICKÉ ŘEŠENÍ STŘECH,
TOPOGRAFICKÉ PLOCHY

Pro vynášení bodů volte pomocnou pravoúhlou levotočivou souřadnou soustavu (O, x, y, z) . Počátek souřadné soustavy je v bodě O , osa x je vodorovná.

Při zadání roviny pomocí jejích tří souřadnic $\rho(x; y; z)$ – vycházíme z úvahy, že půdorysná stopa p^ρ prochází body $[x; 0; 0]$, $[0; y; 0]$ a třetí bod roviny má souřadnice $[0; 0; z]$. Je možné také uvažovat místo bodu $[0; 0; z]$ hlavní přímkou o kótě z , její půdorys prochází počátkem a z vlastností hlavních přímek dále plyne, že je rovnoběžný se stopou.

- NP (a) Je dána přímka $a(A, B)$; $A[30; 50; 40]$, $B[-20; 20; 10]$. Zobrazte přímku a , stopník P přímky a a její odchylku od půdorysny π .
- (b) Na přímce $p(A, B)$; $A[-40; 50; -10]$, $B[30; 30; 40]$; určete bod M , jehož kóta $z = 25$.
- (c) Zobrazte přímku $p(A, B)$ a body C, D, E , které na ní leží, $A[-30; 20; 45]$, $B[15; 45; 10]$, $C[-20; ?; ?]$, $D[?; 30; ?]$, $E[?; ?; -10]$.
- NP Najděte stopu roviny $\rho(A, B, C)$ a hlavní přímkou o kótě 40.
 $A[50; 50; 30]$, $B[0; -10; 50]$, $C[-30; 30; 20]$.
- NP Je dána přímka $a(E, F)$ a bod A . Určete obraz rovnostranného trojúhelníka $\triangle ABC$ o vrcholu A , jehož strana BC leží na přímce a .
 $E[30; 10; 20]$, $F[-30; 50; 60]$, $A[0; 60; 10]$.
- NP Určete vzdálenost bodu V od roviny $\rho(A, B, C)$.
 $V[0; 20; 70]$, $A[-50; 80; 80]$, $B[-20; 30; 60]$, $C[30; 10; 20]$.
- NP Určete průmět čtverce s vrcholem $A[40; 50; 20]$, jehož úhlopříčka BD leží na přímce $e(Q, R)$. $Q[-20; 0; 60]$, $R[20; 90; 20]$.
- NP Určete průmět kružnice k ležící v rovině $\rho(-60; 75; 60)$, která je dána středem $S[15; ?; 40]$ a poloměrem $r = 35$.
- (1) Sestrojte kružnici k , zadanou pomocí tří bodů $A_1(z_A = -10)$, $B_1(z_B = 50)$, $C_1(z_C = 30)$ ležících na kružnici. $A_1B_1 = 83$, $B_1C_1 = 101$, $A_1C_1 = 43$.
- NP Zobrazte dráhu bodu $A[0; 34; 45]$, který rotuje kolem přímky $p(M, Q)$, $M[75; 15; 15]$, $Q[5; 85; 55]$.
- NP Sestrojte krychli $ABCD A'B'C'D'$ o hraně AB , je-li následující vrchol C v průmětně π . $A[0; 20; 10]$, $B[45; 0; 30]$.
- NP Sestrojte krychli s hranou AB ($A[-22; 4; 60]$, $B[0; -24; 40]$), jejíž stěna v rovině α' procházející hranou AB je rovnoběžná s rovinou α . Rovina α je incidentní s přímkou $p = MN$. $M[0; 55; 40]$, $N[71; 58; 0]$. Volte $y_D < y_A$.
- NP Sestrojte pravidelný šestiboký hranol s podstavou v rovině α zadané spádovou přímkou PK . Šestiúhelník podstavy má střed $S[0; 30; ?]$, jedna jeho strana leží na přímce $q = RQ$ ($R[-30; 45; ?]$, $Q[0; 60; ?]$). Výška hranolu je $v = 90$. $P[30; 92; 0]$, $K[-20; 105; 105]$.
- NP Zobrazte pravidelný pětiboký hranol s osou SS' , kde body S a S' jsou středy dolní a horní podstavy. Vrchol A pětiúhelníku podstavy leží na přímce $q = KL$. $S[-30; 30; 30]$, $S'[50; 10; 70]$, $K[10; 30; 17]$, $L[35; 40; 0]$.
- NP Zobrazte pravidelný pětiboký jehlan s osou $o = SV$, $S[0; 30; 30]$, $V[80; 10; 70]$, jehož jedna boční hrana je rovnoběžná s osou x .
- NP Zobrazte pravidelný pětiboký jehlan s osou $o = SV$, jehož jedna boční hrana je rovnoběžná s osou x souřadné soustavy. $S[80; 10; 70]$, $V[0; 30; 30]$.

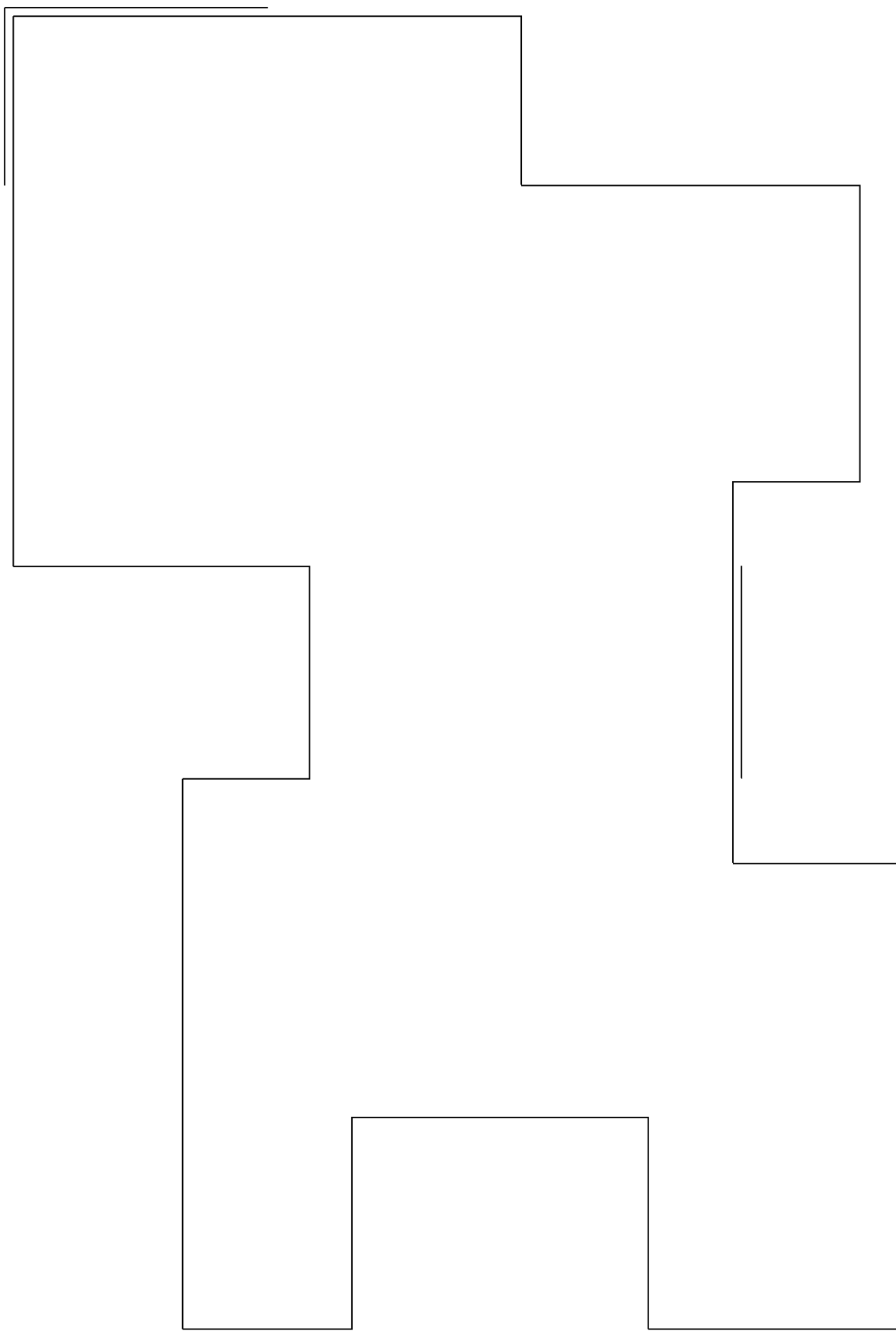
- NP Zobrazte rotační válec s osou $o(S, {}^1S)$ o poloměru podstavy $r = 35$. $S[-20; 40; 30]$, ${}^1S[30; 70; 60]$.
- NP Sestrojte rotační kužel s podstavou v rovině MNR , jehož povrchová přímka $a = PQ$ má od podstavy k vrcholu délku $d = 100$. $P[10; 0; 50]$, $Q[60; 105; 10]$, $M[0; 0; 80]$, $N[-70; 50; 80]$, $R[-40; -30; 30]$.
- (2) Sestrojte rovinný řez kosého hranolu s jednou podstavou v průmětně a druhou podstavou v rovině s průmětnou rovnoběžnou. Podstavy jsou pravidelné šestiúhelníky se středy $S[-50; 50; 0]$, $S'[50; 100; 80]$ a bod $A[-70; 15; 0]$ je jeden vrchol hranolu. Rovina řezu ρ je dána spádovou přímkou $s^\rho(P, N)$. $P[-50; 135; 0]$; $N[-80; 93; 40]$.
- NP Kosý kruhový válec s podstavou v π o středu $S[0; 30; 0]$ a poloměru $r = 25$, jehož druhá podstava má střed $S'[-45; 50; 70]$, protněte rovinou $\rho(\infty; 100; 50)$.
- NP Je dán kosý kruhový válec s podstavou v průmětně π o středu $S[-40; 50; 0]$ a poloměru $r = 25$, jehož druhá podstava má střed $S'[40; 50; 105]$, protněte rovinou $\rho(80; -50; 30)$. Vyznačte body přechodu viditelnosti a viditelnost křivky řezu.
- NP Sestrojte rovinný řez kruhového kužele s podstavou v půdorysně o středu $S[10; 60; 0]$, poloměru $r = 40$ a vrcholu $V[20; 10; 70]$ rovinou $\rho(-10, -20, 10)$.

Jednou z nejdůležitějších součástí řešení úloh o topografických plochách, které vás čekají v následující kapitole, je sestrojování ploch, popřípadě rovin daného spádu korunní hranou silnice. K tomu jsou potřebné následující dvě „základní“ úlohy – sestrojte rovinu daného spádu, respektive sestrojte odchylku dané roviny od průmětny.

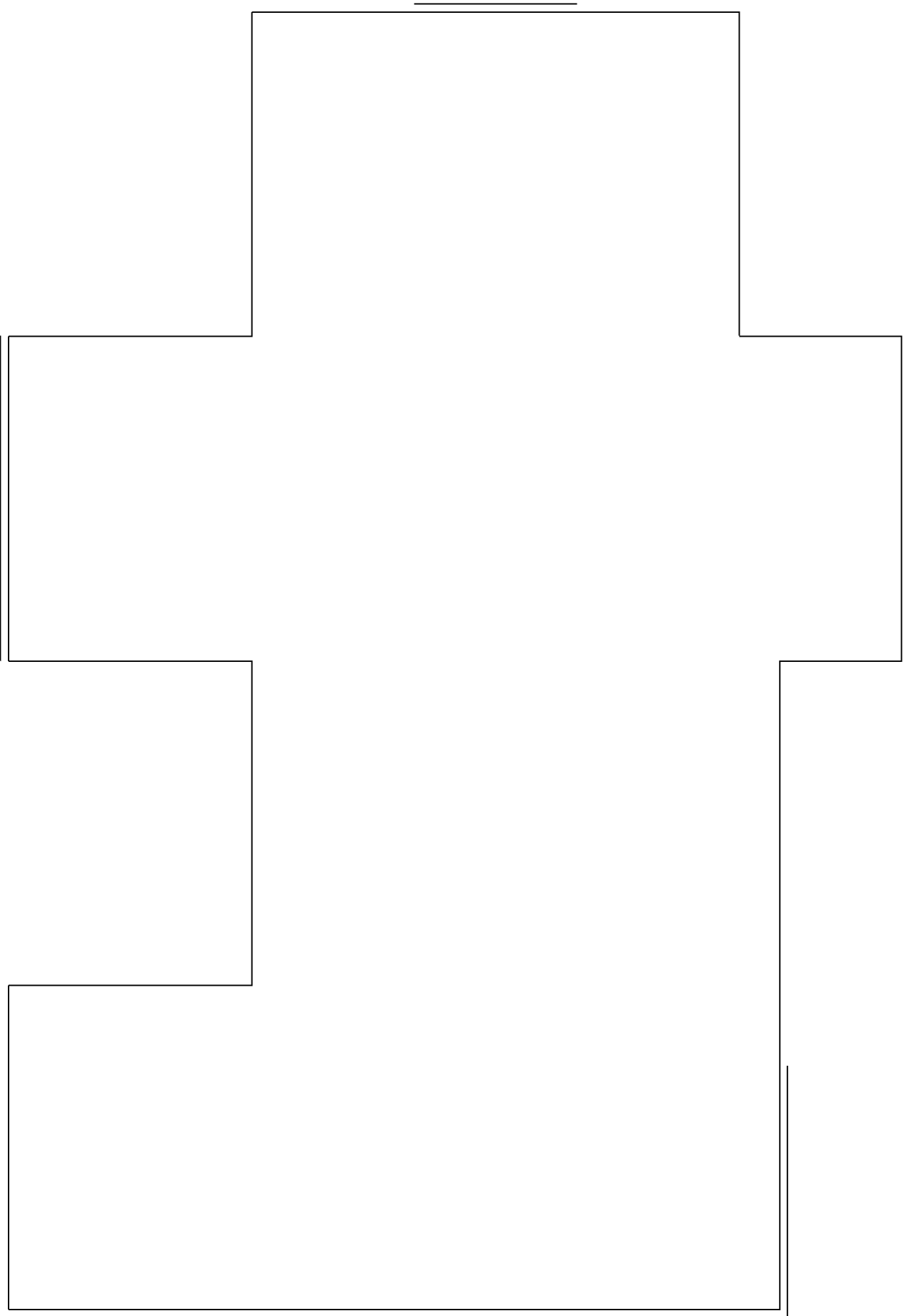
- NP Sestrojte rovinu daného spádu $\text{tg } \alpha = 2/3$ procházející danou přímkou m .
- (a) $m = AB$; $A[-24; 10; 30]$, $B[30; -10; 60]$.
- (b) $m = AB$; $A[-42; -10; 40]$, $B[58; 15; 40]$.
- NP Sestrojte odchylku dané roviny ω od průmětny π (určete spád roviny ω), je-li rovina ω dána:
- (a) spádovým měřítkem $s^\omega = PQ$; $P[-52; 24; 0]$, $Q[0; 0; 20]$.
- (b) hlavními přímkami $h = KL$ a h' , $h' \parallel h$, $M \in h'$; $K[-48; 0; 60]$, $L[56; 20; 60]$, $M[0; 58; 40]$.

NP Narýsujte průmět zastřešení objektu rovinami konstantního spádu s okapovými hranami v jedné rovině a se zakázanými okapy.

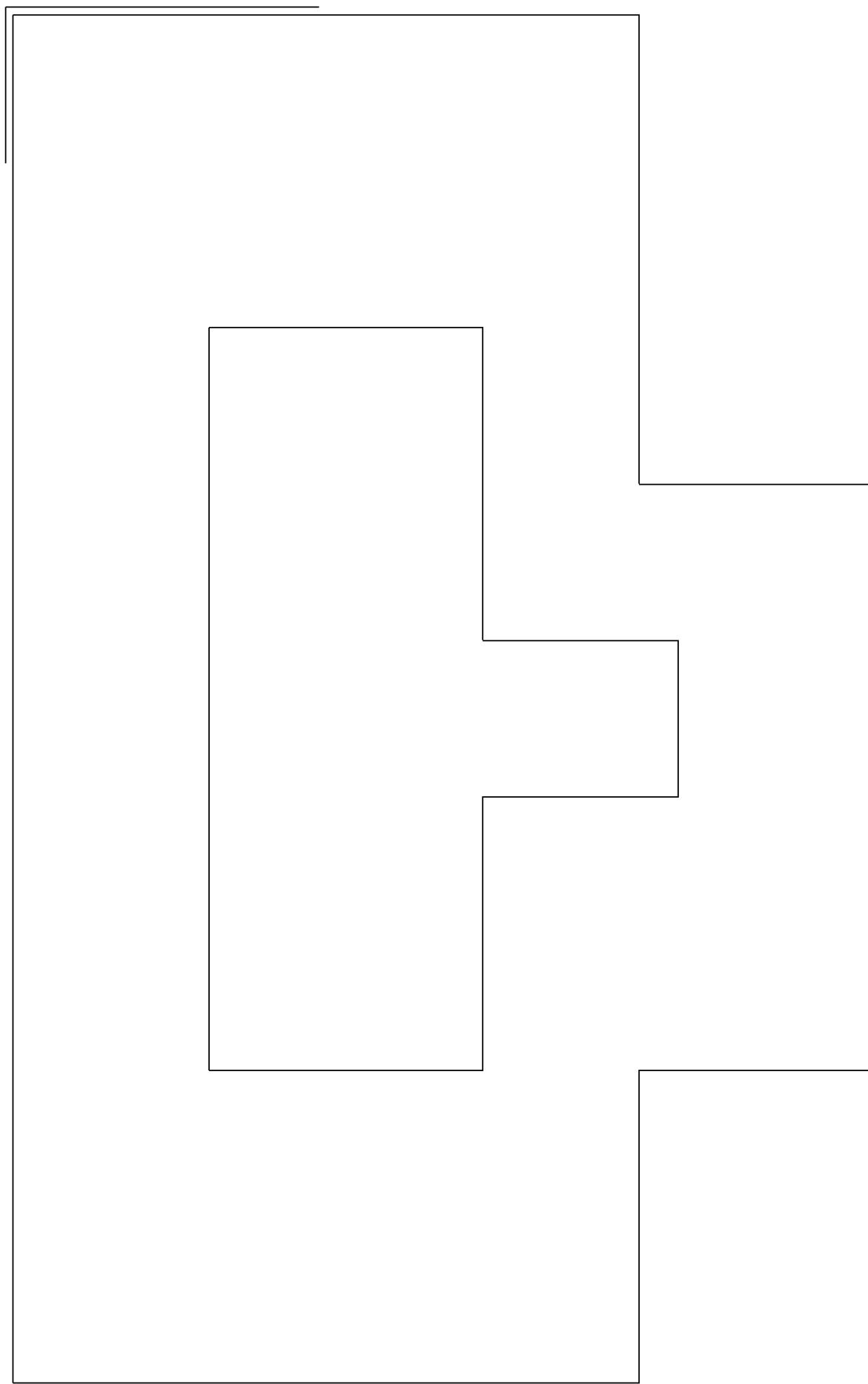
(a)



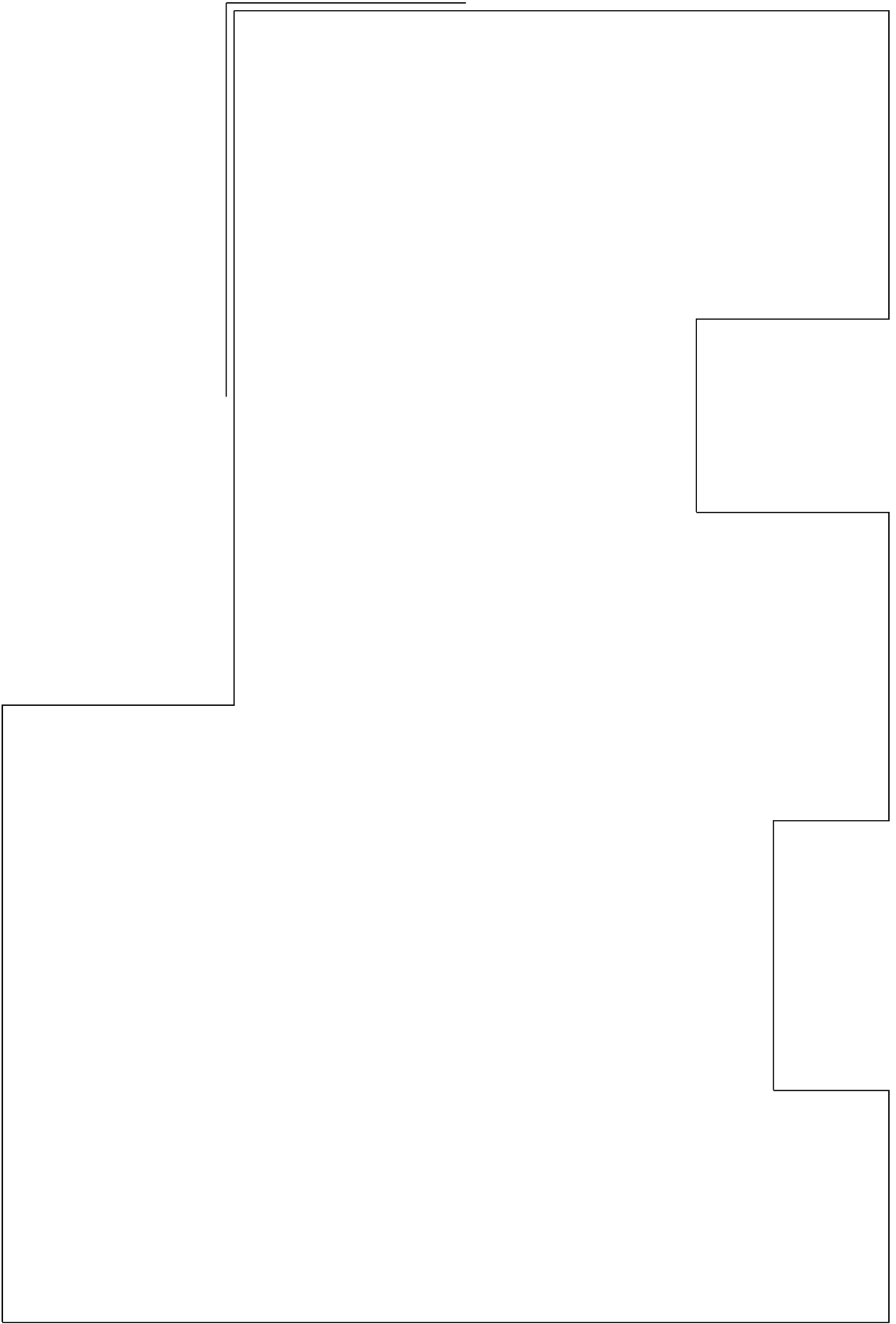
(b)



(d)



(e)

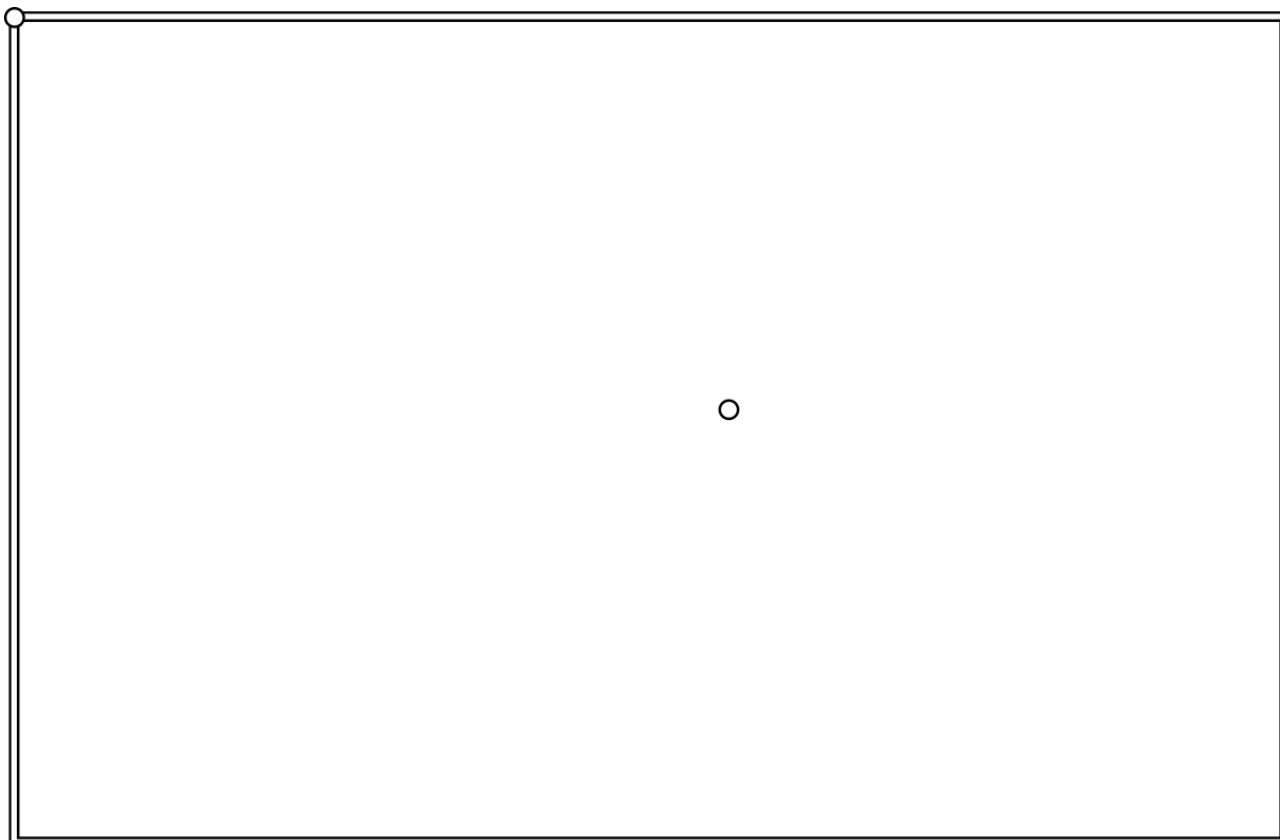


NP Narýsujte průmět zastřešení objektu rovinami konstantního spádu s okapovými hranami v jedné rovině, se zakázanými okapy po celém obvodu střechy a s danými svody.

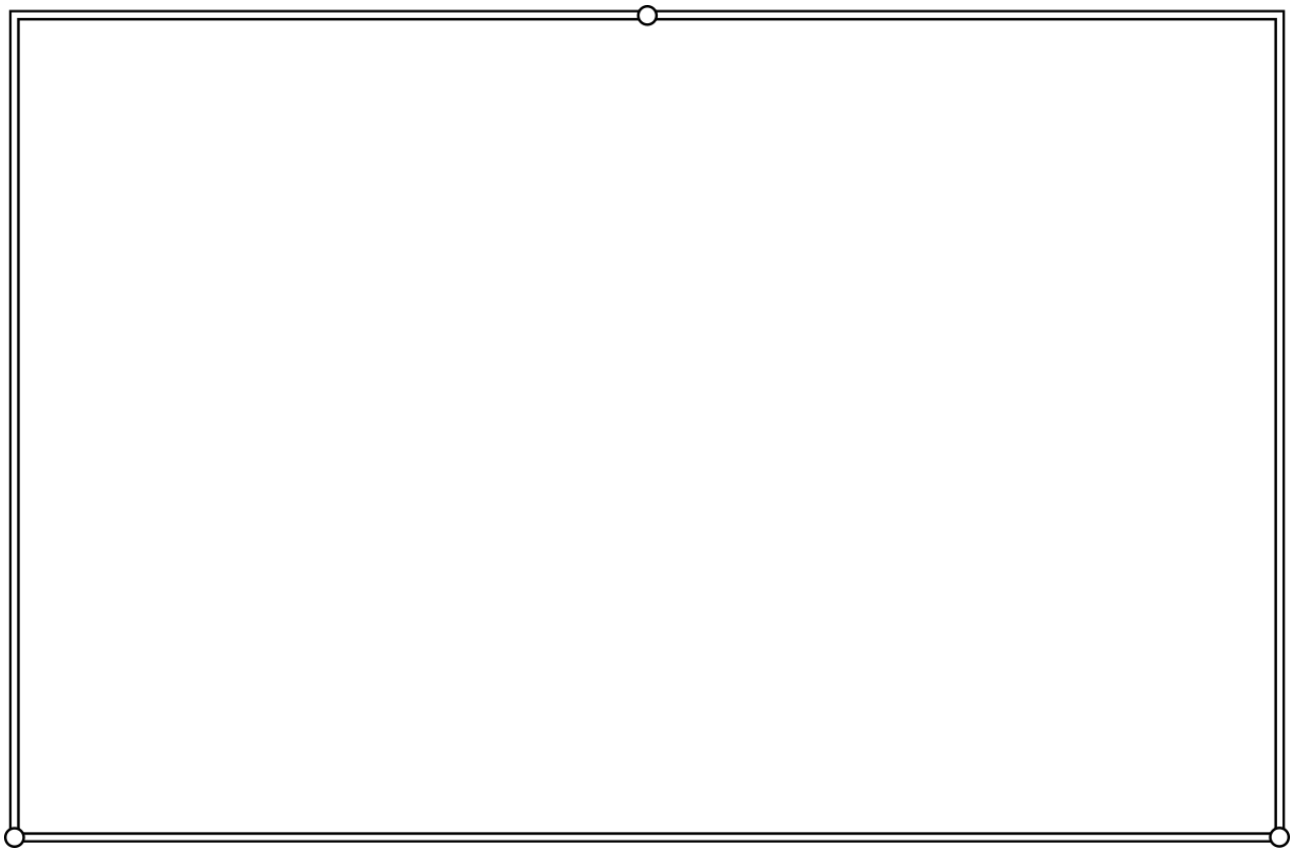
(a)



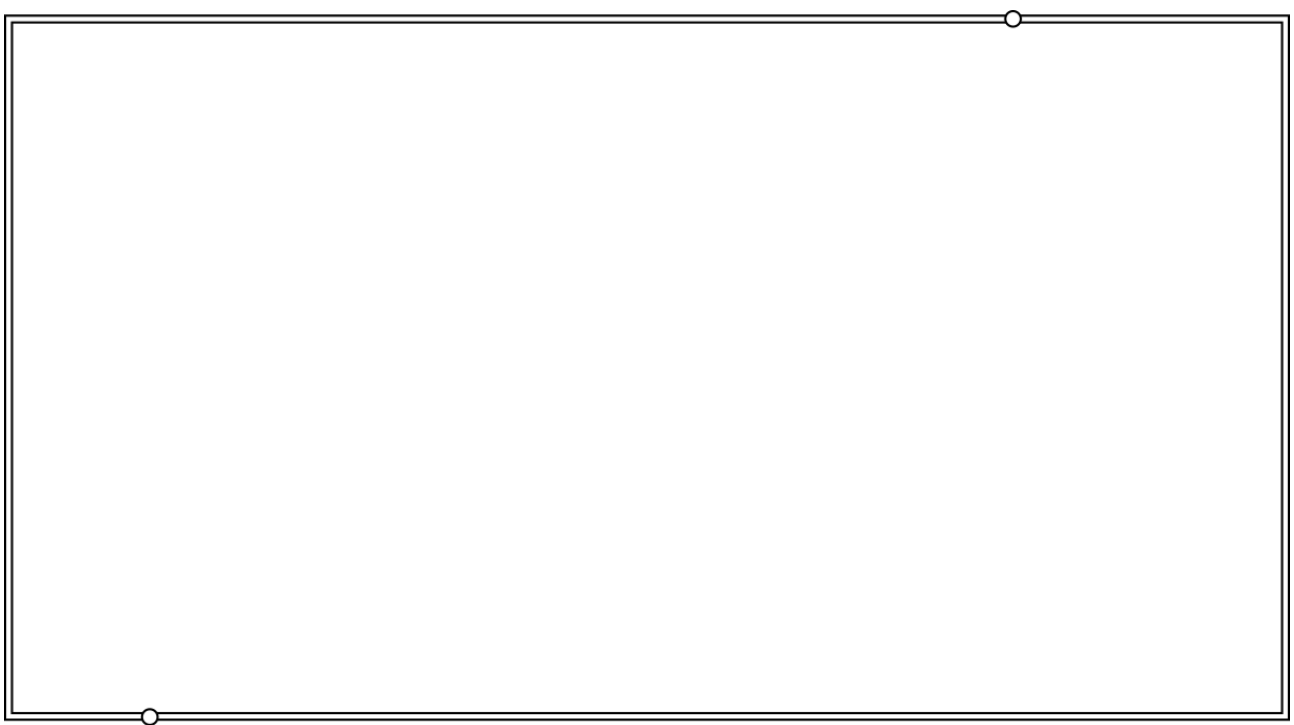
(b)



(c)



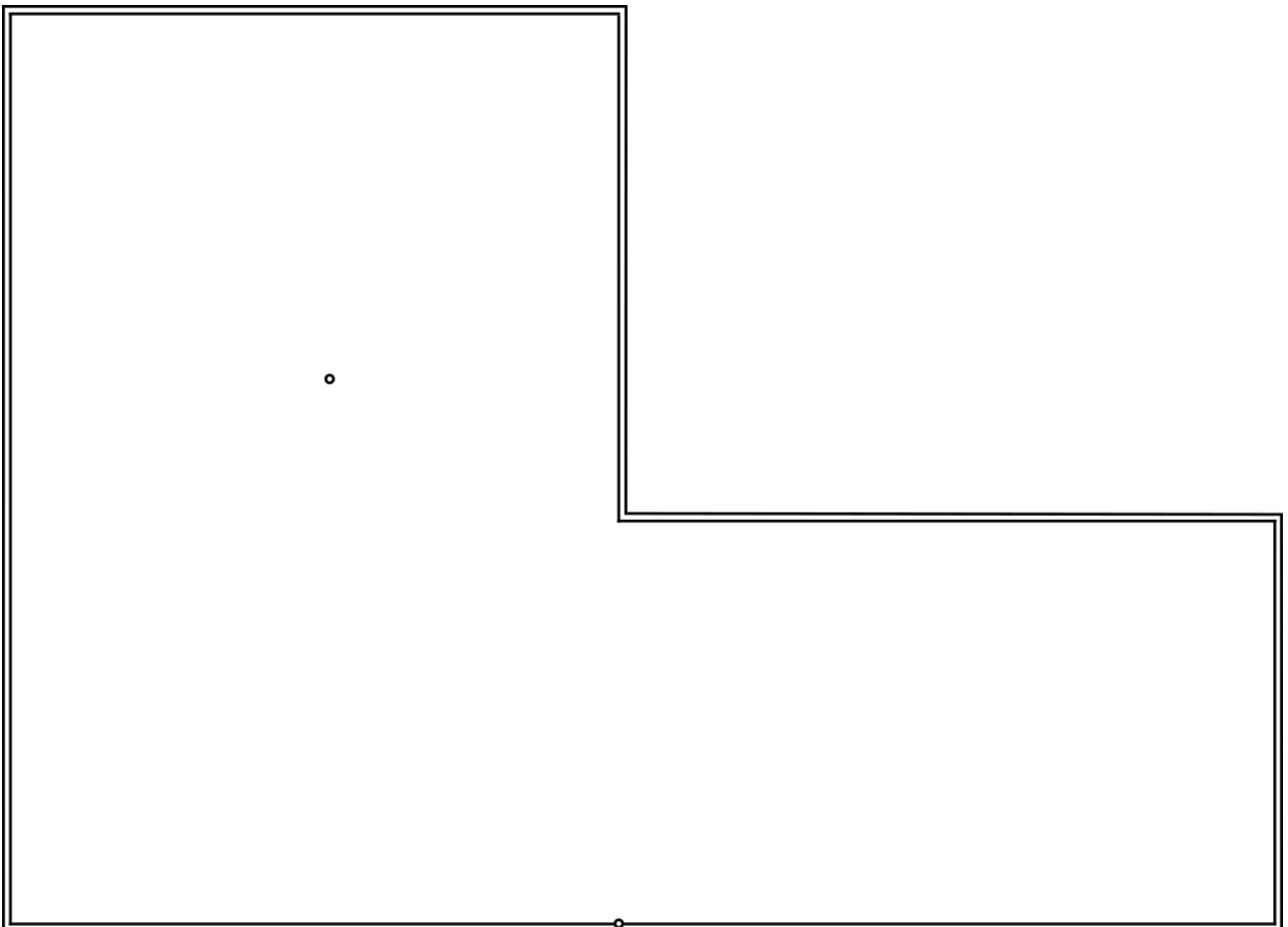
(d)



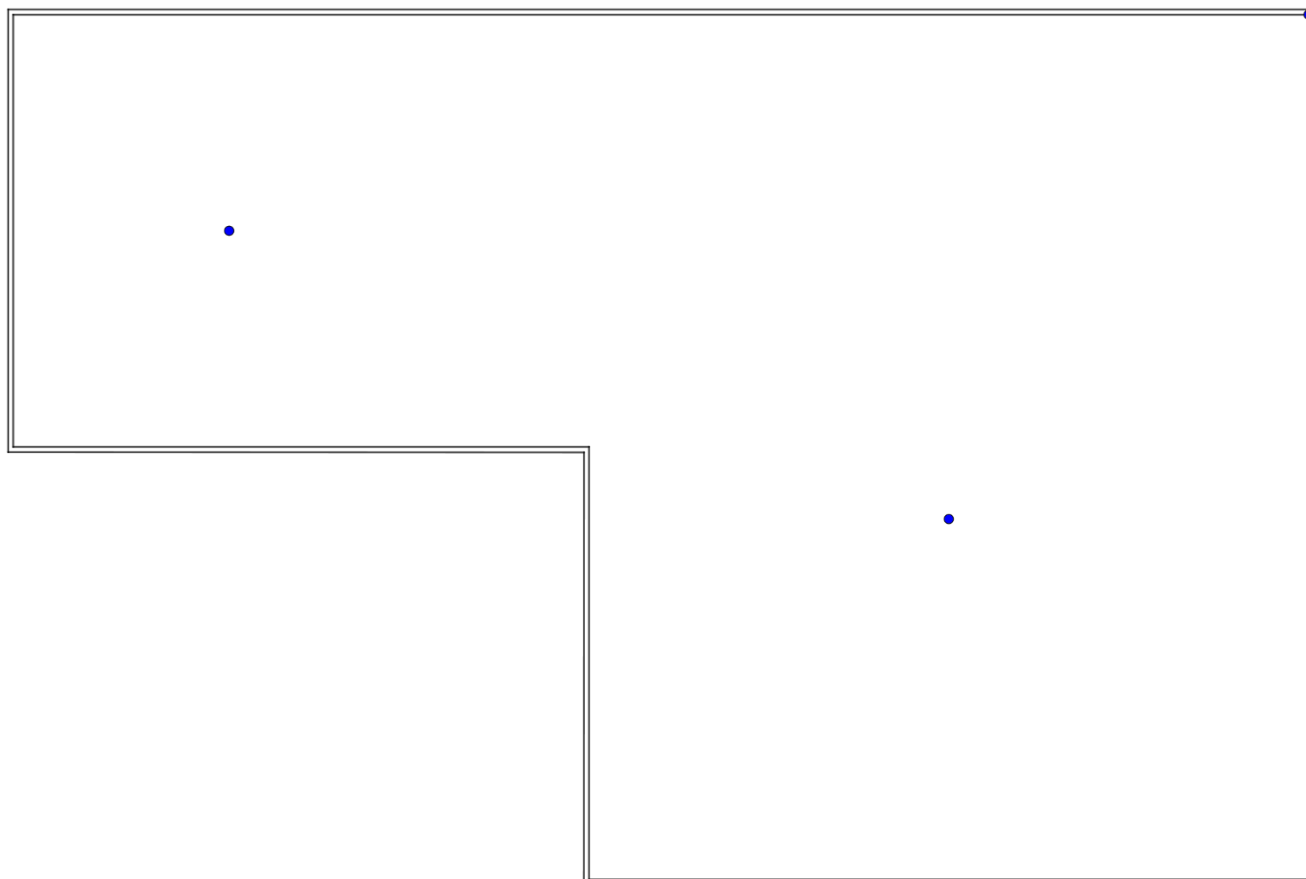
(e)



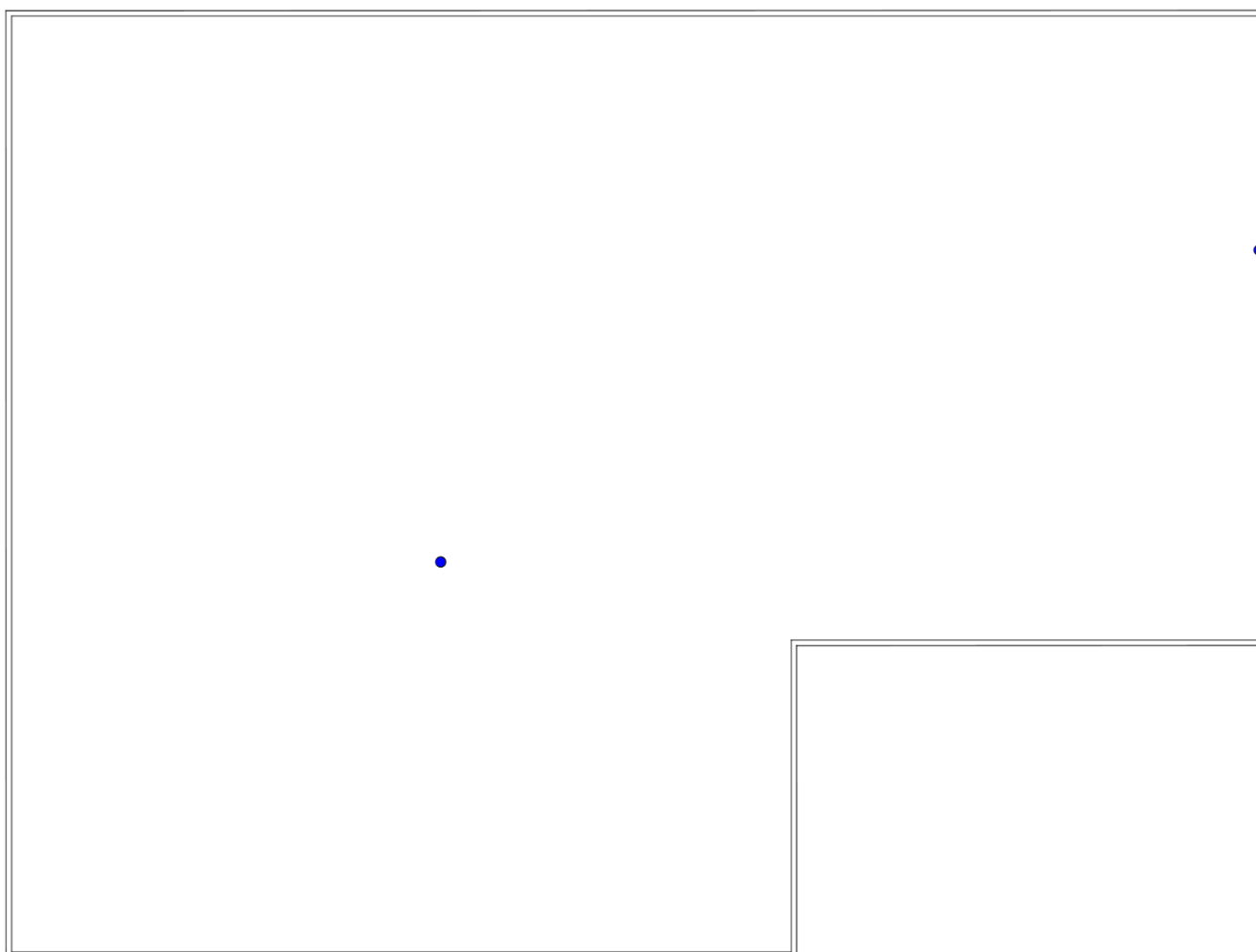
(f)



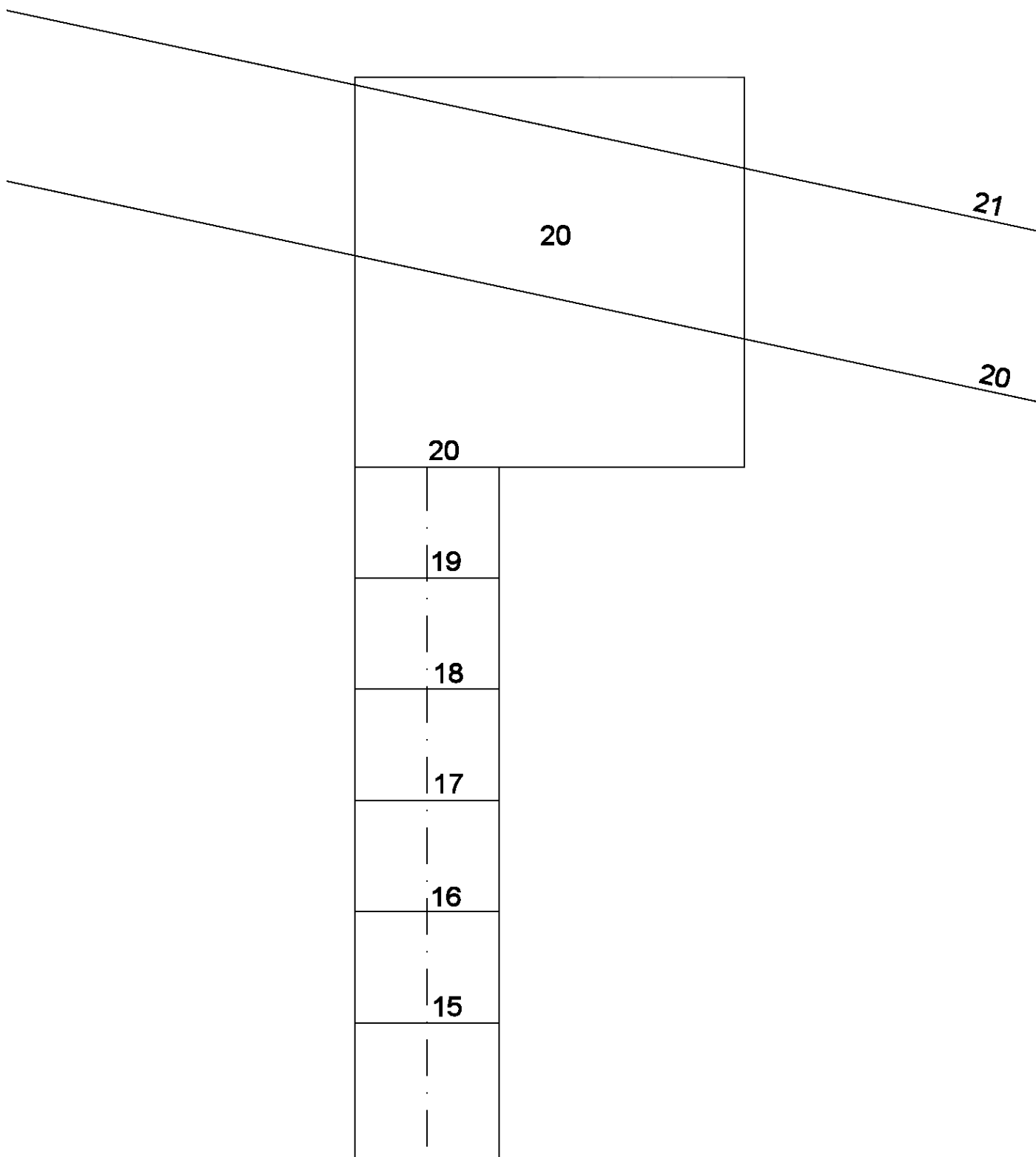
(g)



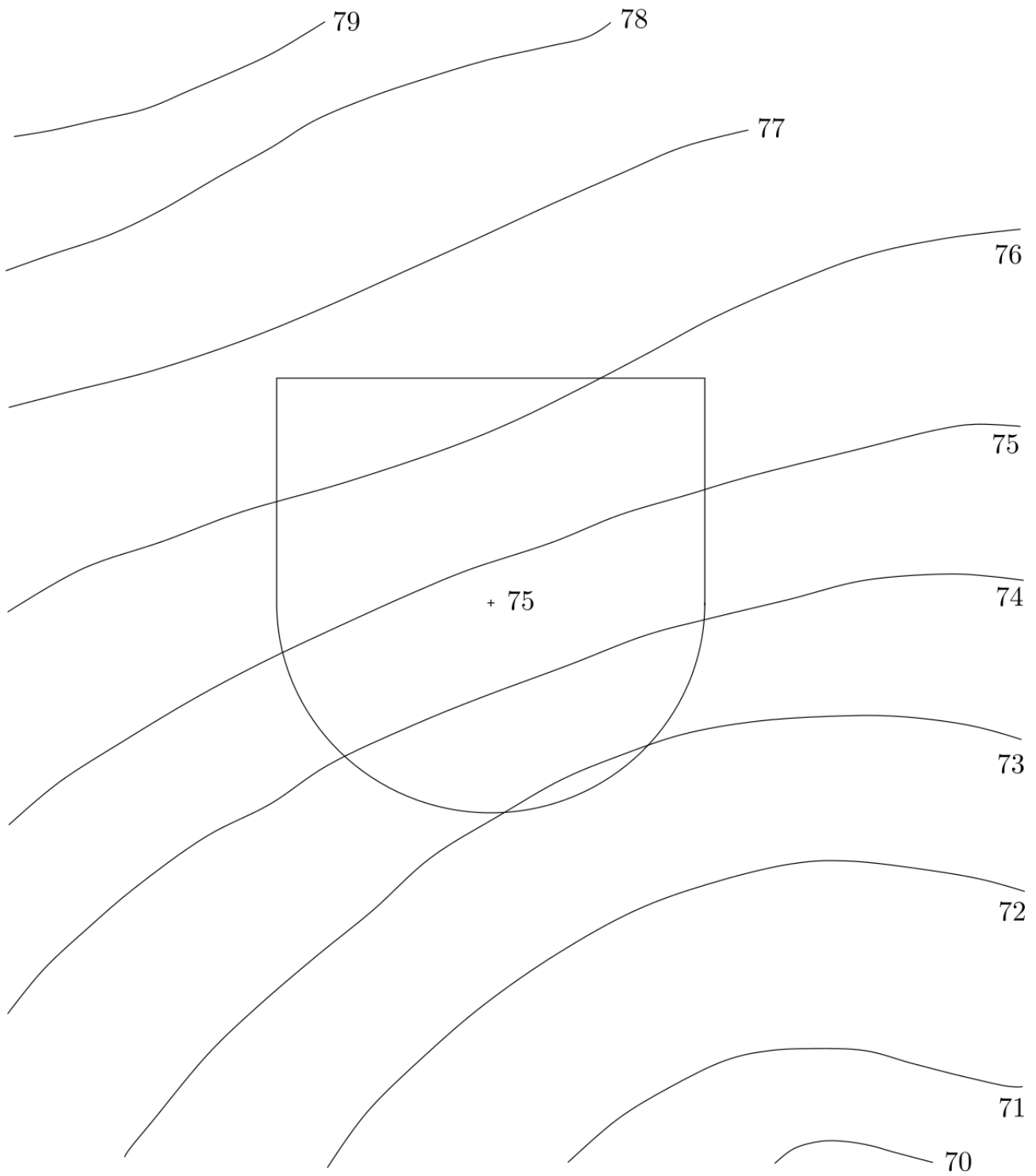
(h)



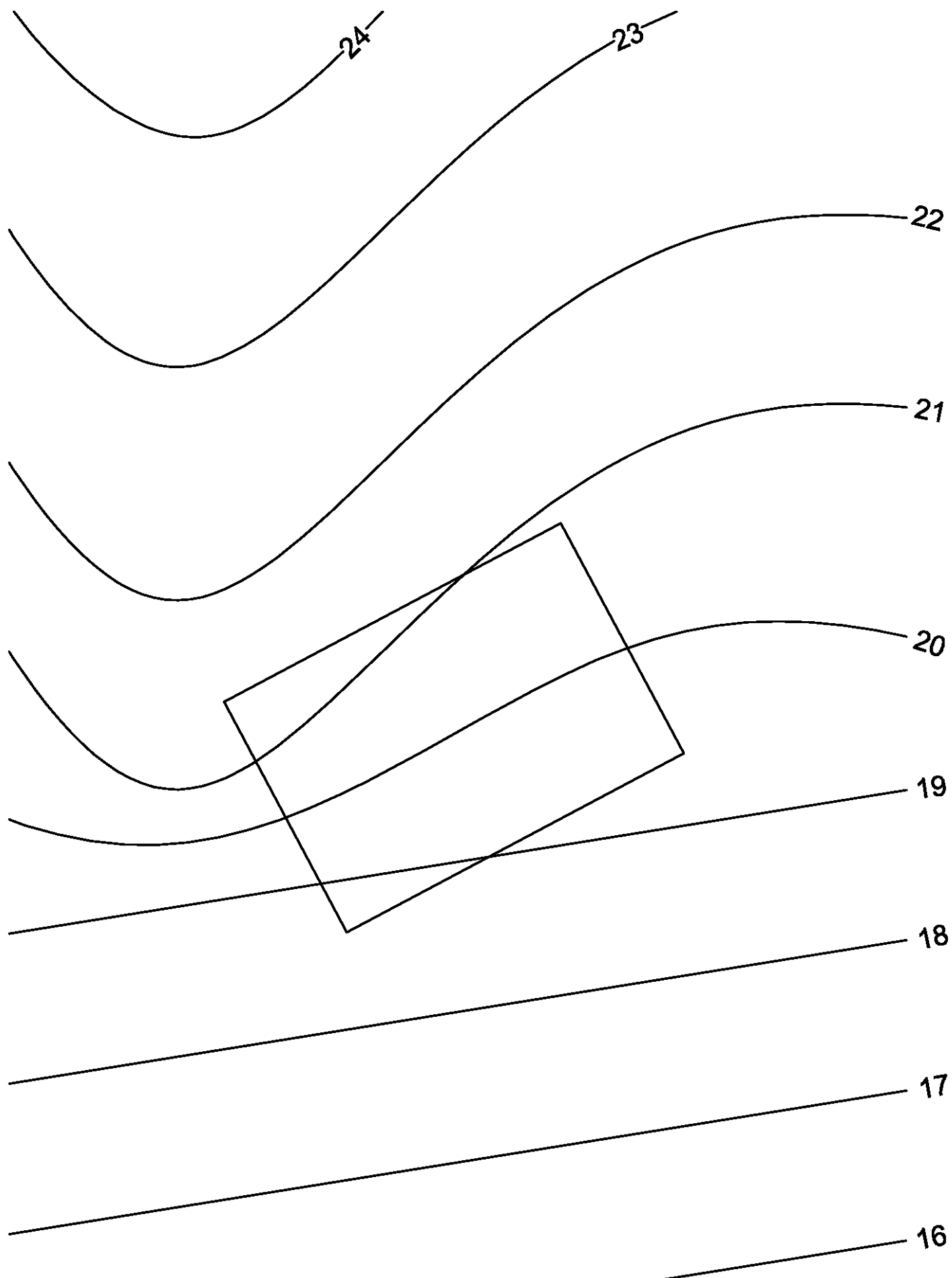
- (3) (a) Určete spojení daného objektu s rovinným terénem pomocí výkopů a násypů. Objekt je tvořen cestou stoupající k plošině, která je ve výšce 20m, rovina terénu je dána hlavními přímkami o kótách 20 a 21. Potřebné násypy mají spád $s_n = 2/3$, výkopy mají spád $s_v = 1$, měřítko je M 1:100.



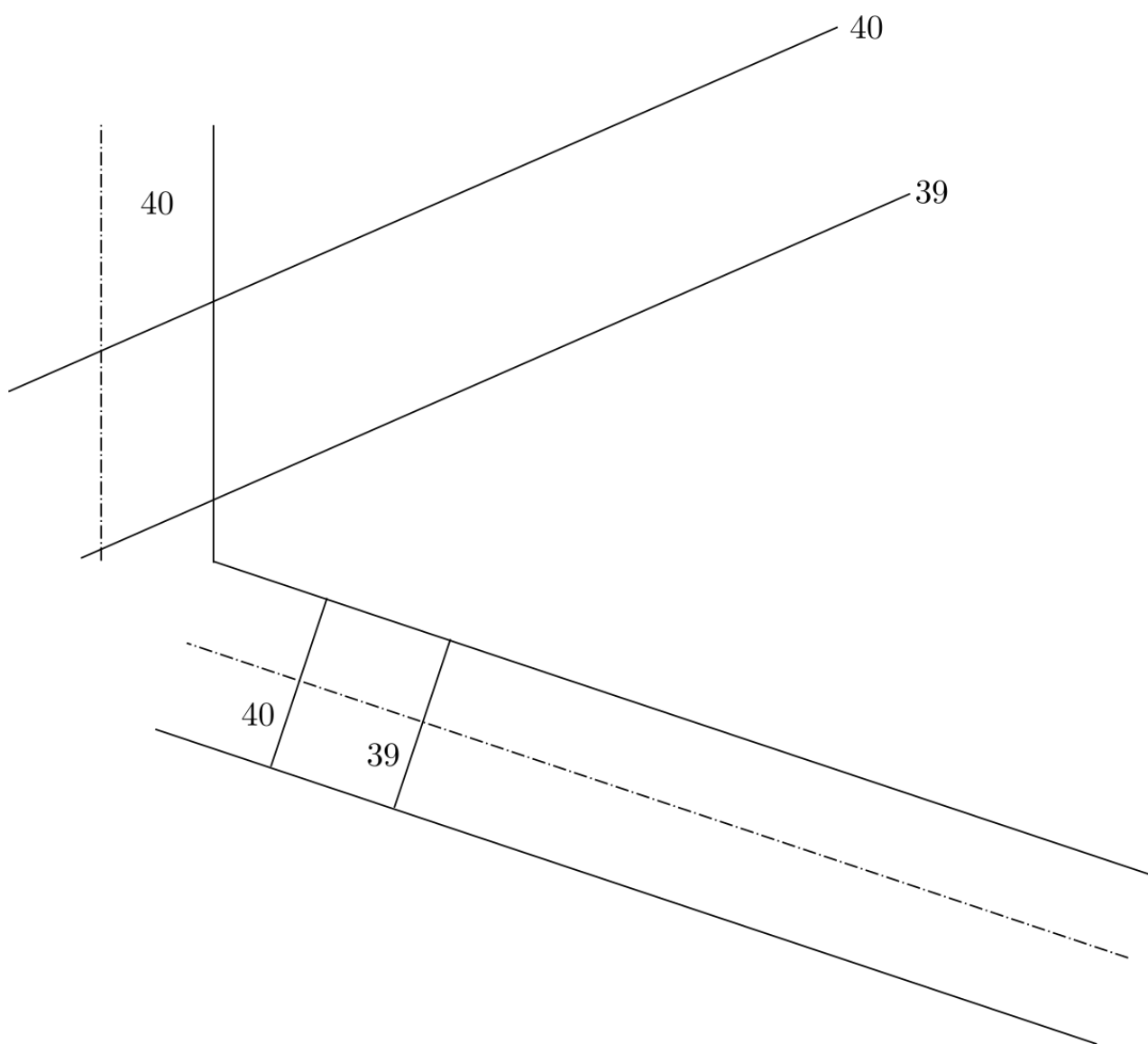
- (b) Sestrojte vodorovnou plošinu, která je v úrovni 75, s plochou terénu. Spád násypu $s_n = 3/4$, spád výkopu $s_v = 1$, měřítko je 1:100.



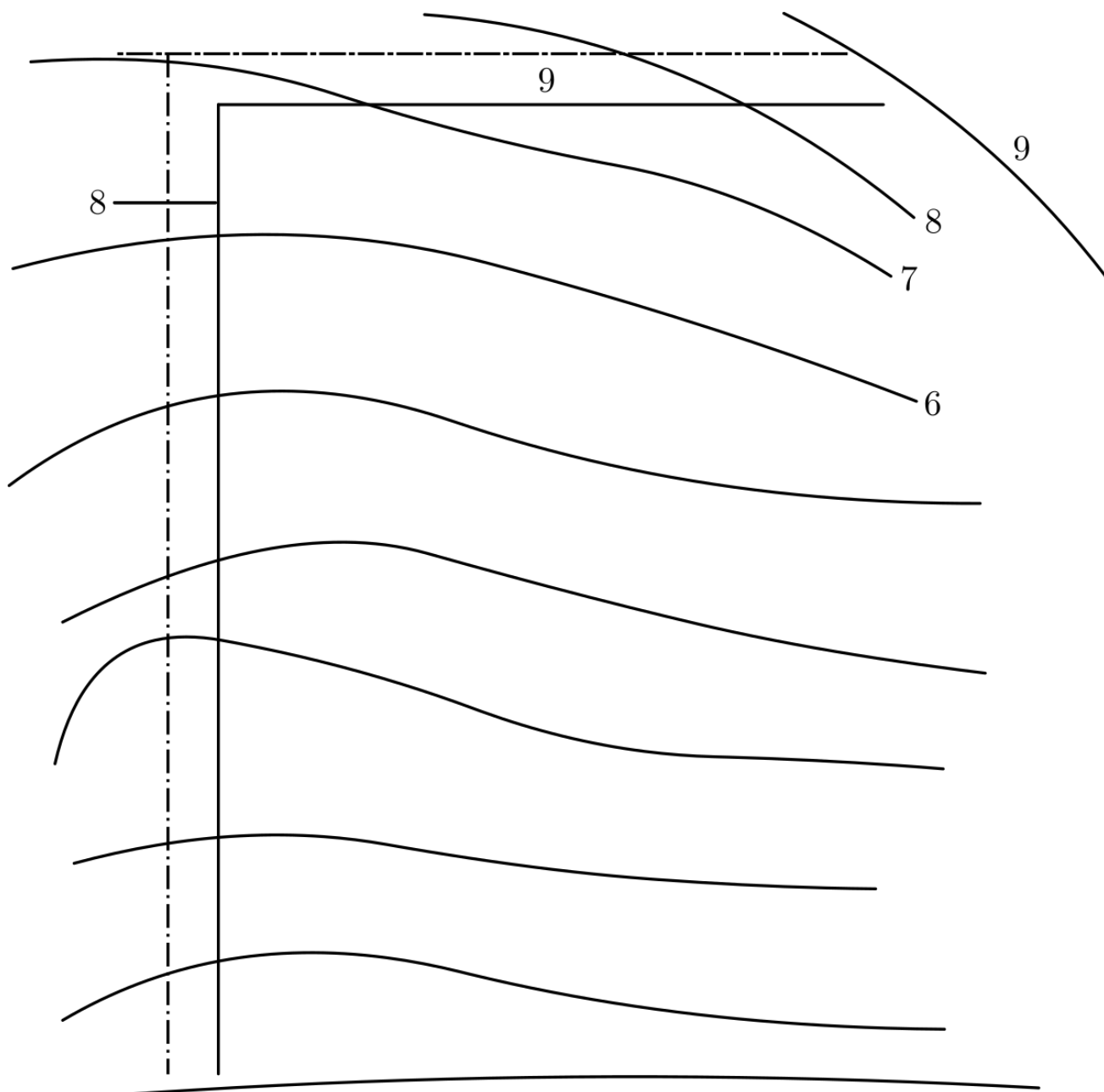
NP Na daném terénu se má vybudovat vodorovná obdélníková plošina ve vrstevní rovině o kótě 20. Potřebné násypy mají spád $s_n = 1$, výkopy mají spád $s_v = 5/6$. Měřítko je 1:100.



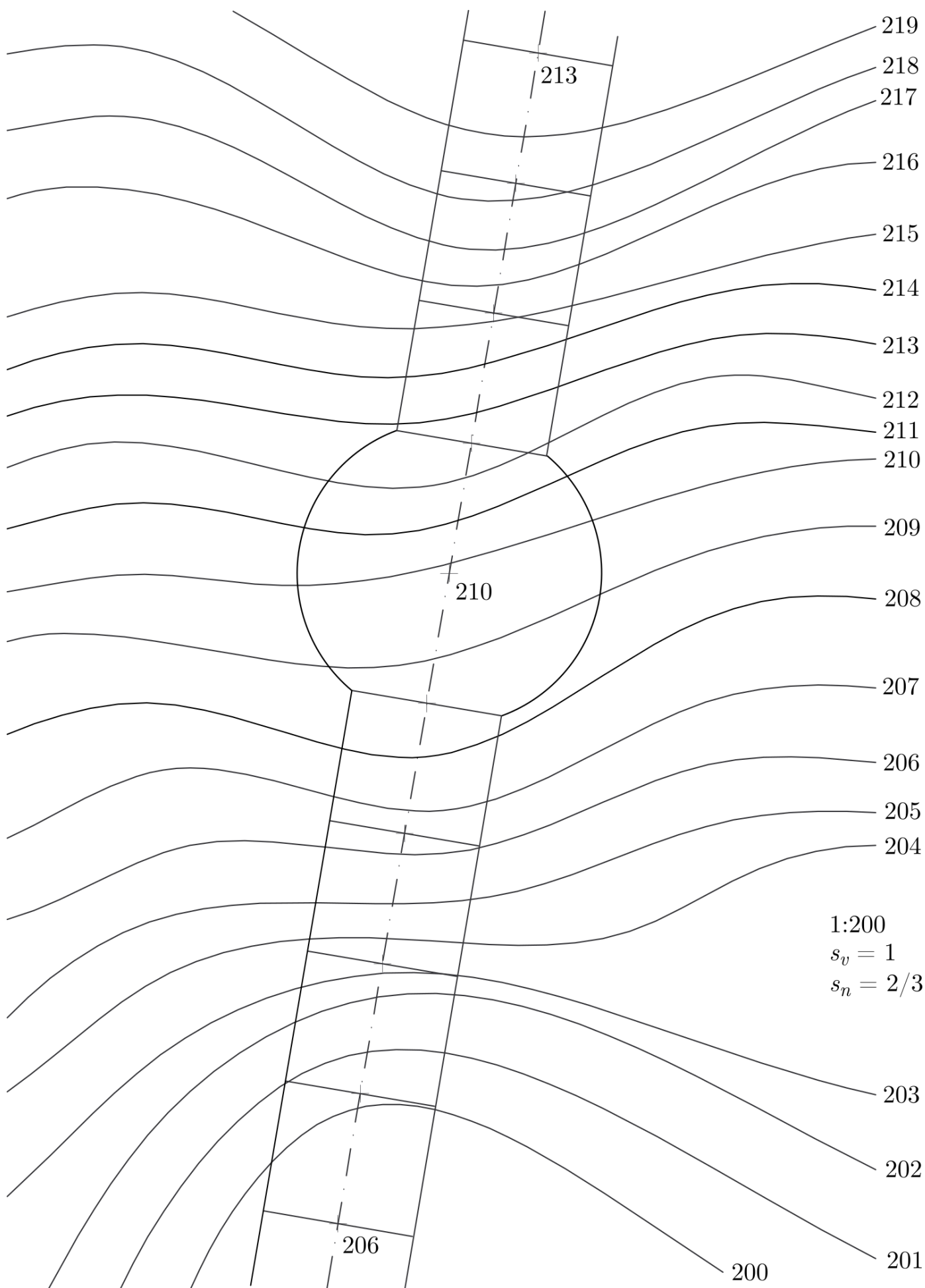
NP Je dána část komunikace. Terén je určený vrstevnicovým plánem. Vyřešte spojení cesty s terénem: $s_n = 1$, $s_v = 5/3$, M 1:100.



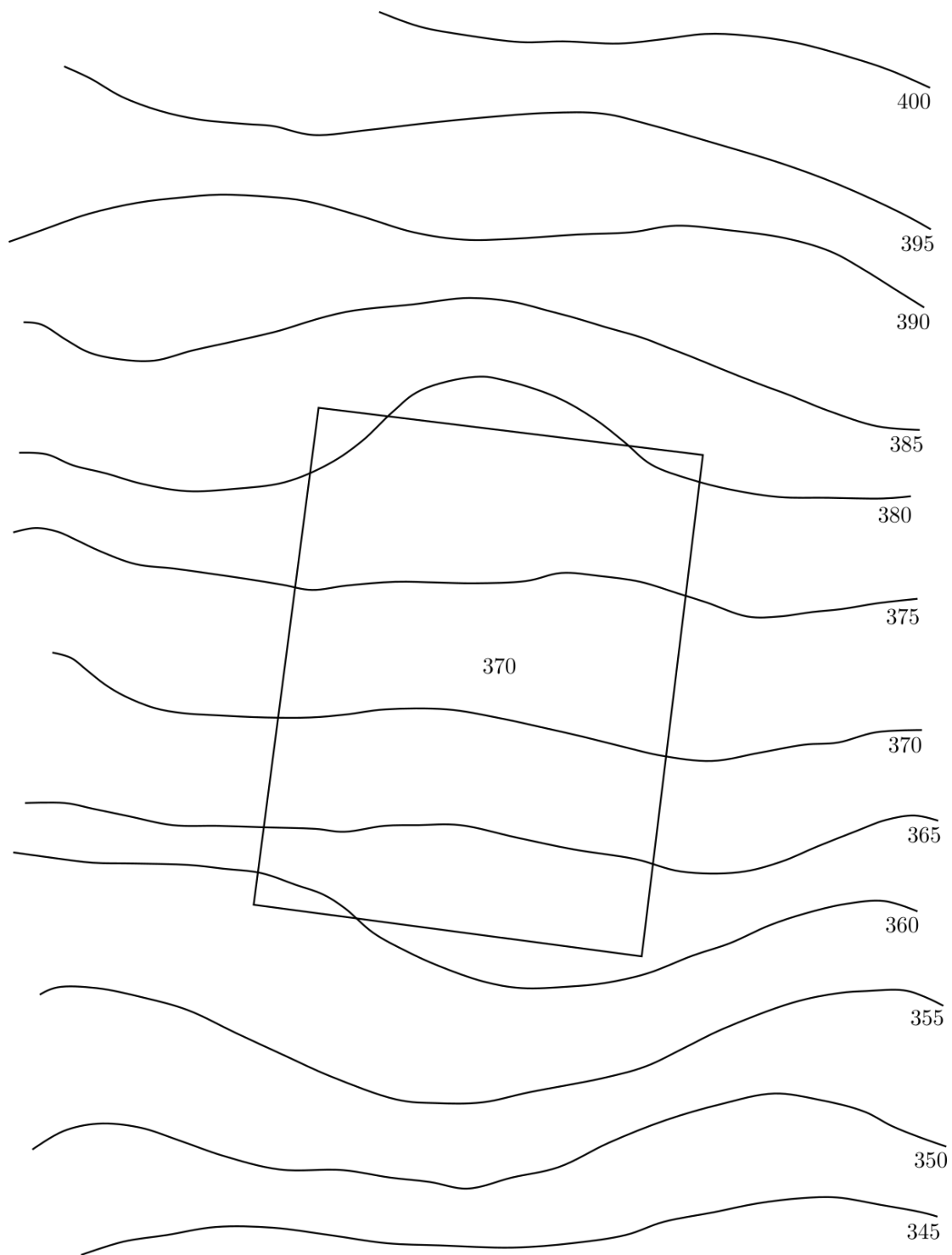
NP Je dána část komunikace. Terén je určený vrstevnicovým plánem. Vyřešte spojení cesty s terénem: $s_n = 6/7$, $s_v = 1$, M 1:100.



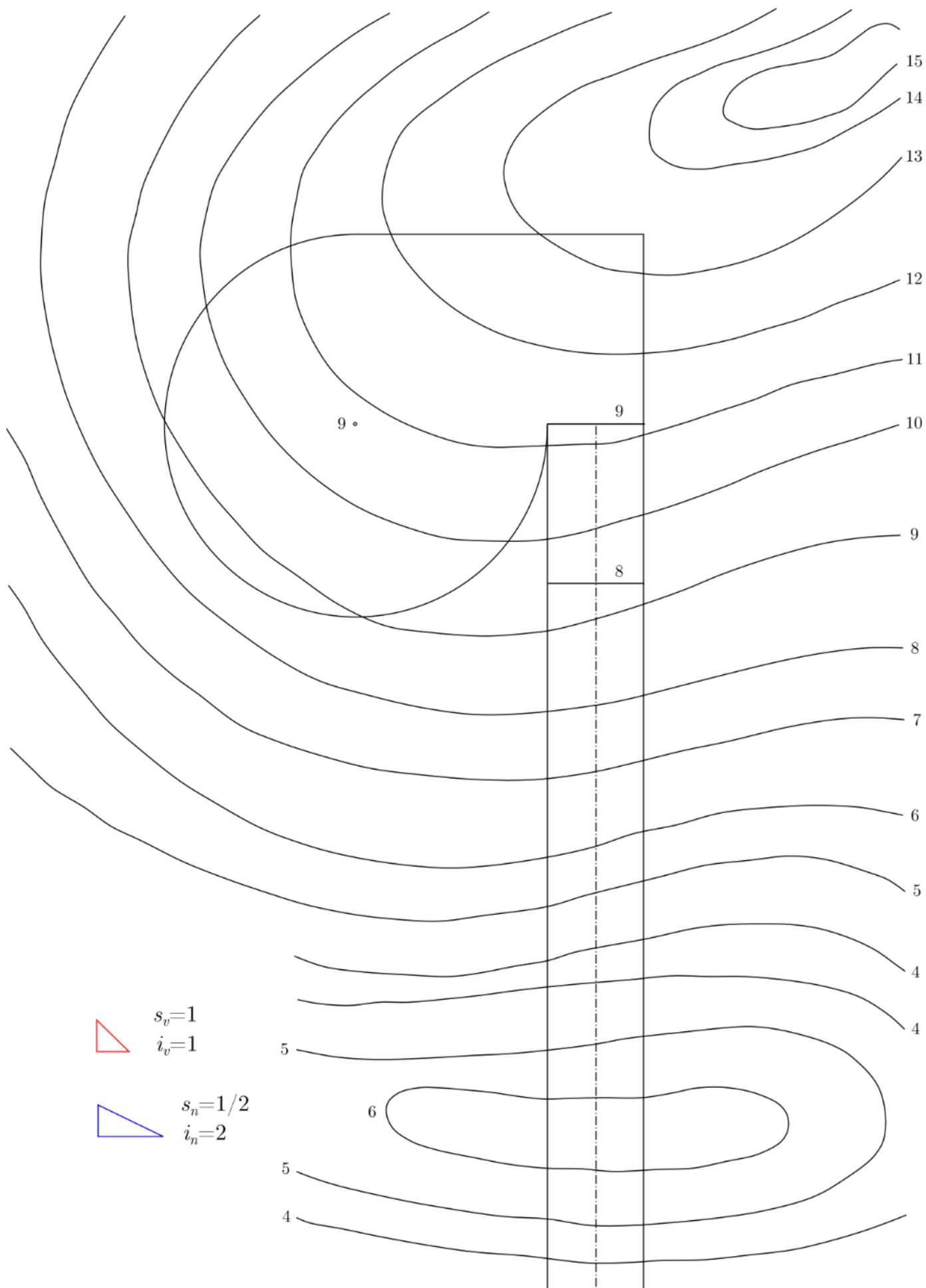
NP Pomocí výkopů a násypů spojte daný objekt (kruhové hřiště o kótě 210, navazující cesta) s terénem. Spád výkopů $s_v = 1$, spád násypů $s_n = 2/3$, měřítko je 1:200.



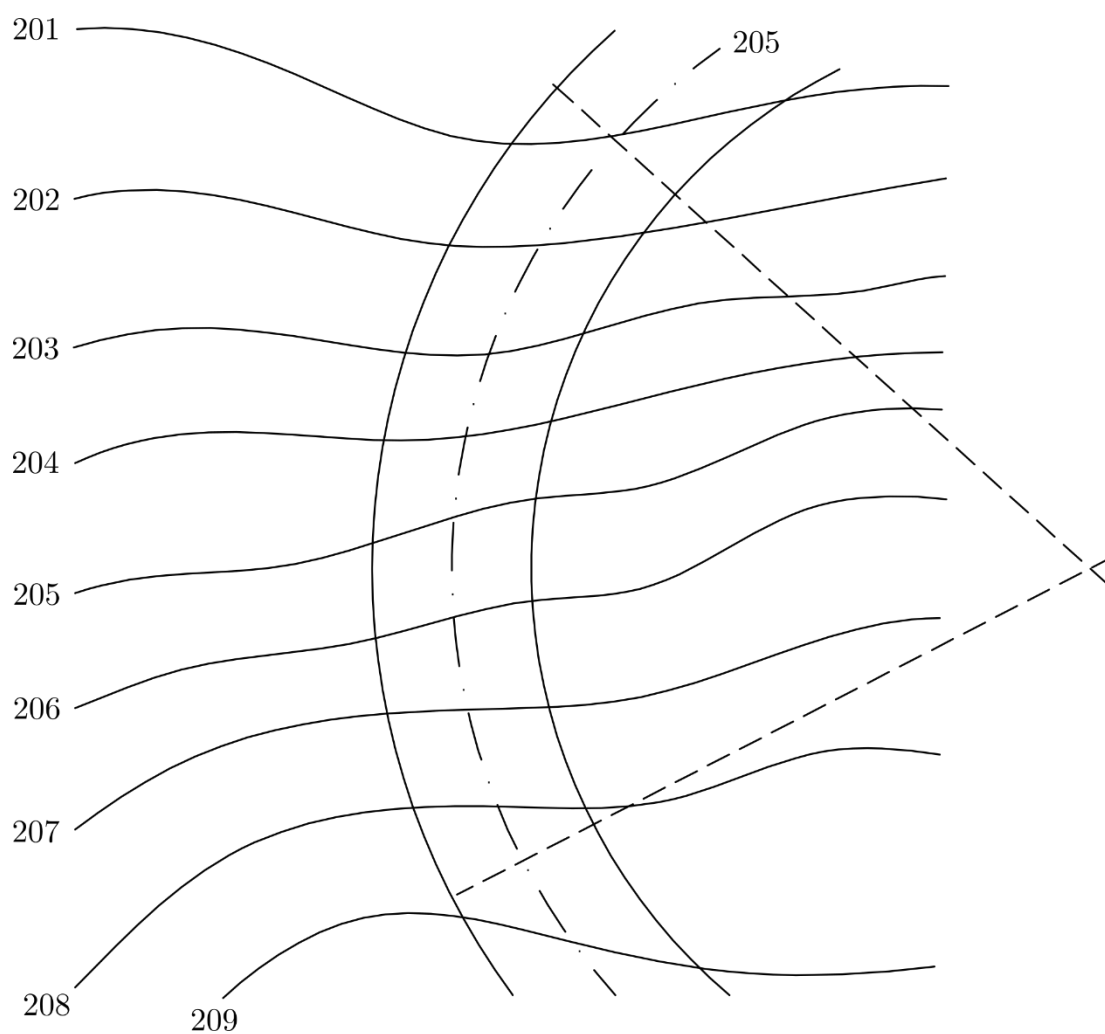
NP V daném terénu sestrojte násypy ($s_n = 1$) a výkopy ($s_v = 3/2$) hřiště v měřítku 1:500.



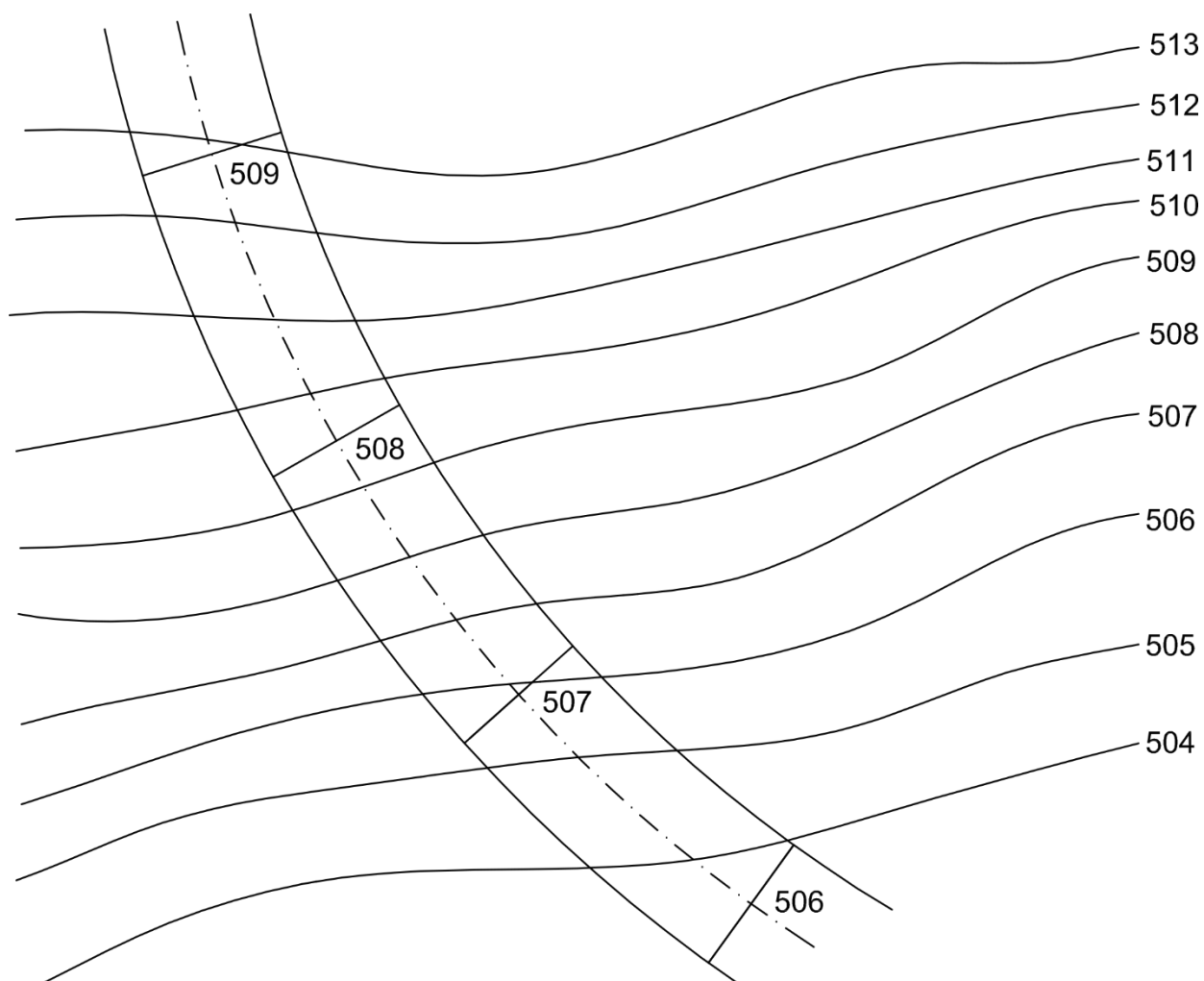
NP Pomocí výkopů a násypů spojte daný objekt (kruhové plošina o kótě 9, navazující cesta) s terénem. Spád výkopů $s_v = 1$, spád násypů $s_n = 1/1$. Spádové měřítko je dáno graficky.



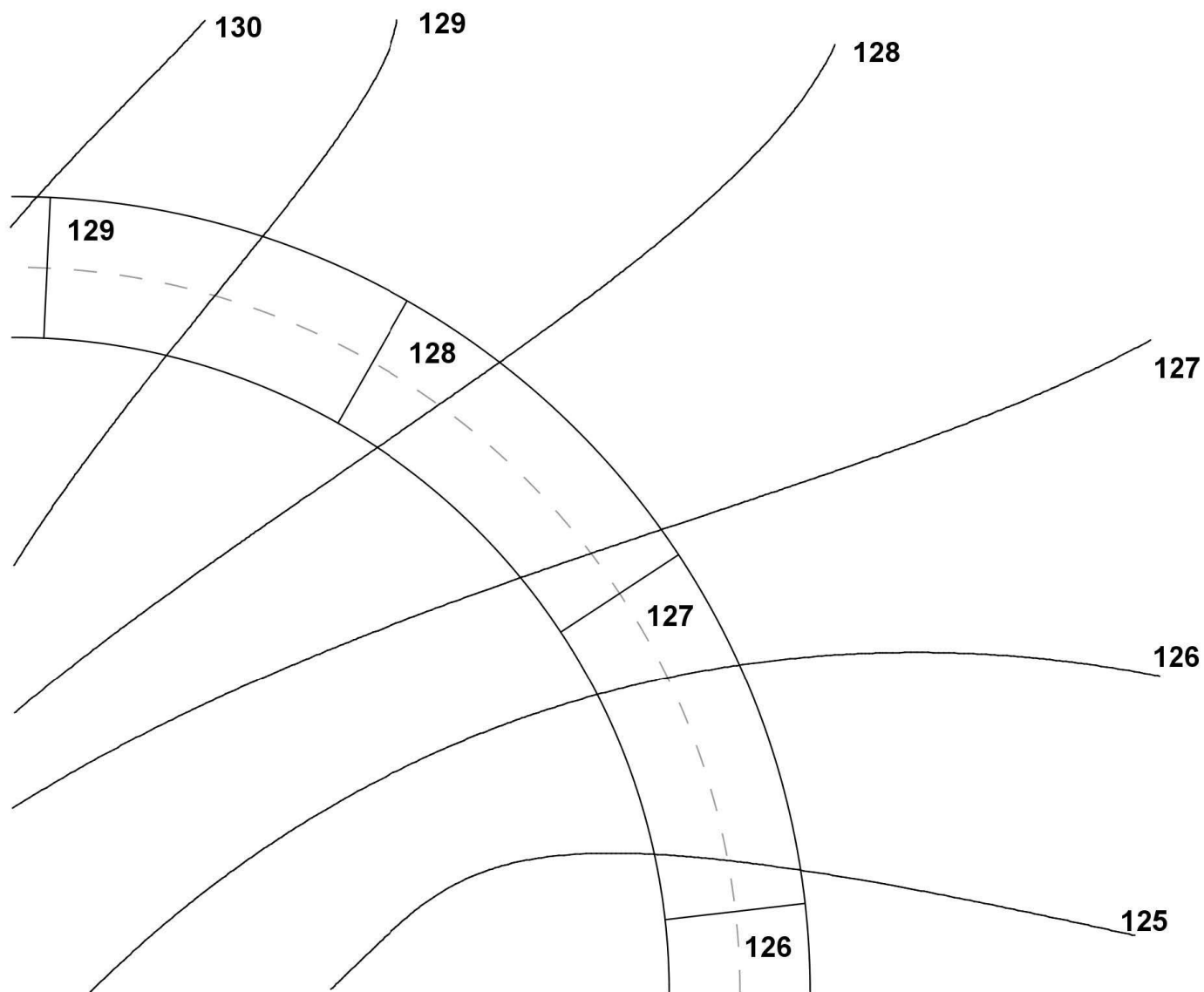
NP Na terénu určeném vrstevnicovým plánem je dána vodorovná komunikace ve vrstevní rovině o kótě 205. Vyšetřete spojení cesty s terénem, je-li spád násypu $s_n = 4/3$, spád výkopů $s_v = 2$. Měřítko je 1:100.



NP Na terénu určeném vrstevnicovým plánem je dána cesta s konstantním spádem. Vyšetřete spojení cesty s terénem, je-li spád násypu $s_n = 2/3$, spád výkopů $s_v = 1$. Meřítko je 1:200.



NP Na terénu určeném vrstevnicovým plánem je dána cesta s konstantním spádem. Vyšetřete spojení cesty s terénem, je-li spád násypu $s_n = 1/2$, spád výkopů $s_v = 3/4$. Měřítko je 1:200.



5. MONGEOVO PROMÍTÁNÍ

NP V Mongeově promítání sestrojte základní úlohy $Ia - IVb$.

- NP (a) Sestrojte stopy roviny α , znáte-li její spádovou přímkou první osy $s = PN$.
 $P[-40; 55; 0]$, $N[45; 0; 80]$.
- (b) Určete stopy roviny ρ , zadané dvěma různoběžkami $a = AB$, $b = AC$.
 $A[-40; 0; 0]$, $B[0; 50; 30]$, $C[0; 20; 50]$.
- (c) Přímkou $a = AB$ proložte rovinu ρ rovnoběžnou s osou x .
 $A[-50; 20; 50]$, $B[50; 50; 30]$.
- (d) Sestrojte stopy roviny ρ . Rovina je určena bodem A a přímkou $m = MN$.
 $A[40; 10; 30]$, $M[10; 60; 50]$, $N[-60; 30; 10]$.
- (e) Najděte průsečík přímky $p = AB$ s rovinou ρ .
 $A[-70; 80; 80]$, $B[20; 0; 10]$, $\rho(-70; 60; 50)$.
- (f) Určete průsečík Q přímky $m = KR$, $K[-50; 14; 35]$, $R[0; 27; 8]$, s rovinou dvou rovnoběžek $a \parallel b$, $a = PA$, $P[-50; 39; 0]$, $A[0; 14; 62]$, $b \ni B$, $B[-20; 12; 0]$.
- (g) Bodem M veďte rovinu α , rovnoběžnou s rovinou ρ .
 $M[50; 30; 50]$, $\rho(-40; 70; 50)$.
- (h) Je dána rovina ρ , přímka $m = MN$ s rovinou ρ různoběžná a bod R , který neleží ani v rovině ρ , ani na přímce m . Sestrojte přímku p tak, aby procházela bodem R , protínala přímku m a byla s rovinou ρ rovnoběžná.
 $\rho(-44; 16; 28)$, $R[10; 14; 27]$, $M[-40; 19; 34]$, $N[14; 0; 7]$.
- NP (a) Určete vzdálenost d bodu M od roviny α .
 $M[-30; 40; 50]$, $\alpha(-60; 50; 40)$.
- (b) Určete vzdálenost d bodu C od přímky $p = AB$.
 $A[-40; 20; 30]$, $B[40; -20; 0]$, $C[0; -50; 40]$.
- (c) Bodem M proložte příčku mimoběžek $a = AB$ a $b = CD$.
 $A[70; 40; 0]$, $B[0; 25; 15]$, $C[40; 90; 0]$, $D[-35; 45; 80]$, $M[-35; 80; 30]$.
- NP Sestrojte, i s vyznačením viditelnosti, zásek dvou trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle MNP$.
 $A[-30; 40; 0]$, $B[0; 0; 50]$, $C[40; 60; 40]$, $M[-30; 55; 30]$, $N[-20; 10; 75]$, $P[30; 30; 0]$.
- NP Určete průsečík Q přímky q s rovinou ρ . $q = KL$, $K[-50; 18; 39]$, $L[50; 41; 14]$,
 $\rho(-50; 37; 36)$.
- NP Sestrojte pravoúhlý průmět a' přímky $a = KL$ do roviny $\rho(-31; -48; 22)$.
 $K[41; 38; 0]$, $L[-40; 22; 42]$.
- NP Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC , ležící v rovině $\rho(-62; 42; 45)$, je-li dán bod $A[40; ?; 38]$ a platí, že $B \in \pi$ a $\angle(AB, \pi) = \frac{\pi}{4}$.

Poznámka: bod, ležící v rovině nesmí být zadáván najednou oběma průměty, chybějící průmět se naopak musí odvodit, aby opravdu takový bod ležel v dané rovině (pomocí hlavních přímek).

- NP Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC , ležící v rovině $\rho(70; 60; 40)$, je-li dán bod $A[-30; ?; 40]$ a bod $B[10; 20; ?]$.
- NP Zobrazte kružnici k , která leží v rovině $\rho(60; 70; 60)$, má střed $S[-10; 40; ?]$ a poloměr $r = 40$.
- NP Sestrojte kružnici o středu $S[-10; 35; 40]$, která se dotýká přímky $t = MN$,
 $M[30; 80; 40]$, $N[0; 0; 100]$.
- NP Zobrazte kružnici o poloměru $r = 40$, která se dotýká obou stop roviny $\rho(M, N, P)$,
 $M[50; 60; 20]$, $N[-30; 0; 60]$, $P[40; 40; 0]$.

- NP Zobrazte kružnici, která je opsaná trojúhelníku ABC , $A[40; 30; 60]$, $B[10; 75; 10]$, $C[-40; 10; 25]$.
- NP Zobrazte krychli $ABCD A' B' C' D'$, jejíž podstava o hraně AB leží v rovině $\rho(A, B, P)$, kde $A[10; 45; 0]$, $B[0; 15; 30]$, $P[50; 0; 0]$.
- NP Sestrojte krychli, je-li dán její vrchol $A[10; 30; 15]$ a přímka $p = KL$ ($K[40; 45; 10]$, $L[10; 55; 35]$), na níž leží její hrana, která je s bodem A v téže stěně. Zobrazte to řešení, pro nějž A je nejnižším vrcholem krychle vzhledem k půdorysně π .
- NP Sestrojte průměty krychle, je-li dán tělesový střed S a jedna hrana krychle leží na přímce $p = MN$. $S[20; 40; 50]$, $M[-70; 40; 50]$, $N[40; 70; 80]$.
- NP V Mongeově promítání sestrojte pravidelný pětiboký hranol $ABCDE A' B' C' D' E'$ s podstavou $ABCDE$ v rovině $\alpha(40; 50; 25)$. Podstava je dána středem $S[-30; 35; ?]$ a vrcholem $A[-15; 10; ?]$, výška hranolu je $v = 5$.
- NP V Mongeově promítání zobrazte pravidelný šestiboký hranol, jehož jedna podstava leží v rovině $\rho(70; 80; 70)$ a její střed je $S[0; ?; 40]$, je-li jeden vrchol druhé podstavy $A'[60; 60; 60]$.
- NP Zobrazte pravidelný šestiboký jehlan s podstavou v rovině $\alpha(45; 45; -60)$, hlavním vrcholem $V[85; 105; 30]$ a vrcholem podstavy $A[20; 35; ?]$.
- NP Zobrazte pravidelný šestiboký jehlan $ABCDEFV$ s podstavou $ABCDEF$ v π , je-li dána rovina $\rho(-64; 52; 46)$ stěny jehlanu ABV a střed podstavy $S[0; 24; 0]$.
- NP Sestrojte pravidelný šestiboký jehlan, jehož osa $o = SV$, kde S je středem podstavy a V vrcholem jehlanu, tak, aby jedna podstavná hrana ležela v půdorysně. $S[20; 40; 20]$, $V[-30; 70; 60]$.
- NP Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$, je-li dán střed $S[25; 40; 50]$ podstavy $ABCD$ a přímka $q = MN$ podstavné hrany, výška jehlanu je $v = 90$. $M[25; 100; 70]$, $N[-5; 40; 58]$.

Konstruuje bez základnice!

- NP Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$, je-li dána hrana jehlanu $a = AK$, $A[-20; 36; 45]$, $K[20; 65; 65]$, s bodem podstavy A a další bod podstavy $C[20; 20; 25]$.

Konstruuje případně bez základnice.

- NP Zobrazte rotační válec jestliže jsou dány středy $S[15; 45; 35]$, $S'[-30; 80; 80]$ jeho podstav a poloměr podstavy $r = 40$.
- NP Zobrazte rotační válec, je-li dán střed $S[0; 40; 50]$ kružnice podstavy a její tečna $t = MN$, výška válce $v = 70$. $M[0; 100; 70]$, $N[50; 5; 50]$.

Konstruuje případně bez základnice.

- NP Zobrazte rotační válcovou plochu s podstavou v dané rovině $\rho(-88; 54; 36)$, je-li dán bod $M[0; 80; 60]$ osy o válcové plochy a tečna $t = MN$ válcové plochy. $M[-44; 88; 36]$, $N[-22; 0; 64]$.

Lze řešit s užitím (ale také bez užití) osy mimoběžek.

- NP Zobrazte průměty rotačního kužele, jehož podstava leží v rovině $\rho(-80; 70; 60)$, její střed je $S[0; 35; ?]$ a dotýká se půdorysny. Výška kužele $v = 60$.

- NP V Mongeově promítání sestrojte rotační kužel, je-li dána osa $o = (Q, R)$, bod $A[-40; 40; 50]$ na kružnici podstavy a výška $v = 60$. $Q[40; 20; 100]$, $R = [-40; 60; 20]$.
- NP Zobrazte rotační kužel, je-li dán vrchol $V[30; 80; 90]$, bod $M[0; 40; 83]$ jeho pláště a rovina podstavy $\alpha(70; 85; 70)$.
- NP Zobrazte rotační kužel Φ , je-li dána rovina $\rho(-30; -40; 15)$ jeho podstavy, tečná rovina kužele $\tau(20; -30; 20)$ a bod osy kužele $M[-20; 35; 32]$.
- NP Zobrazte kulovou plochu Φ , je-li dána její tečná rovina $\tau(-38; 36; 25)$ s bodem dotyku $T[31; ?; 26]$ a další bod $A[0; 43; 18]$ kulové plochy.
- NP Zobrazte kulovou plochu o nejmenším poloměru, je-li dána tečna t kulové plochy a přímka q , na níž leží střed S kulové plochy.

Řešíme užitím osy mimoběžek.

- NP Pravidelný pětiboký hranol s podstavou v půdorysně π , se středem $S[0; 35; 0]$, s vrcholem podstavy $A[15; 10; 0]$ a s výškou $v = 7$ protněte rovinou $\rho(40; \infty; 35)$. *Sestrojte síť seříznuté části.*
- NP Sestrojte řez rovinou $\rho(-60; 105; 37)$ pravidelného šestibokého hranolu $ABCDEFGHJKLM$ s podstavou $ABCDEF$ v půdorysně, je-li dán střed dolní podstavy $S[10; 40; 0]$ a vrchol horní podstavy $G[-10; 60; 55]$. *Sestrojte skutečnou velikost řezu.*
- (4) Sestrojte řez kosého čtyřbokého hranolu se čtvercovou podstavou o středu $S[30; 30; 0]$ a vrcholu $A[20; 5; 0]$ ležící v půdorysně π rovinou $\rho(-40; 60; 40)$. Druhá podstava hranolu je dána středem $S'[-30; 75; 90]$.
- NP Sestrojte řez rovinou $\rho(\infty; 70; 50)$ kosým šestibokým hranolem s pravidelnou podstavou v půdorysně π určenou středem $S[0; 35; 0]$ a vrcholem $A[27; 26; 0]$, jehož vrchol druhé podstavy je ${}^1A[-10; 60; 60]$. Určete skutečnou velikost řezu.
- NP Kosý hranol šestiboký s pravidelnou podstavou v π určenou středem ${}^1S[-50; 35; 0]$ a vrcholem ${}^1A[-30; 20; 0]$ o vrcholu ${}^2A[-30; 20; 0]$ protněte rovinou $\rho(50; 50; 50)$.
- NP Užitím afinity sestrojte řez $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ pravidelného trojbokého hranolu s podstavou ABC v rovině $\rho(-65; 50; 40)$, je-li $A[-25; 10; ?]$, $B[0; ?; 23]$, výška hranolu $v = 90$, rovinou $\alpha(85; 140; 40)$.

Jeden bod, např. \overline{B} určíme jako průsečík boční hrany s rovinou α , ostatní určíme užitím $AF(o = \alpha \cap \rho, B \rightarrow \overline{B})$.

- NP Sestrojte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou $\rho(0; 90^\circ; 30^\circ)$. Jehlan má podstavu $ABCD$ v půdorysně, $A[15; 15; 0]$ a hlavní vrchol $V[40; 30; 70]$. *Sestrojte síť seříznuté části.*
- NP Pravidelný šestiboký jehlan s podstavou v půdorysně π , se středem $S[0; 40; 0]$, s vrcholem $A[-25; 15; 0]$, s výškou $v = 70$ protněte rovinou $\rho(85; 105; 35)$. *Sestrojte skutečnou velikost řezu.*
- NP Sestrojte řez pravidelného pětibokého jehlanu $ABCDV$ s podstavou v půdorysně rovinou $\rho(40; 50; 25)$. Je dán vrchol podstavy $A[-40; 73; 0]$ a vrchol jehlanu $V[-25; 40; 65]$. *Sestrojte skutečnou velikost řezu.*
- (5) Sestrojte řez šikmého čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou $\rho(-50; 95; 20)$. Jehlan je dán body $A[-40; 20; 0]$, $B[-30; 70; 0]$, $C[40; 50; 0]$, $D[20; 10; 0]$, $V[0; 90; 80]$.

- NP Sestrojte řez pravidelného pětibokého jehlanu $ABCDEV$ s podstavou v půdorysně rovinou $\rho(40; 50; 25)$. Je dán vrchol podstavy $A[-40; 73; 0]$ a vrchol jehlanu $V[-25; 40; 65]$.
- NP Sestrojte řez pravidelného šestibokého jehlanu s podstavou v půdorysně π rovinou $\rho(-70; 120; 30)$. Jehlan je dán středem podstavy $S[0; 40; 0]$, bodem podstavy $A[-10; 5; 0]$ a výškou $v = 70$.
- NP Sestrojte řez čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ s podstavou v π obecnou rovinou ρ (a určete síť části jehlanu vymezené podstavou a řezem). $A[-60; 35; 0]$, $B[-40; 48; 0]$, $C[-10; 38; 0]$, $D[-29; 4; 0]$, $V[4; 20; 45]$, $\rho(21; 64; 17)$.
- NP Sestrojte řez rotačního válce rovinou $\rho(-50; \infty; 35)$. Válec je dán osou $o = SS'$ a poloměrem kružnice podstavy $r = 35$, $S[0; 50; 0]$, $S'[0; 50; 70]$. *Sestrojte síť seříznuté části.*
- NP Sestrojte řez rotačního válce rovinou $\rho(-50; 70; 30)$. Válec je dán osou $o = SS'$ a poloměrem kružnice podstavy $r = 35$, $S[40; 50; 0]$, $S'[40; 50; 80]$. *Sestrojte skutečnou velikost řezu.*
- NP Sestrojte řez roviny $\rho(80; 80; 60)$ s kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $S[-30; 40; 0]$, poloměr kružnice $r = 35$, střed horní podstavy $^1S[30; 90; 70]$.
- Pokyny: Užijte osové afinity. Najděte $S' = S^1S \cap \rho$ a poté dvojici vzájemně kolmých průměrů v kruhové podstavě. Vyznačte některou afinní dvojici sdružených průměrů. Vyhledejte body U, V přechodu viditelnosti vzhledem ke 2. průmětu a body K, R přechodu viditelnosti vzhledem k 1. průmětu.*
- NP Kosý kruhový válec s podstavou v π o středu $S[0; 30; 0]$ a poloměru $r = 25$, jehož druhá podstava má střed $S'[-45; 50; 70]$, protněte rovinou $\rho(\infty; 100; 50)$.
- NP Kosý kruhový válec protněte *normální* rovinou (tj. rovinou kolmou k površkám válce), jdoucí bodem R . Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $S[20; 40; 0]$, střed horní podstavy $^1S[-20; 40; 90]$, poloměr kružnice $r = 30$, $R[-50; 0; 0]$. Určete skutečnou velikost řezu.
- NP Sestrojte eliptický řez rotačního kužele rovinou $\rho(-30; \infty; 20)$. Kužel je dán osou $o = SV$ a poloměrem kružnice podstavy $r = 40$, $S[30; 60; 0]$, $V[30; 60; 80]$. *Sestrojte skutečnou velikost řezu a síť seříznuté části.*
- NP Zobrazte řez kosého kruhového kužele s podstavou $k(S[-20; 35; 0], r = 30)$ v půdorysně a vrcholem $V[20; 60; 60]$ rovinou $\rho(\overline{A}; \overline{B}; \overline{C})$ danou body na plášti kužele; $\overline{A}[-35; 50; ?]$, $\overline{B}[8; y_{\overline{B}} > y_S; 13]$, $\overline{C}[0; y_{\overline{C}} < y_S; 25]$.
- NP Sestrojte řez rotačního kužele s podstavou v půdorysně, $S[0; 4; 0]$, $r = 4$, $v = 6$, rovinou $\rho(20; \infty; 30)$.
- NP Sestrojte řez rotačního kužele s podstavou v půdorysně, $S[0; 45; 0]$, $S'[0; 45; 12]$ a poloměru $r = 4$ rovinou $\rho(10; \infty; 30)$.
- NP Sestrojte řez kulové plochy $\Phi(S, r)$ rovinou σ kolmou k nárysně ν . $S[0; 45; 35]$, $r = 35$, $\sigma(60; \infty; 55)$.
- NP Sestrojte řez kulové plochy $\Phi(S, r)$ rovinou σ kolmou k půdorysně π . $S[10; 45; 40]$, $r = 35$, $\sigma(-35; 50; \infty)$.
- NP Je dána kulová plocha $\Phi(S, r = 40)$ a na ní dva body M, L . Sestrojte řez kulové plochy rovinou $\alpha(M, L, S)$. $S[0; 50; 40]$, $M[-15; 50; ?]$, $L[20; 70; ?]$, $z_M < z_S$, $z_L < z_S$.
- NP Sestrojte řez dvou soustředných kulových ploch $\Phi(S, r)$, $\Phi'(S, r')$, $S[0; 50; 50]$, $r = 40$, $r' = 30$, rovinou $\rho(50; 70; \infty)$.

NP Sestrojte řez kulové plochy, zadané středem S a poloměrem r , rovinou ρ . $S[0; 45; 50]$, $r = 40$, $\rho(10; 10; -5)$.

Pokyny: Zavedeme třetí průmětnu μ buď kolmou k π (nebo k ν) středem kulové plochy či poněkud odsunutou. Tedy např. kolmou k π : potom poloha třetí průmětny (promítá se do přímky μ_1) je kolmá k půdorysné stopě p_1^p . Sestrojíme třetí průmět ρ_3 roviny řezu (bude jím přímka) a třetí průmět kulové plochy (tady začneme od středu S_3). Třetí průmět středu M_3 kružnice řezu je patou kolmice k_3 , vedenou kolmo na rovinu řezu ρ_3 . Protože kružnice řezu se promítá (v 3. průmětu) do úsečky, ihned zjistíme průměr této kružnice. Odvodíme do 1. průmětu M_1 . Dále použijeme znalosti o průmětu kružnice v nakloněné rovině ρ (je-li dána středem M a velikostí poloměru). Viditelnost vůči 1. průmětu pomůže rozhodnout hlavní přímka $^I h^\rho$ první osnovy roviny řezu ρ , vedená středem S . Obdobně viditelnost vůči nárysně hlavním přímka $^{II} h^\rho$ druhé osnovy.

NP Zobrazte kulovou plochu $\Phi(S[30; 45; 50], r = 40)$ a rovinu $\alpha(40; 40; -20)$.

(a) Sestrojte řez kulové plochy rovinou α .

(b) Sestrojte rovinu β , která je rovnoběžná s rovinou α a je stejně vzdálená od bodu S jako rovina α .

(c) Sestrojte řez kulové plochy rovinou β .

NP Sestrojte průsečíky přímky $b = RQ$ s kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavu $O[-10; 40; 0]$, střed horní podstavu $L[50; 40; 70]$, poloměr kružnice podstavu $r = 35$; $R[50; 10; 0]$, $Q[-10; 90; 80]$.

Pokyny: Přímku b proložíte rovinu φ rovnoběžnou s površkami válce. Po volbě libovolného bodu $H \in b$ zavedete $H \in o' \parallel o$ (bodem H rovnoběžku o' s přímkou $o = OL$). Vyhledáte půdorysnou stopu této roviny $\varphi(b, o')$. Rovina φ protne válec ve dvou rovnoběžných površkách e, f . Jejich půdorysné stopníky jsou průsečíky kruhové základny s půdorysnou stopou roviny φ . Průsečíky těchto površk e, f s přímkou b jsou hledané průsečíky X, Y přímky b s válcem. Vyznačte viditelnost přímky b a průsečíků X a Y .

NP Určete průsečíky přímky $b = PQ$ s kulovou plochou o středu S a poloměru r . $S[-15; 40; 40]$, $r = 37$, $P[-15; 90; 100]$, $Q[15; 10; 0]$.

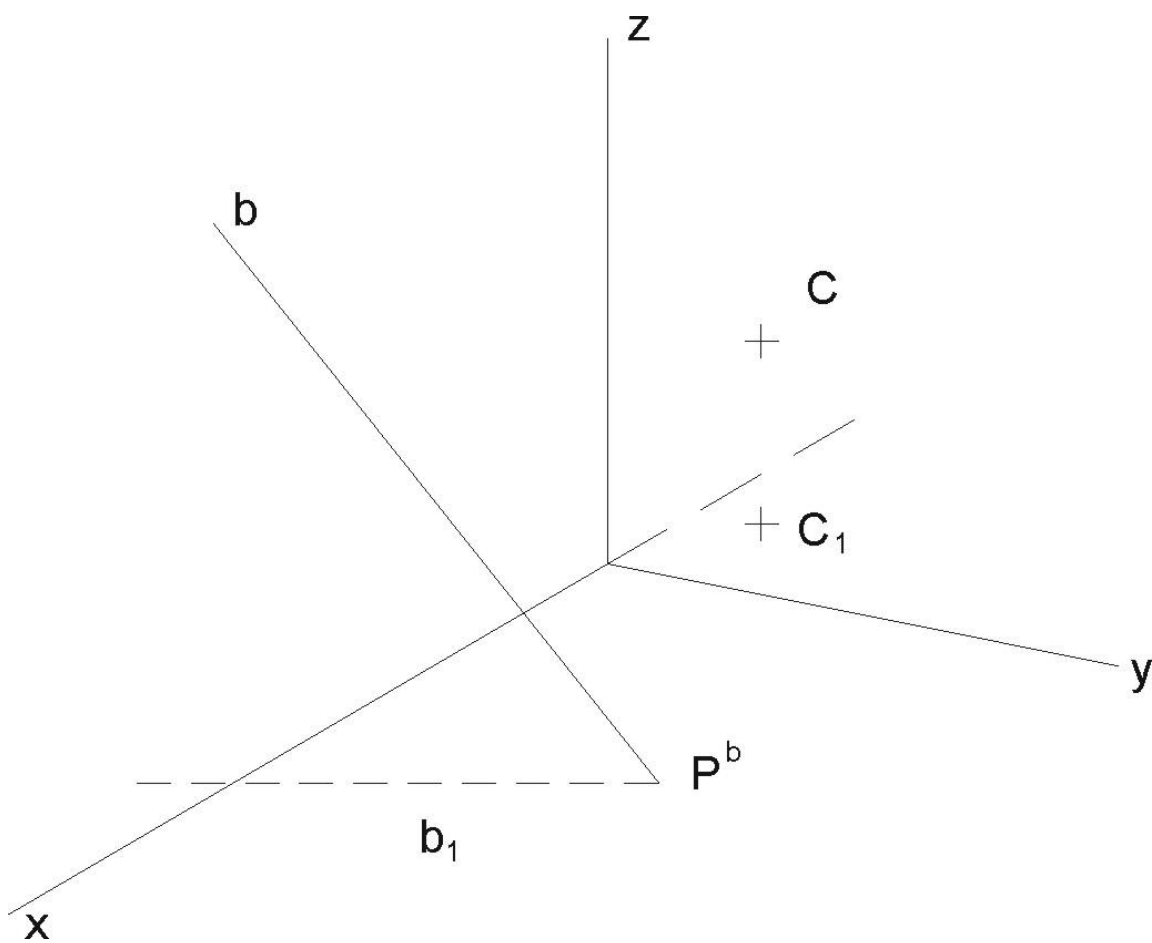
Pokyny: přímku b_1 proložte rovinu λ , kolmou k půdorysně (nebo k nárysně). Rovina λ řeže kouli v kružnici m . Vyznačte průměr kružnice m_1 (je to úsečka). Najděte střed M_1 na m_1 . Sklopte přímku b_1 do (b) a kružnici m_1 do (m) - nejdříve však (M) . Vyhledejte průsečíky (X) a (Y) kružnice (m) a přímky (b) . Promítacími přímkami odvodte X_1 a Y_1 , později X_2 a Y_2 .

Určete viditelnost průsečíků X a Y vzhledem k oběma průmětnám. Vzhledem k 1. průmětu viditelnost rozhodne rovník kulové plochy a poloha bodů X a Y vzhledem k rovníku (posoudíme v druhém průmětu nebo ve sklopeném obraze). Poloha hlavní kružnice na kulové ploše, ležící v rovině rovnoběžné s nárysnou rozhodne o viditelnosti průsečíků X a Y vzhledem ke 2. průmětu. Je-li průsečík X nebo Y k pozorovateli blíže než je střed kulové plochy, je viditelný.

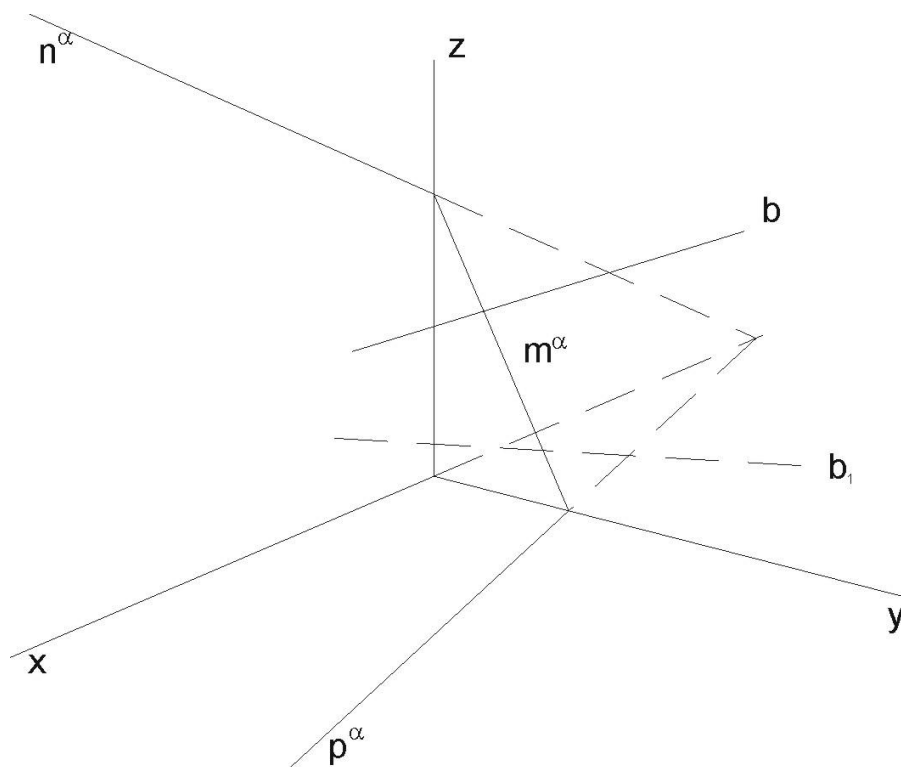
NP Určete průsečíky přímky q s kulovou plochou: $q = PQ$, $P[-20; 18; 0]$, $Q[30; 50; 75]$, střed kulové plochy $S[0; 60; 50]$, poloměr $r = 40$.

6. KOLMÁ AXONOMETIRE

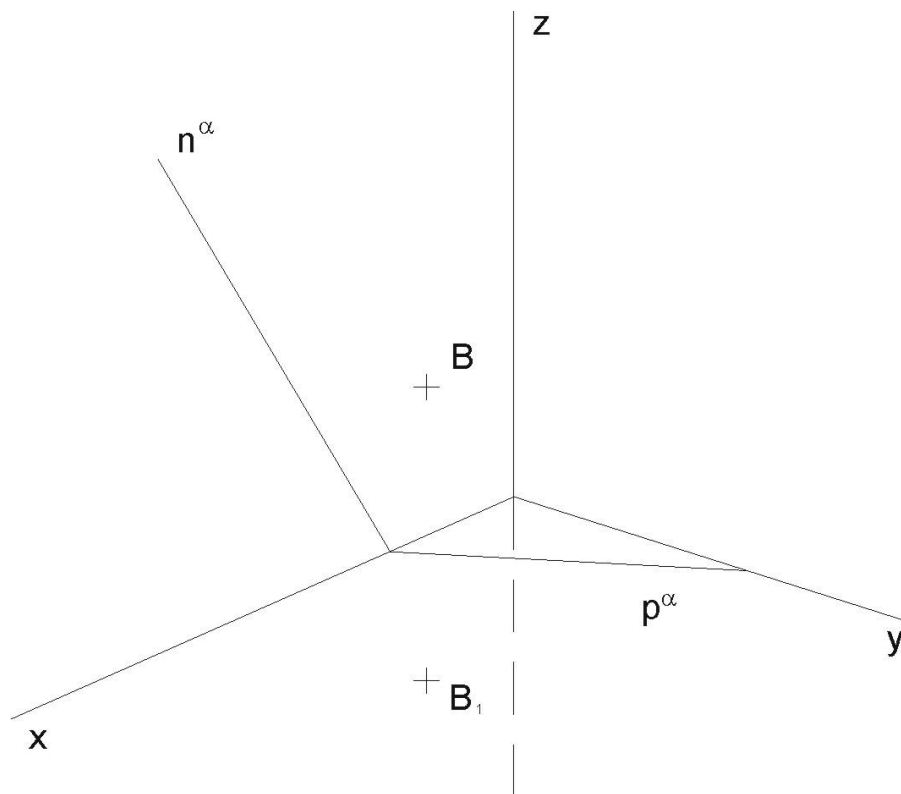
- NP V axonometrii dané $\Delta(90; 95; 115)$ zobrazte všechny průměty daných bodů:
 $A[40; 0; 0]$, $B[30; 20; 0]$, $C[0; -30; 20]$, $D[-10; 0; -30]$, $E[-20; 50; 40]$, $F[50; 30; 50]$,
 $G[-30; -20; -40]$.
- NP V axonometrii dané $\Delta(90; 95; 115)$ zobrazte všechny průměty a stopníky přímky
 $p = AB$, $A[30; 10; 80]$, $B[-20; 30; 20]$.
- NP V axonometrii dané $\Delta(90; 95; 115)$ veďte bodem A ležícím v rovině $\rho(100; 100; 90)$
hlavní přímky Ih , IIh , $IIIh$ roviny a ke všem sestrojte odpovídající půdorys. Bod A
je dán pomocí svého půdorysu $A_1[30; 20; 0]$.
- NP V axonometrii dané $\Delta(90; 95; 115)$ sestrojte průsečík přímky $p = AB$ s rovinou ρ .
 $A[30; -10; 10]$, $B[10; 20; 50]$, $\rho(100; 100; 90)$.
- NP Najděte stopy roviny $\alpha(b, C)$ (určené přímkou b a bodem C).



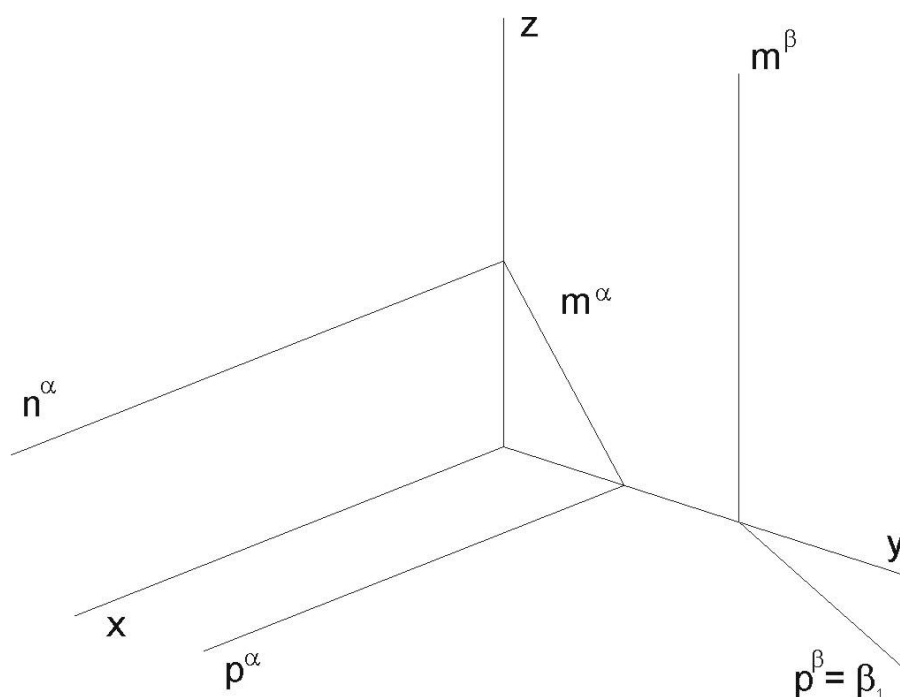
NP Najděte průsečík $X = b \cap \alpha$ (přímky b s rovinou α).



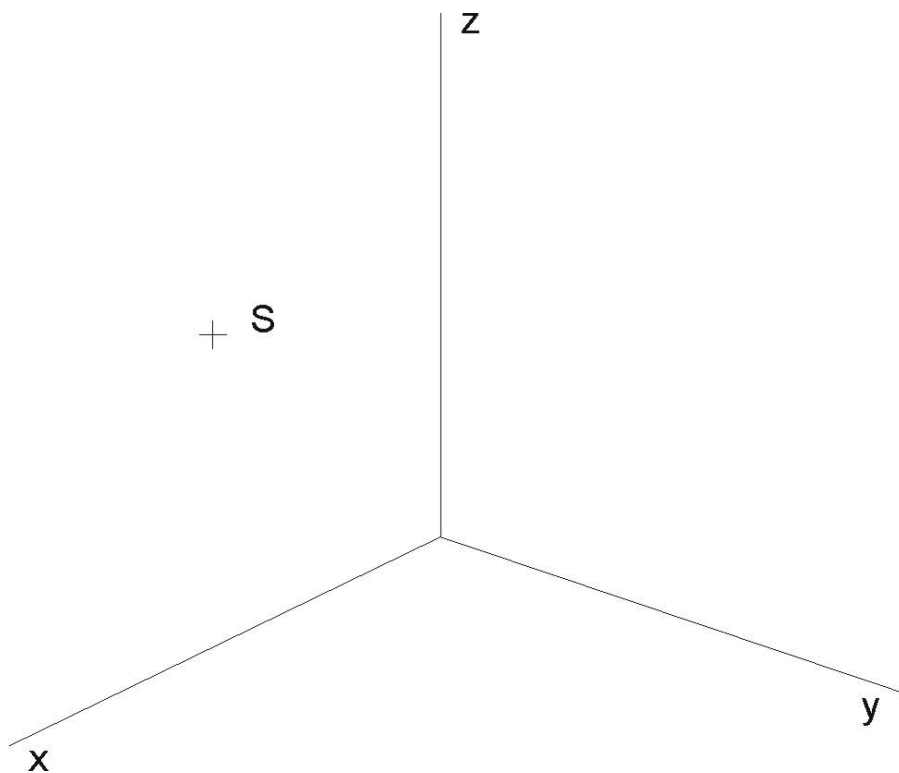
- NP (a) Najděte chybějící stopu m^α .
 (b) Bodem B vedte rovinu β tak, aby byla rovnoběžná s danou rovinou α .



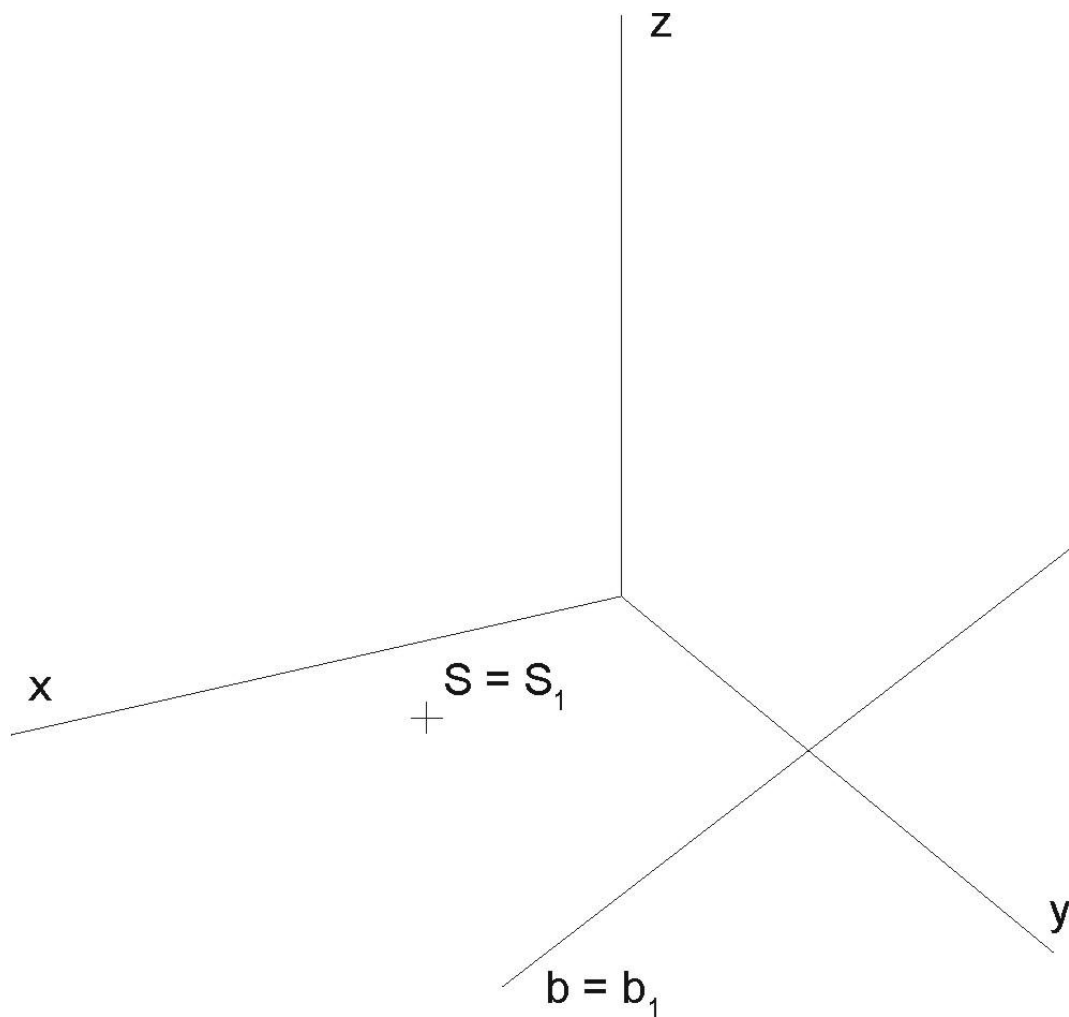
NP Najděte průsečnici $g = \alpha \cap \beta$ (a také g_1) rovin α a β .



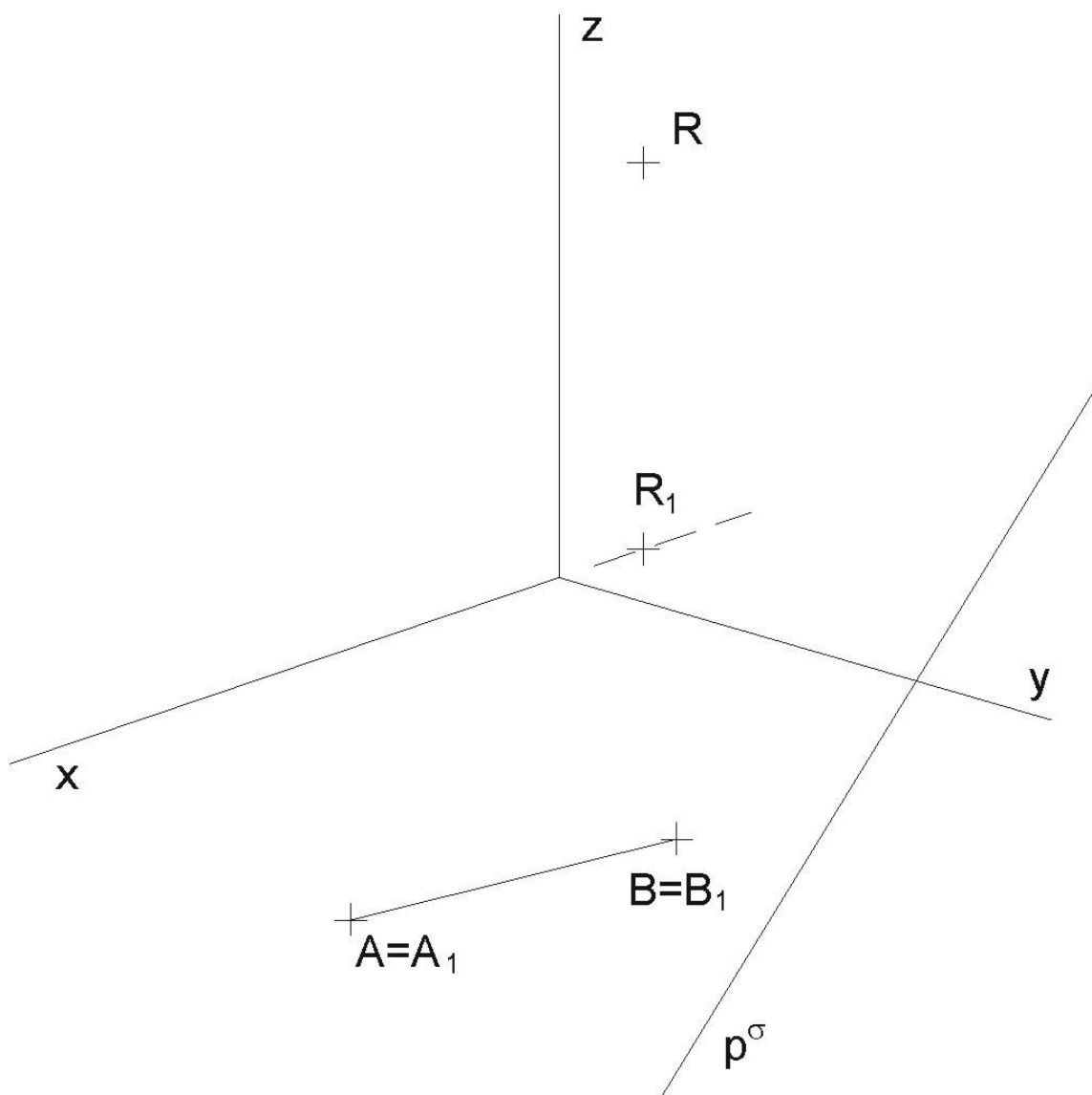
NP Kružnice leží v souřadnicové rovině $\nu(x, z)$ a je určena středem S a poloměrem $r = 25$. Kružnici dorýsujte pomocí křivítka.



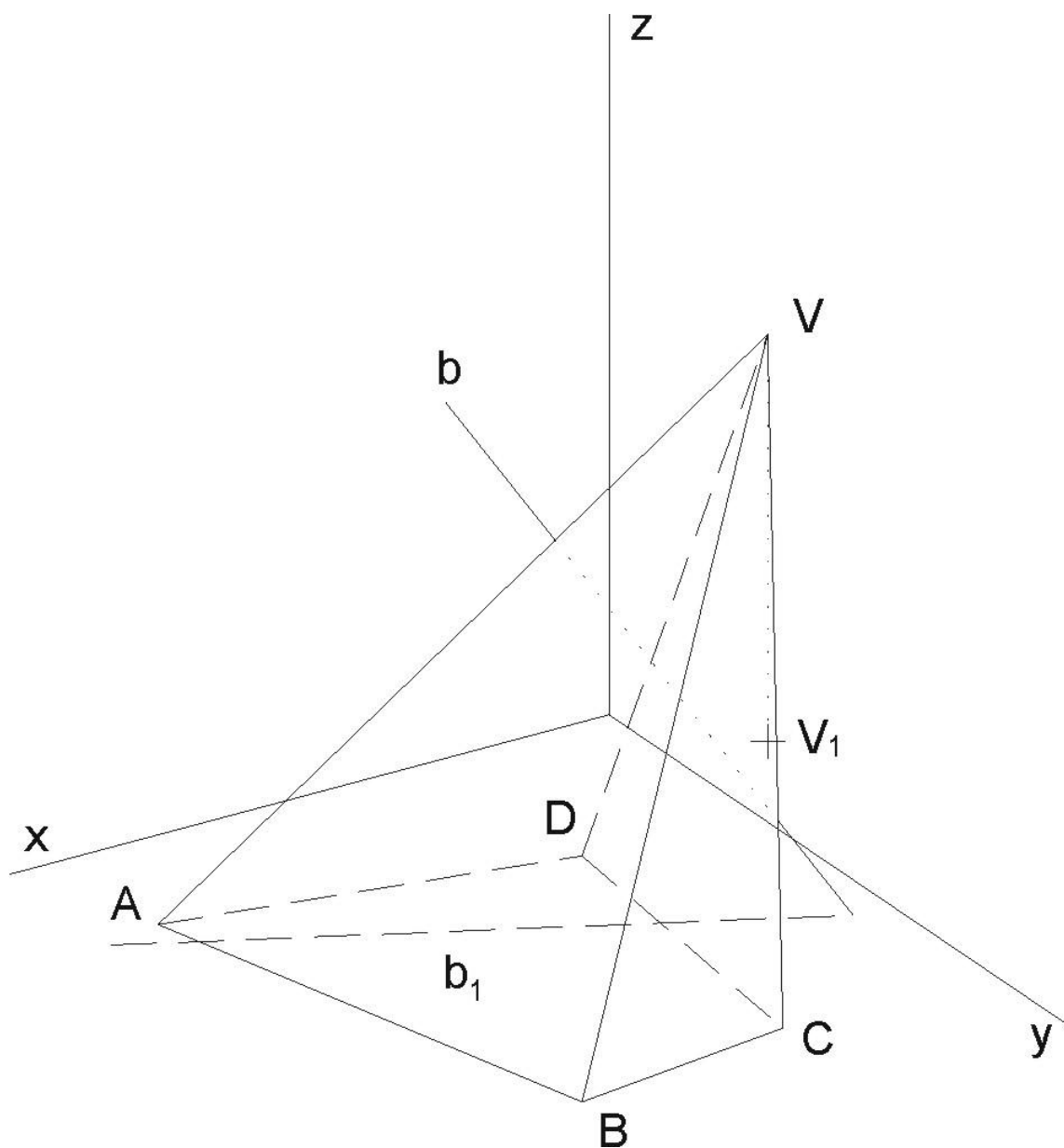
- (6) Sestrojte průmět kružnice, ležící v půdorysně, je-li určena středem $S = S_1$ a tečnou $b = b_1$.



- (7) S ohledem na viditelnost zobrazte přímý čtyřboký hranol se čtvercovou podstavou v půdorysně, určenou vrcholy A, B . Určete řez rovinou $\sigma(p^\sigma, R)$. Podstavu hranolu volte tak, aby neprotínala půdorysnou stopu roviny řezu p^σ .



NP Najděte průsečíky X a Y přímky b s kosým čtyřbokým nepravidelným jehlanem.



- NP V kolmé axonometrii dané $\Delta(100; 100; 100)$ sestrojte pravidelný šestiboký hranol s podstavou v půdorysně o straně AB ($A[10; 25; 0]$, $B[10; 650]$, $x_S > 0$) a výšce $v = 60$ a souosý rotační válec se stejnou výškou a s poloměrem $r = 25$. Sestrojte řez rovinou $\rho(70; -100; 70)$.
- NP V axonometrii dané $\Delta(110; 90; 100)$ zobrazte rotační kužel s podstavou k v půdorysně π , je-li dán střed $S[45; 23; 0]$ podstavy kužele a tečná rovina $\tau(-95; 42; 93)$ kužele.
- NP V kolmé axonometrii – izometrii $\Delta(100, 100, 100)$ sestrojte řez pravidelného šestibokého jehlanu s podstavou v rovině $\mu(y, z)$ o středu $S[0; 60; 60]$, vrcholu podstavy $A[0; 60; 0]$ a výšce jehlanu $v = 174$, rovinou $\alpha(65; -146; 103)$.

Nejdříve některý vrchol řezu odvodte jako průsečík boční hrany s rovinou řezu užitím krycí roviny a krycí přímky. Další vrcholy šestiúhelníka řezu už odvozujte užitím kolineace mezi rovinou podstavy a rovinou řezu. Prodlužte strany pravidelného šestiúhelníku k ose kolineace (josa kolineace je bokorysná stopa dané roviny). Využijte důsledně vět o kolineaci a jejich vlastnosti.

- NP V izometrii zobrazte šikmý pětiboký jehlan, jehož podstava tvaru pravidelného pětiúhelníka leží v půdorysně a je určena středem $S[50; 44; 0]$ a vrcholem $A[25; 0; 0]$ a jehož vrcholem je bod $V[62; 25; 137]$. Proveďte jeho řez rovinou $\rho(144; \infty; 137)$.
- NP V kolmé axonometrii, $\Delta(90; 110; 100)$, zobrazte pravidelný šestiboký jehlan s podstavou $ABCDEF$ v π . Je dána boční hrana jehlanu $a = AQ$ a výška jehlanu $v = 60$. Dále sestrojte řez rovinou $\rho(30; -50; 20)$. $A[40; 30; 0]$, $Q[-20; 50; 100]$.
- NP V axonometrii dané $\Delta(110; 110; 110)$ sestrojte řez rotačního válce s podstavou $k(S[0; 30; 0], r = 30)$ v půdorysně a výškou $v = 90$ rovinou $\rho(60; 110; 40)$.
- NP V kolmé axonometrii dané $\Delta(110; 100; 90)$ sestrojte rotační válec s podstavou v půdorysně π , je-li dán střed podstavy $S[-30; 30; 0]$, poloměr podstavy $r = 40$ a výška válce $v = 90$. Sestrojte řez válce rovinou $\alpha(40; -50; 30)$.
- NP V kolmé axonometrii $\Delta(100; 110; 120)$ je dána rotační kuželová plocha s osou $o \perp \pi$ a vrcholem $V[40; 0; 60]$. Plocha prochází počátkem souřadného systému. Sestrojte řezy plochy rovinami π , $\pi'(\infty; \infty; 120)$ a $\rho(50; 60; 95)$.
- NP V kolmé axonometrii $\Delta(90, 100, 80)$ sestrojte řezy koule o středu $S[0; 40; 50]$ a o poloměru $r = 70$ rovinou půdorysny π a rovinou nárysny $\nu(x, z)$. Určete body přechodu viditelnosti na křivkách řezu. Dbejte, aby se křivky řezu vzájemně spolu protínaly na ose x !

Uvědomte si, že poloměr kružnice řezu je závislý na vzdálenosti roviny řezu od středu koule. Proto si mimo obrázek sestrojte kružnici o poloměru, jaký má daná koule a ze známé vzdálenosti roviny řezu od středu koule odvodte příslušný poloměr.

- (8) V axonometrii dané $\Delta(100; 120; 110)$ je dána kulová plocha $\Phi(S, r = 35)$, $S[33; 57; 60]$. Zobrazte řez kulové plochy Φ rovinou $\bar{\mu} \parallel \mu$, kde $d(\bar{\mu}, S) = \frac{2}{3}r$, přitom volte $\bar{\mu}$ tak, aby pro střed \bar{S} kružnice řezu platilo $x_{\bar{S}} > x_S$.
- NP V kolmé axonometrii, $\Delta(100; 110; 120)$, sestrojte průmět koule Φ se středem $S[0; 0; 70]$ a bodem $Q[55; 10; 70]$ na povrchu. Z koule odstraňte klín určený rovinami α , β , δ a γ a vyznačte viditelnost zbývající části koule. Vyberte ten klín, který obsahuje hraniční poloroviny $Q.z$ a $F.z$.
- (a) Vyrýsujte celé průměty všech řezů.
- (b) Rovina řezu $\alpha = Q.z$.

- (c) Rovina δ prochází středem S koule a je rovnoběžná s π .
 (d) Bod F je od bodu Q otočený po rovníkové kružnici o 75° doprava (proti směru hodinových ručiček). Rovina řezu $\beta = F.z$.
 (e) Rovina řezu γ prochází bodem $R[0, 0, 110]$ a je rovnoběžná s π .

NP V axonometrii dané $\Delta(100; 120; 110)$ sestrojte průsečíky přímky p s kosým čtyřbokým hranolem, jehož čtvercová podstava leží v půdorysně a je určena úhlopříčkou AC a jehož horní podstava má vrchol A' , $A[40; 20; 0]$, $C[20; 80; 0]$, $A'[50; 0; 90]$, $p = (M, N)$, $M[-10; 60; 20]$ a $N[80; 0; 60]$.

NP V axonometrii dané $\Delta(100; 80; 90)$ zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan s podstavou $ABCD$ v nárysně ν , je-li dán bod $A[40; 0; 50]$ a střed $S[63; 0; 70]$ podstavy a výška jehlanu $v = 80$. Určete průsečíky přímky $q = NR$ s jehlanem $ABCDV$. $N[70; 0; 20]$, $R[55; 60; 104]$.

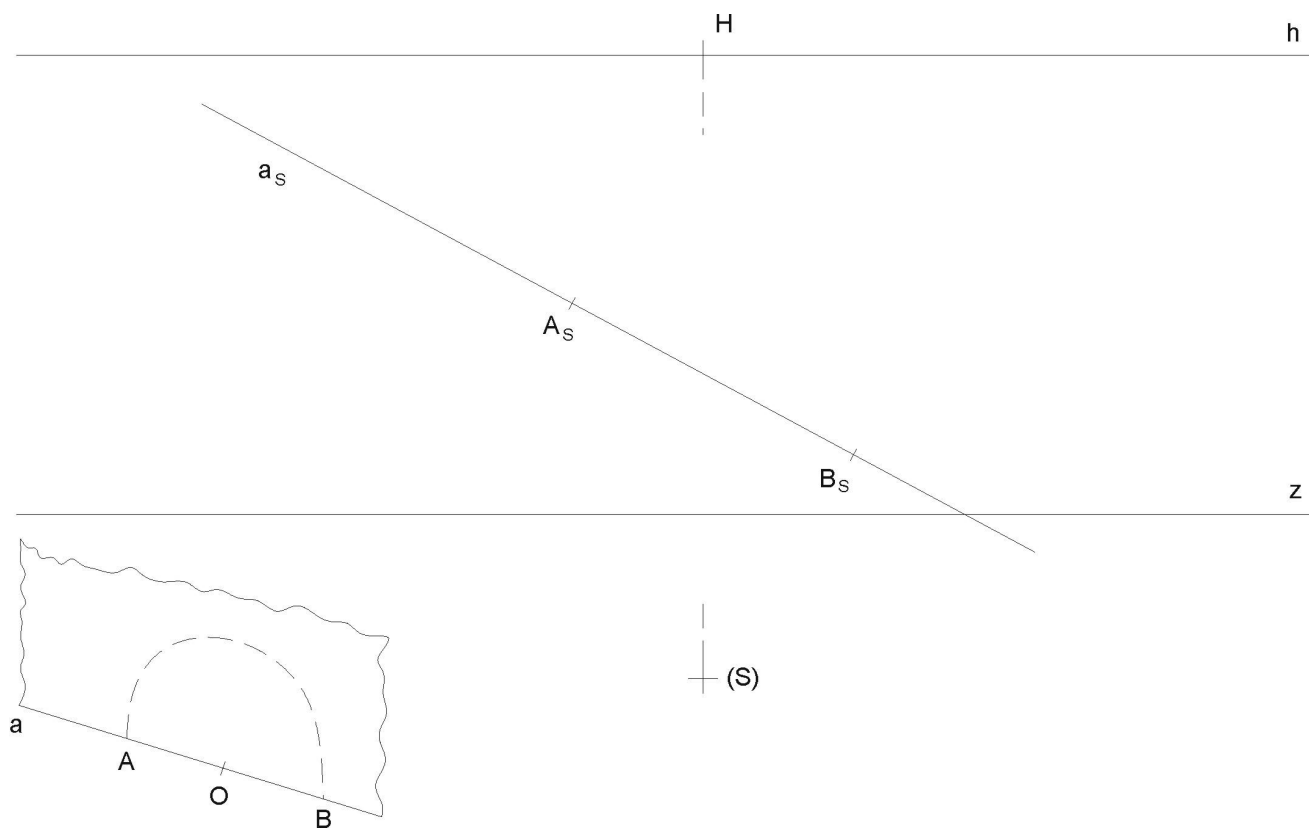
NP V kolmé axonometrii – dimetrii $\Delta(100; 100; 115)$ sestrojte průsečíky přímky $g = PR$ s kosým kruhovým válcem o středu kruhové podstavy $^1S[48; 45; 0]$. Podstava má poloměr $r = 40$ a leží v půdorysně, druhá podstava má střed $^2S[0; 54; 65]$, $P[48; -10; 0]$, $R[5; 120; 78]$. Dále sestrojte řez tohoto válce rovinou $\alpha(-90; 80; 35)$. Užijte osové afinity, vyznačte střed S' elipsy řezu a některé sdružené průměry této křivky řezu.

7. STŘEDOVÉ PROMÍTÁNÍ

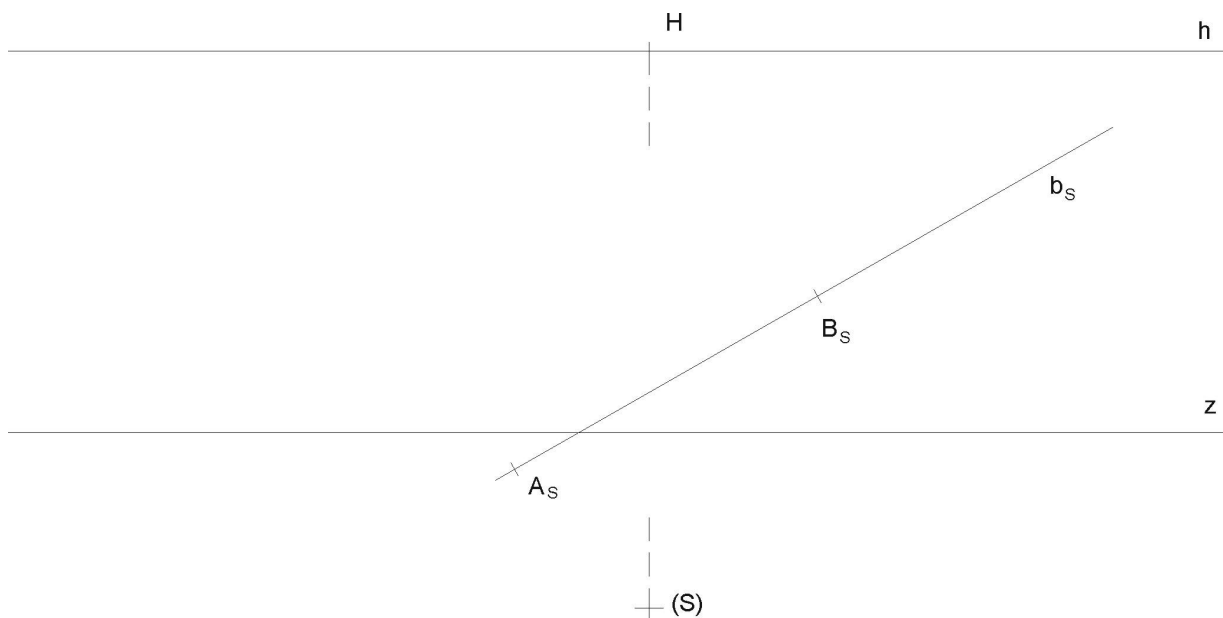
- (9) SP ($H[20; 0], d = 34$). V rovině α , $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$ sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC nad stranou AB , jež je dána středovým průmětem $A_S B_S$. $A_S[-23; 9]$, $B_S[-41; 31]$, $n^\alpha(\infty; 42)$, $u_S^\alpha(\infty; -17)$.
- NP SP ($H[0; 0], d = 34$). V rovině α , $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, jsou dány body A, B svými středovými průměty A_S, B_S . Sestrojte středový průmět $A_S B_S C_S D_S E_S F_S$ šestiúhelníku $ABCDEF$ v rovině α , je-li úsečka AB jeho strana. $A_S[46; 39]$, $B_S[62; 26]$, $n^\alpha(\infty; -12)$, $u_S^\alpha(\infty; 42)$.
- NP SP ($H[28; -28], d = 35$). V rovině α , $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$ sestrojte středový průmět šestiúhelníku $ABCDEF$, je-li dán střed O_S a vrchol A_S . $O_S[0; 0]$, $A_S[-8; 19]$, $n^\alpha(\infty; 25)$, $u_S^\alpha(\infty; -28)$.
- (10) SP ($H[0; 25], d = 70$). Sestrojte středový průmět kružnice k ležící v rovině α , která prochází body A, B, C . Připojte tečny v daných bodech. $A_S[-35; 10]$, $B_S[-25; 30]$, $C_S[-10; 15]$, $n^\alpha(\infty; 0)$, $u_S^\alpha(\infty; 70)$.
- NP SP ($H[0; 0], d = 70$). Kružnice k v rovině α má střed v bodě O a dotýká se tečny t . Sestrojte její středový průmět k_S . $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, $n^\alpha(\infty; 25)$, $u_S^\alpha(\infty; -45)$, $t_S(N^t, U_S^t)$, $N^t[100; 25]$, $U_S^t[-80; -45]$, $O_S[20; 6]$.
- NP SP ($H[0; 0], d = 30$). Sestrojte středový průmět kružnice k se středem O a poloměrem $r = 65$ ležící v rovině α . $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, $n^\alpha(\infty; 25)$, $u_S^\alpha(\infty; -20)$, $O_S[-14; 17]$.
- NP Ve středovém promítání ($H, d = 70$) sestrojte průmět krychle $ABCDEFGFI$ s podstavou $ABCD$ v rovině ρ , je-li dán průmět $A_S C_S$ úhlopříčky AC čtverce. $H[0; -20]$, $\rho_S(n_S^\rho, u_S^\rho)$, $n_S^\rho(\infty; 0)$, $u_S^\rho(\infty; -70)$, $A_S[-30; -10]$, $C_S[10; -35]$.
- NP SP ($H[0; 0], d = 60$). V rovině α , $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, jsou dány body A, B svými středovými průměty A_S, B_S . Sestrojte středový průmět $A_S B_S C_S D_S E_S F_S G_S I_S$ kolmého hranolu $ABCDEFGFI$ se čtvercovou podstavou $ABCD$ v rovině α a výškou $v = 73$. $A_S[-31; 39]$, $B_S[-12; 22]$, $n^\alpha(\infty; 51)$, $u_S^\alpha(\infty; -21)$.
- NP SP ($H[0; 0], d = 70$). Sestrojte pravidelný šestiboký jehlan $ABCDEFV$ s podstavou v rovině α , $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, a výškou $v = 80$. Šestiúhelník $ABCDEF$ podstavy je dán úhlopříčkou $AD \subset \alpha$. $A_S[-50; 30]$, $D_S[-10; -10]$, $n^\alpha(\infty; 20)$, $u_S^\alpha(\infty; -50)$.
- NP Ve středovém promítání ($H[0; 0], d = 70$) zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan, jehož podstava v rovině ρ má střed v bodě O a vrchol A . Body A, O leží na téže spádové přímce roviny ρ . Výška kužele je $v = 90$. $\rho_S(n^\rho, u_S^\rho)$, $n^\rho(\infty; 25)$, $u_S^\rho(\infty; -45)$, $O_S[20; 6]$, $A_S[?; 40]$.
- (11) SP ($H[43; -11], d = 33$). Sestrojte středový průmět rotačního kužele. Kružnice podstavy v rovině α , $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, je dána středem O a poloměrem $r = 33$. Výška kužele $v = 68$. $n^\alpha(\infty; 17)$, $u_S^\alpha(\infty; -45)$, $O_S[0; 0]$.
- NP Ve středovém promítání ($H[0; 0], d = 70$) zobrazte rotační kužel, jehož podstava v rovině ρ má střed v bodě O a poloměr $r = 45$. Výška kužele je $v = 90$. $\rho_S(n^\rho, u_S^\rho)$, $n^\rho(\infty; 25)$, $u_S^\rho(\infty; -45)$, $O_S[20; 6]$.
- NP SP ($H[0; 0], d = 50$). Sestrojte středový průmět rotačního kužele. Kružnice podstavy v rovině α , $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, je dána středem O a poloměrem $r = 34$. Výška kužele $v = 69$. $n^\alpha(\infty; 42)$, $u_S^\alpha(\infty; -25)$, $O_S[-42; 16]$.

8. LINEÁRNÍ PERSPEKTIVA

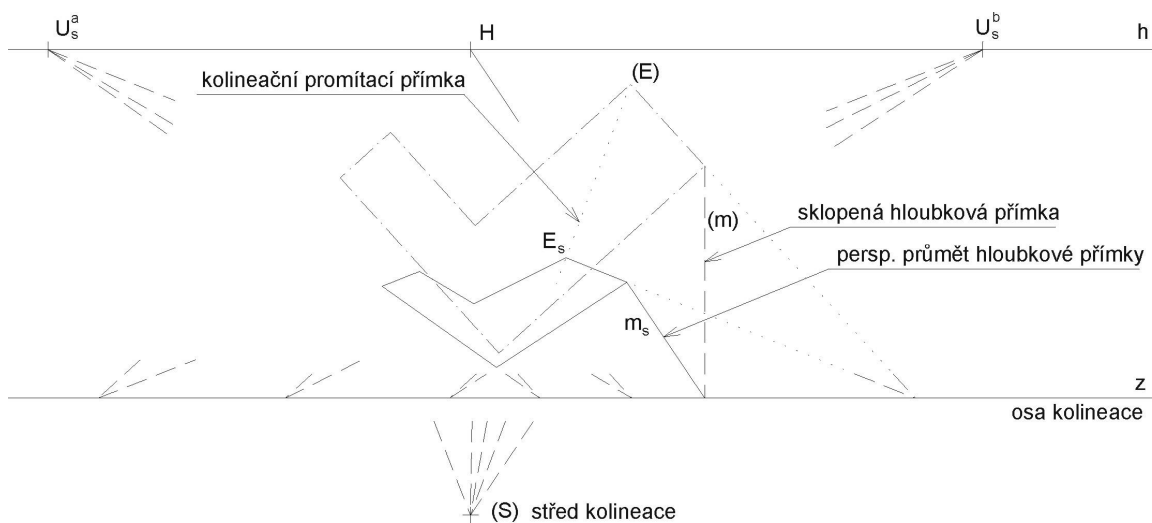
NP Nad průměrem $A_S B_S$ (A, B leží v základní rovině π) sestrojte metodou „osmi tečen“ (horní) půlkružnici ve vertikální rovině.

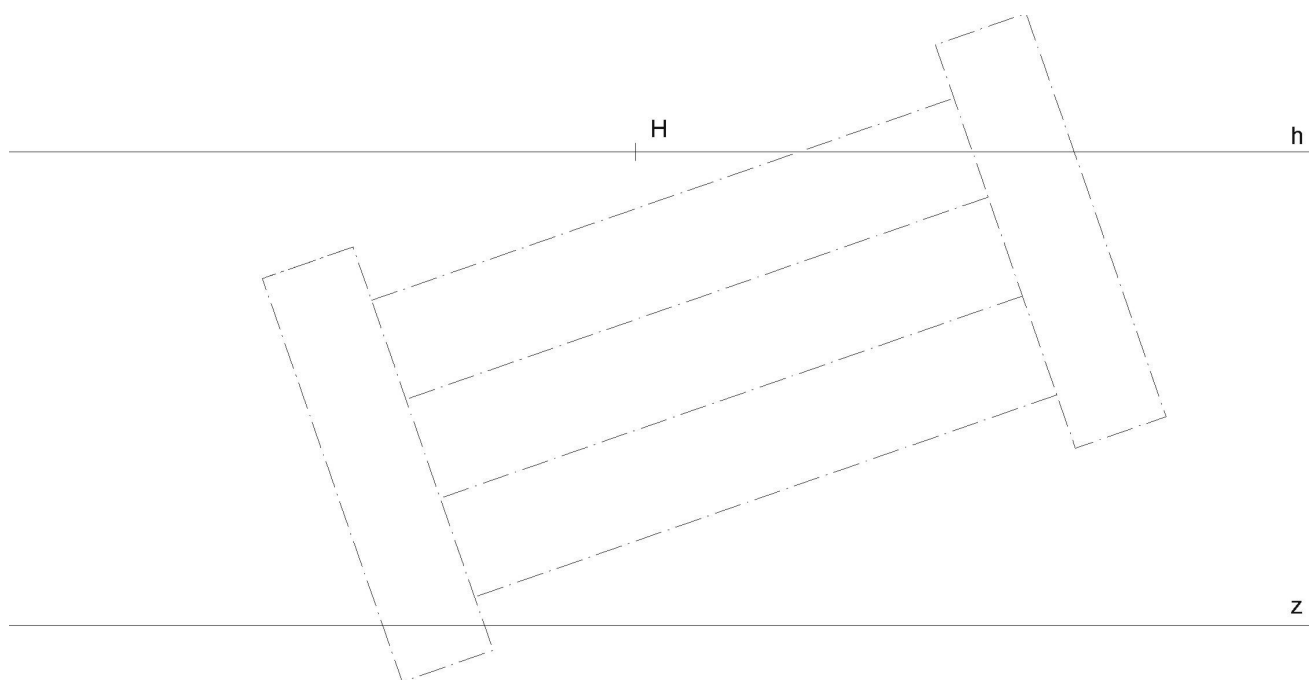


NP Sestrojte kvádr $ABCDEFGH$ s podstavou v základní rovině π , je-li dána perspektiva jeho hrany $A_S B_S$ na přímce b_S , přímka b leží v základní rovině π , a je-li dána podmínka, že skutečné velikosti tří kolmých hran jsou v poměru délek: $AB : AD : AE = 2 : 3 : 2$.



NP Metodou „sklopeného půdorysu“ sestrojte perspektivu schodiště. Půdorys schodiště je již čerchovaně předrýsován v poloze „sklopeného půdorysu“. Postupujte podle principu, který je na obrázku. Připojte i výšky: boční zídky a jednotlivé stupně schodů. Doplňte nárysem v Mongeově promítání, ve stejném měřítku jako je zadaný sklopený půdorys.

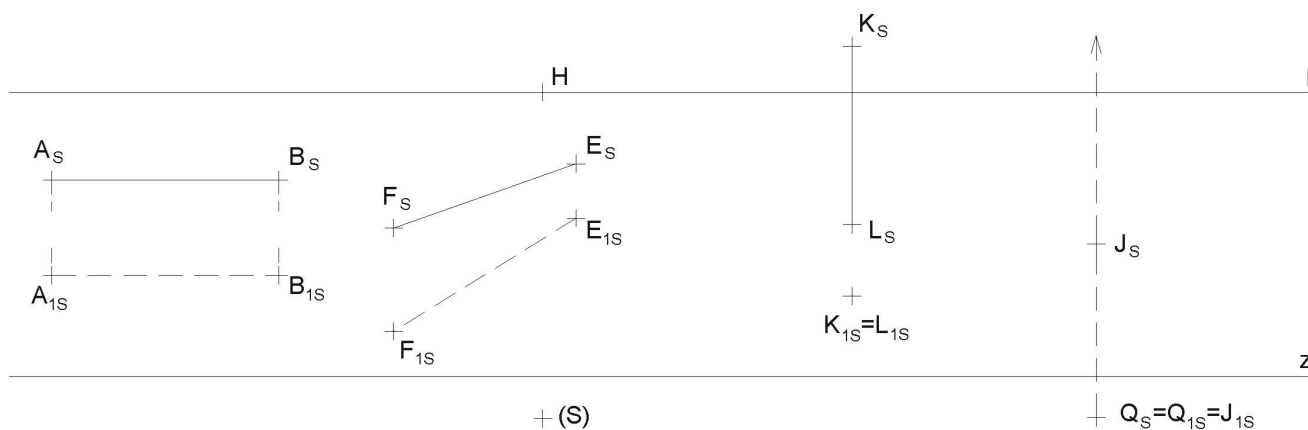




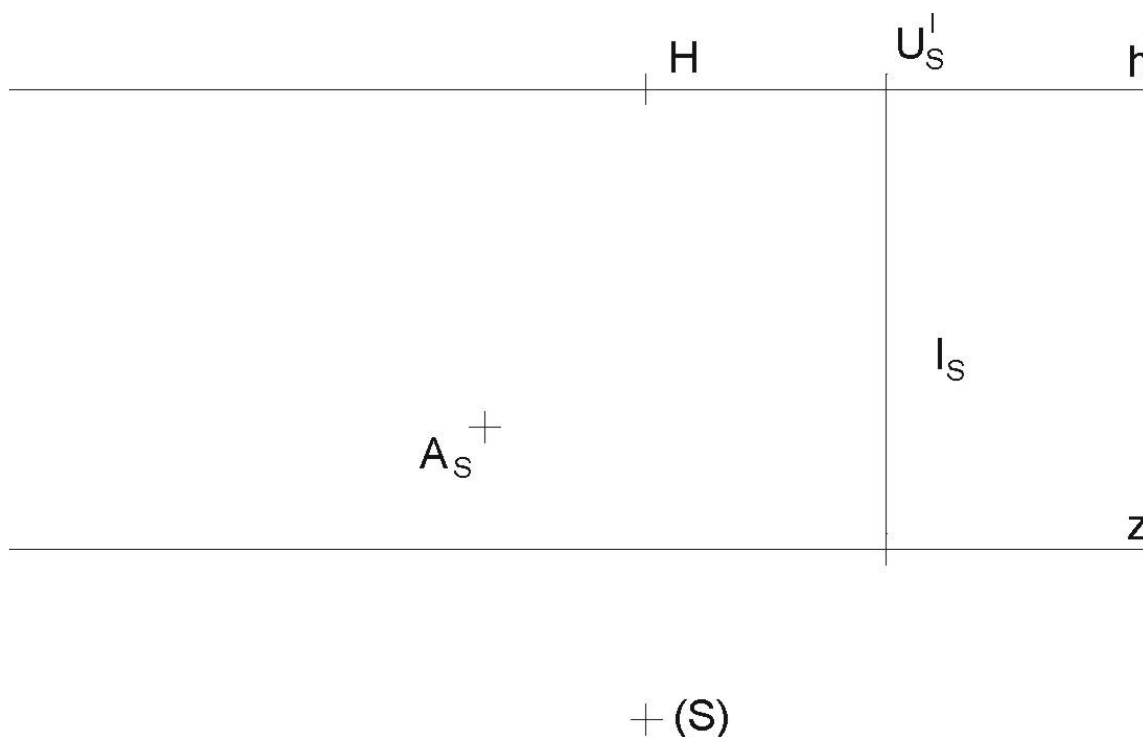
(S) +

NP Zjistěte skutečné velikosti úseček:

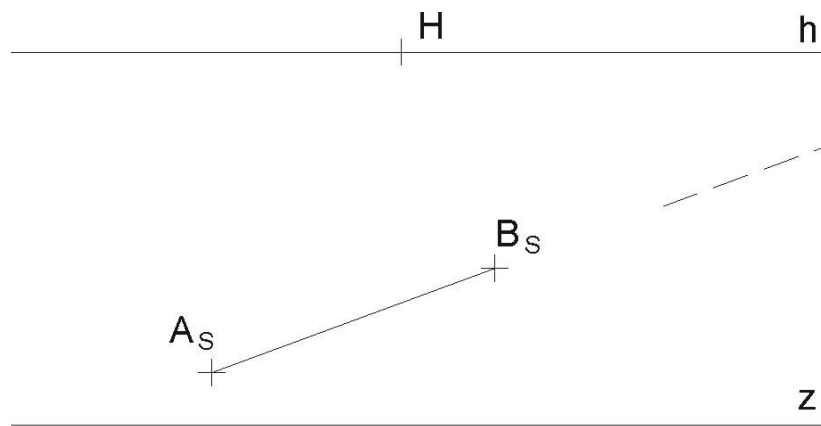
- úsečka AB je horizontální a v průčelné poloze (tj. rovnoběžná s persp. průmětnou),
- úsečka EF je horizontální, ale různoběžná s perspektivní průmětnou,
- úsečka KL je vertikální a vznáší se nad půdorysnou, jejím perspektivním půdorysem je bod $K_{1S} = L_{1S}$,
- hledá se průmět $J_S V_S$ úsečky JV , je-li její skutečná velikost 3cm . Úsečka je vertikální a je dán její dolní koncový bod J . Přímka, na které leží tato úsečka, má průsečík Q s vodorovnou rovinou π , tudíž bod $Q_{1S} = J_{1S}$.



NP Zjistěte skutečnou vzdálenost mezi bodem A a přímkou l , leží-li tyto útvary v půdorysně π .

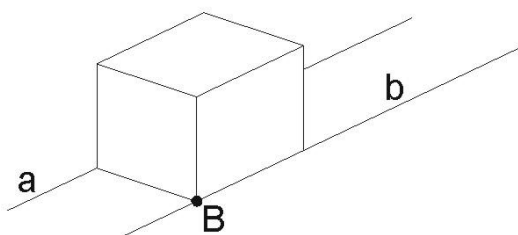
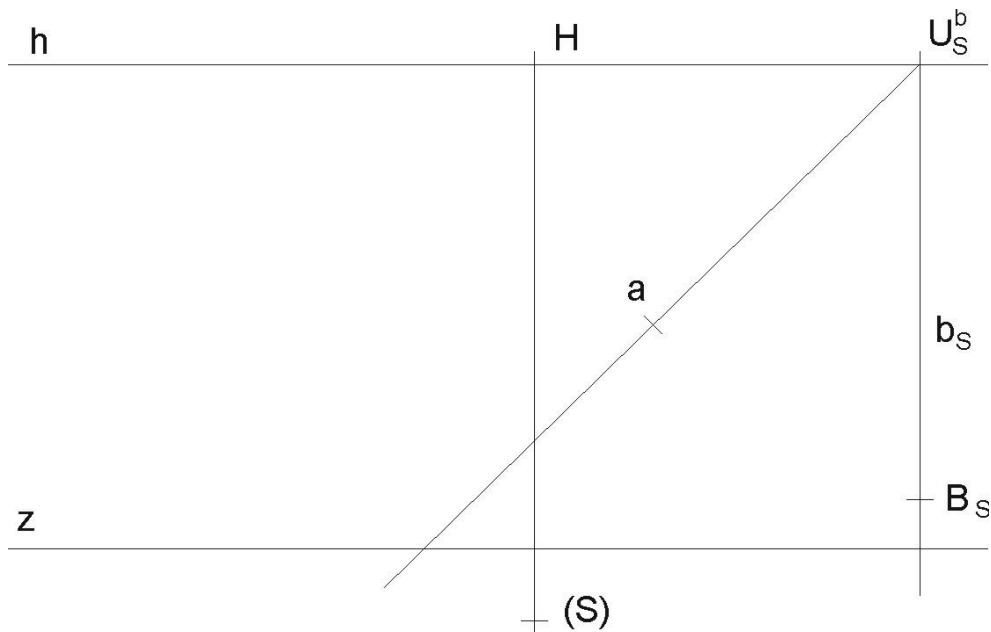


NP Úběžník horizontální úsečky AB vychází mimo papír. Nastudujte princip „redukovaná distance“ a zjistěte skutečnou velikost této úsečky užitím tohoto principu.

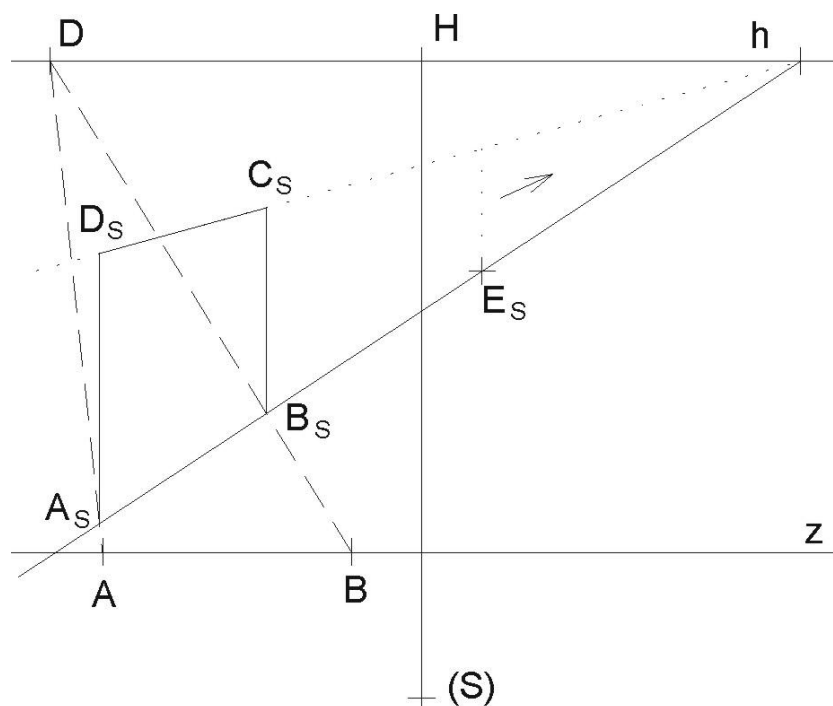


+ (S)

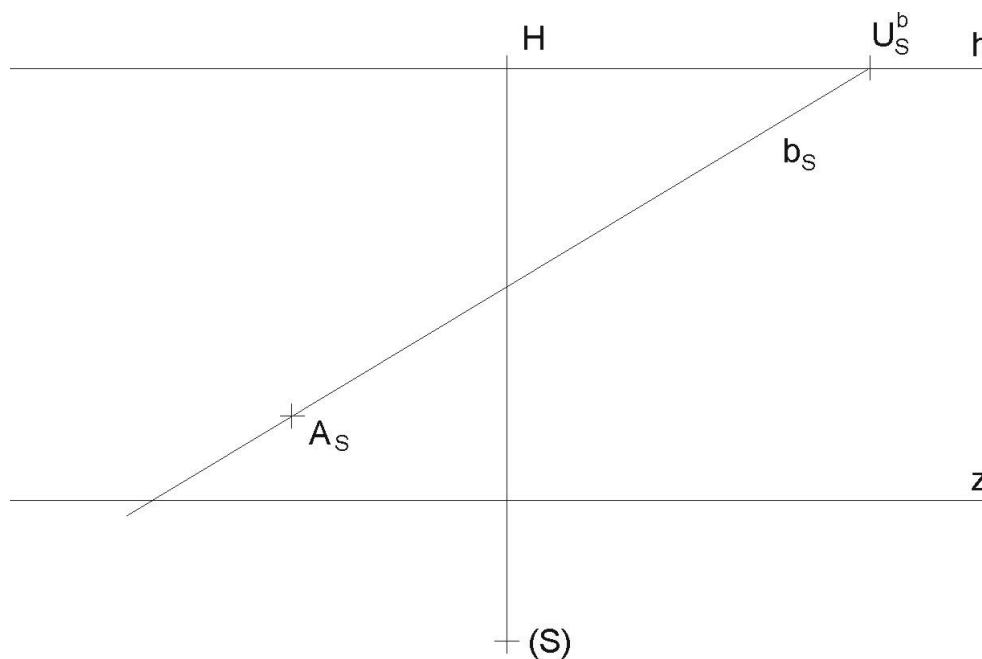
NP Horizontální přímky a , b lze považovat za kolejnice. Sestrojte takovou krychli, která svými hranami „padne“ přesně na tyto kolejnice, tedy délka hrany krychle je rovna rozpětí mezi kolejnicemi (viz náčrtek). Je dána perspektiva jednoho vrcholu B_s této krychle.



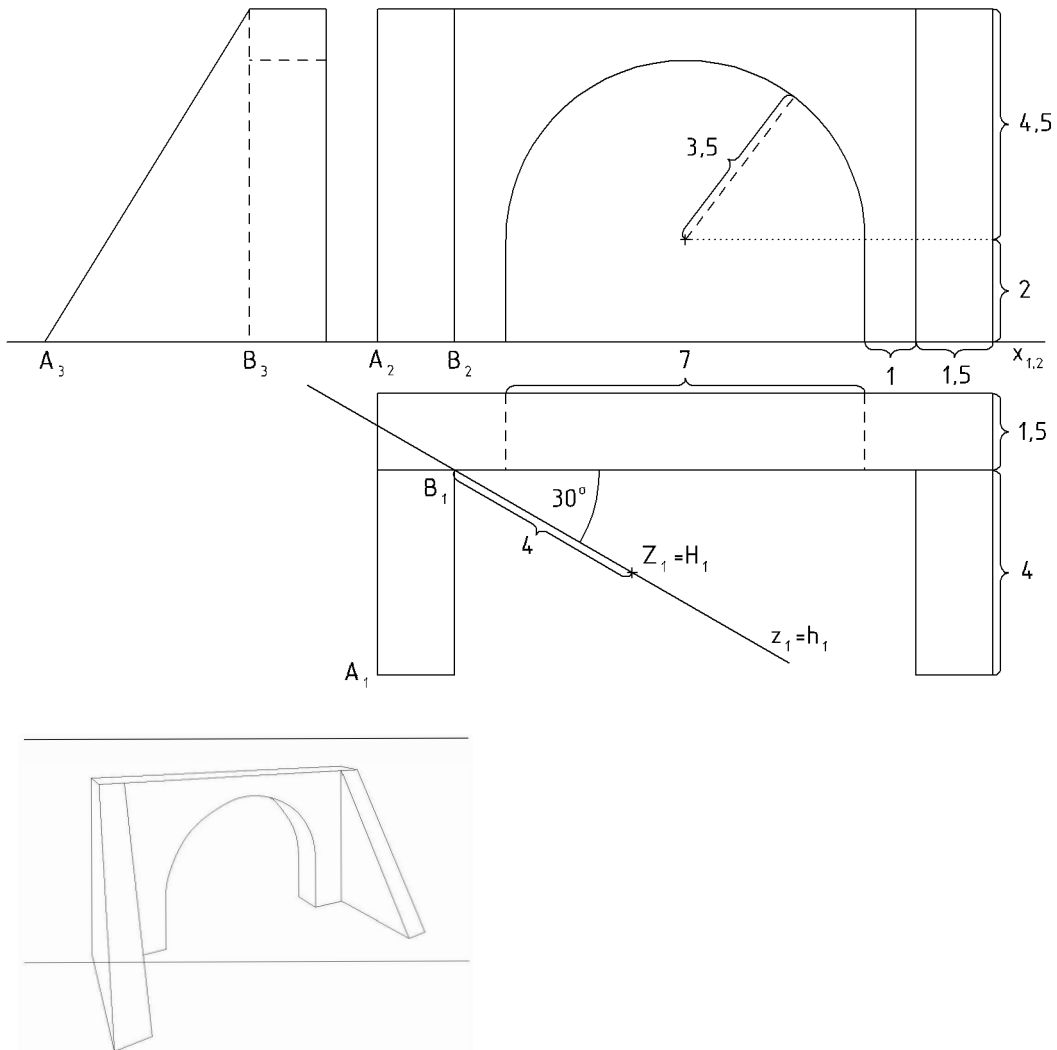
NP Vertikální obdélník $A_S B_S C_S D_S$ přemístěte o trochu dále (stále nad přímkou b_s) do polohy, začínající bodem E_S .



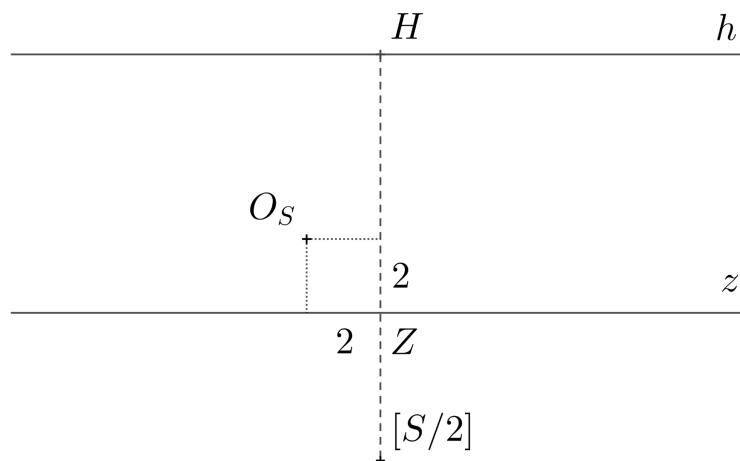
NP Sestrojte horizontální síť čtvercových kachliček o rozměru hrany kachličky 3cm , je-li dán výchozí vrchol A_S první kachličky, jejíž hrana leží na přímce b . Vykreslete aspoň $16 (= 4 \cdot 4)$ kachliček, umístěných nalevo od přímky b_s . Užijte metody dělicích bodů a kontrolujte i úběžníkem společných úhlopříček těchto kachliček.



- (12) V lineární perspektivě (h, z, H, d) , narýsujte daný objekt. Rozměry jsou dány v metrech. Měřítko 1:100, distance $d = 14\text{ m}$, výška horizontu $v^h = |HZ| = 8\text{ m}$. Je dán průmět objektu okótovaným půdorysem a nárysem.



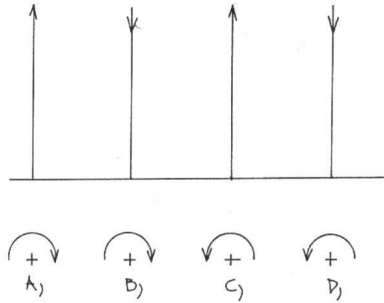
- (13) V lineární perspektivě (h, z, H, d) , $d = 22\text{ cm}$, $v^h = 7\text{ cm}$, zobrazte rotační válec s podstavou k v základní rovině, je-li dán střed podstavy O_S (viz. náčrt), poloměr podstavy $r = 5\text{ cm}$, výška válce je $10,5\text{ cm}$. Kružnice sestrojte metodou 8 tečen!



9. ŠROUBOVICE A ŠROUBOVÉ PLOCHY

Ve všech následujících příkladech vyznačte i část šroubovice v okolí zadaných bodů.

NP V obrázku písemně popište varianty A až D, který z pohybů je *levotočivý* a který *pravotočivý*. Šipky ukazují směry současných pohybů, z nichž je šroubový pohyb vytvořen.



NP (a) V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0; 35)$. Rozvinutím šroubovice tvořené bodem $A[-15; 12; 25]$ odvoďte z dané výšky závitu $v = 40$ odpovídající parametr šroubového pohybu (tj. redukovanou výšku závitu v_o). Na tom, zda je pravotočivá, nezáleží.

(b) V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0, 30)$. Z dané redukované výšky závitu $v_o = 12$ odvoďte výšku závitu v pro bod $B(18, 8, 27)$.

Poznámka: všechny konstrukce na šroubovici se prakticky provádějí pomocí jejího rozvinutí v přímku!

NP V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0; 38)$. Bod $C[17; 15; 37]$ přešroubujte levotočivě do nové polohy C' dolů o úhel $\alpha = 120^\circ$ a odvoďte také polohu C'_2 , jestliže výška jednoho závitu šroubovice je $v = 50$.

NP V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0; 35)$. Vyšroubujte bod $D[-22; 16; 17]$ pravotočivě nahoru o výšku 30mm do polohy D' , jestliže je dána redukovaná výška $v_o = 16$ závitu šroubovice.

NP V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0; 35)$. Sestrojte konstruktivně tečnu t levotočivé šroubovice v bodě $E[19; 14; 29]$, je-li dána výška závitu $v = 50$. Konstruktivně, užitím rozvinutí šroubovice do přímky (nestačí tedy jen vyznačením celé šroubovice), odvoďte průsečík šroubovice s půdorysnou (tzv. stopník P^s šroubovice).

NP V Mongeově promítání je dána osa o , $o_1(0; 37)$, dále tečna $t = PQ$ šroubovice, $P[-31; 25; 0]$, $Q[30; 9; 50]$. Určete šroubovici, pro kterou je přímka t tečnou. Posuďte písemně, zda je pravotočivá. Odvoďte dotkový bod T této tečny s hledanou šroubovicí. Dále bod T přešroubujte o úhel $\alpha = 150^\circ$ nahoru, odvoďte velikost současného posunu Δz .

NP V Mongeově promítání je dána pravotočivá šroubovice osou $o \perp \pi$, $o_1(0; 36)$, redukovanou výškou závitu $v_o = 13$ a bodem $T[14; 59; 37]$. Sestrojte v bodě T „Frenetův trojhran“: tečnu t , hlavní normálu n , binormálu b (druhou normálu) a vyznačte také stopy oskulační roviny $\omega(t, n)$.

NP V Mongeově promítání je dána pravotočivá šroubovice osou $o \perp \pi$, $o_1(0; 39)$, redukovanou výškou závitu $v_o = 11$ a oskulační rovinou $\omega(90; 105; 29)$. Sestrojte tečnu t

šroubovice, ležící v oskulační rovině ω . Najděte dotykový bod T , odvodte „*Frene-tův trojhran*“ a naneste od bodu T na tečnu t (směrem nahoru), na hlavní normálu n (směrem z válce ven) a na binormálu (směrem nahoru) úsečky, jejichž skutečná délka je 20mm .

- NP V Mongeově promítání je dán rotační válec o ose $o \perp \pi$, $o_1(0; 35)$, poloměru $r = 19$ se dvěma body na povrchu válce $A[-10; y_A > y_o; 18]$, $B[15; y_B < y_o; 60]$. Spojte tyto dva body po povrchu válce „*nejkratší čarou*“, tj. šroubovicí. Sestrojte dále v bodě B konstruktivně (nikoli odhadem) tečnu t^B . Vyhledejte konstruktivně (interpoláčně, odhadem malých dílků) bod Q přechodu (změny) viditelnosti šroubovice na tomto válci (na jeho obrysové přímce).

Obrázek můžete zvětšit o 100% na celou plochu A4. Zvolte v půdoryse ten kruhový oblouk, který je kratší. Tím už bude určeno i zda je šroubovice např. levotočivá, vysvětlíte v textu. Poté kruhový oblouk rozdělte na 8 dílků a stejně tak na 8 dílků i výškový rozdíl Δz mezi body A a B . Korespondující osminy vyhledejte, vytvoří body hledané šroubovice. Pomocí rozvinutí této šroubovice odvodte i redukovanou výšku závitů. Nakonec sestrojte tečnu t_B v bodě B .

- NP V kolmé axonometrii, $\Delta(86, 95, 107)$ vyrýsujte 1.5 závitů pravotočivých šroubovic o poloměru $r = 30$ se společným počátečním bodem $A \in \pi$, osou $o = z$ a redukovanými výškami v_o , v'_o , v''_o . Tyto redukované výšky volte tak, aby jeden vrchol V řídicího kužele měl axonometrický průmět uvnitř, druhý na a třetí vně elipsy (kterou je axonometrický půdorys hledaných šroubovic). Doporučujeme skutečné velikosti: pro $v_o = 9$, pro v'_o by mělo vyjít asi 15 a pro $v''_o = 22$. Bod $A^o = A_1^o$ volte na oblouku kruhové základny mezi kladnými poloosami x a y tak, aby jeho axonometrický průmět splynul s vedlejším vrcholem elipsy (která je průmětem kruhové základny nosného válce). V pátém dílku na šroubovicích (počítaje od bodu $A = 0, 1, \dots$) sestrojte na každé šroubovici její tečnu – pomocí vlastností řídicího kužele šroubovice.

Pro dělení kruhové základny na 12 dílků užíjte afinního vztahu mezi půdorysným průmětem šroubovice a jeho otočeným obrazem.

- NP V Mongeově projekci je dána levotočivá šroubovice: osa o je kolmá na π , $o_1(4; 40; 0)$, výchozí bod $A(-20; 60; 0)$, redukovaná výška závitů $v_o = 20$. Sestrojte tečny šroubovice rovnoběžné s danou rovinou $\rho(40; 50; 60)$.

Sestrojte nejprve řez řídicí kuželové plochy vrcholovou rovinou σ rovnoběžnou s rovinou ρ .

- NP V axonometrii dané $\Delta(110; 100; 90)$ zobrazte šroubovici danou osou $o = z$ a tečnou t , která má půdorysný stopník $P = [50; 35; 0]$ a platí $t^0 \parallel XZ$, $t_1^0 \parallel x^0$. Najděte bod T na tečně t a bod T odšroubujte o $\pm \frac{2}{12}$ výšky závitů. Utčete stopy oskulační roviny ω^T jdoucí bodem T .

- NP V axonometrii dané $\Delta(100; 90; 80)$ zobrazte levotočivou šroubovici danou osou $o = z$, $v_o = 20$ a oskulační rovinou $\omega(75; -100; 60)$. Najděte tečnu t ležící v rovině ω a na ní bod dotyku T . Dále přeshroubujte bod T do půdorysny a najděte přesně průsečík šroubovice s půdorysnou.

- NP V Mongeově projekci je dána *pravotočivá pravouhlá uzavřená přímková šroubová plocha* osou šroubového pohybu $o \perp \pi$, $o_1(0, 30)$, parametrem šroubového pohybu

$v_o = 18$, šroubuje se úsečka AB , $A[-50, 80, 25]$, $B[-15, 45, 25]$. Na ploše je dán bod T' jeho půdorysem $T'_1[25, 42, ?]$. Sestrojte přesně nárys T'_2 a odvodte stopy p^τ , n^τ tečné roviny τ v bodě T' .

[výsledek přibližně: $\tau(-250, 5; 132; 77)$]

NP V Mongeově projekci je dána *levotočivá pravouhlá otevřená přímková šroubová plocha* osou o šroubového pohybu kolmou na π , $o_1(0, 40)$, parametrem pohybu $v_o = 20$, šroubuje se úsečka AB , $A[20, 60, 30]$, $B[70, 60, 30]$. Na ploše je dán bod T' jeho nárysem $T'_2[10, ?, 46]$.

- Odvodte přesně půdorys T'_1 tohoto bodu.
- Sestrojte v bodě T' tečnou rovinu τ plochy.
- Vyrýsujte polovinu závitu této plochy

[výsledek: stopy tečné roviny $\tau(42, -42, 17)$, $y_T = 80$, přibližně]

NP V kolmé axonometrii $\Delta(100, 110, 120)$ sestrojte jeden a čtvrt závitu *pravotočivé pravouhlé uzavřené šroubové přímkové plochy*, která je určena šroubováním úsečky AB . Šroubový pohyb je určen osou $o = z$ a redukovanou výškou závitu $v_o = 15\text{mm}$, $A[40, 0, 0]$, $B[0, 0, 0]$. V bodě $T[0, 30, ?]$ sestrojte tečnou rovinu τ , včetně jejich tří stop p^τ , n^τ , m^τ ! Sestrojte křivku, která je čarou zdánlivého obrysu pro axonometrický průmět.

NP V kolmé axonometrii $\Delta(100, 90, 80)$ sestrojte *pravotočivou kosoúhlou uzavřenou šroubovou přímkovou plochu* danou osou $o = z$ šroubového pohybu, tvořící úsečkou AB , $A[40 \cdot \cos 30^\circ; -40 \cdot \sin 30^\circ; 0]$, $B[0; 0; 20]$, skutečná velikost výšky závitu $v=120$. Sestrojte jednu výšku závitu i s vyznačením viditelnosti, zejména dbejte na vyrýsování křivek axonometrického obrysu (tj. malých obloučků dole a nahoře nalevo), průmět šroubované úsečky se těchto křivek dotýká a od dotykového bodu mění svou viditelnost.

Rotační válec, nesoucí šroubovici bodu A má kruhovou podstavu se středem v počátku a poloměrem 40. Označme průsečík Q osy x (je nalevo) s kruhovou podstavou. Potom bod A je umístěn na této kruhové podstavě nalevo od bodu Q, pootočený od bodu Q o úhel 30° ve smyslu otáčení hodinových ručiček.

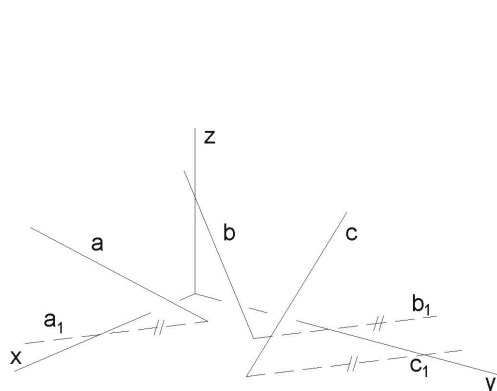
NP V Mongeově projekci je dán pravotočivý šroubový konoid osou o kolmou k půdorysně π , $o_1[0; 60]$, $v_o = 18$, tvořící úsečkou ${}^0A^0B$, ${}^0A[0; 100; 0]$, ${}^0B \in o$. Zobraďte řez konoidu rovinou $\rho(-100; 125; 80)$. V bodě 3M řezu na ${}^3A^3B$ určete tečnu t ke křivce řezu.

Tečna t je průnikem roviny ρ a roviny τ , kde τ je tečná rovina konoidu v bodě 3M . $\tau({}^3A^3B, t')$, t' ... tečna ke šroubovici v 3M .

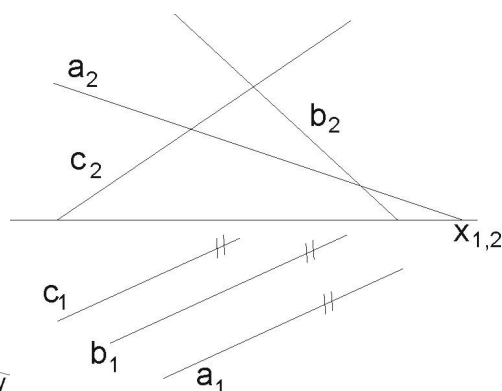
10. ZBORCENÉ PLOCHY

Při vypracování úloh se využijí následující poznatky:

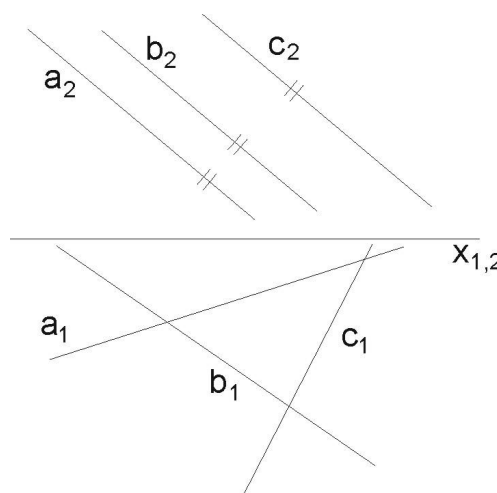
- u plochy jednodílného hyperboloidu a hyperbolického paraboloidu je každá přímka jednoho systému přímek protínána všemi přímkami druhého systému přímek;
- v každém bodě těchto ploch se kříží dvě různoběžné tvořící přímky plochy (jsou z opačných systémů přímek) a tyto různoběžky určují tečnou rovinu plochy s dotykovým bodem v jejich průsečíku;



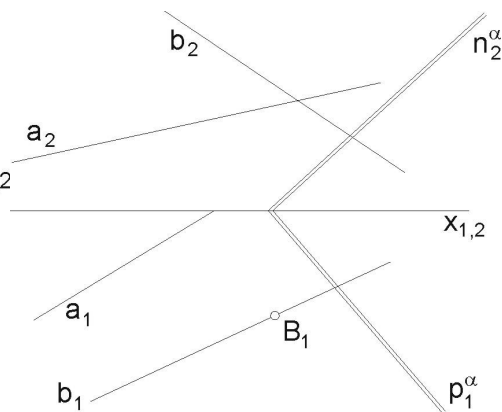
Obr. 1a



Obr. 1b



Obr. 1c



Obr. 2

NP Jakou vzájemnou polohu zaujímají tři přímky a , b , c v axonometrickém zobrazení (obr. 1a), 1c)) a v Mongeově projekci (obr. 1b) ?

Poznámka: Jsou-li 3 přímky rovnoběžné s jistou rovinou, (ale mezi sebou zůstávají vzájemně mimoběžné), pak určují hyperbolický paraboloid. Takovou polohu mimoběžek nazýváme „komplanární“.

NP Zborcená plocha je určena řídicí rovinou α a mimoběžkami a , b , podle obr. 2). Napište název této plochy a dále sestrojte v bodě B tečnou rovinu τ .

Návod: tečná rovina je tvořena přímkou b a přímkou z druhého (opačného) systému, zpravidla tedy čárkovanou. Dále platí: jsou-li dány dvě mimoběžné přímky plochy a řídicí rovina, pak přímky druhého systému (tudíž čárkované a v obr. nezadané), musí být rovnoběžné s danou řídicí rovinou.

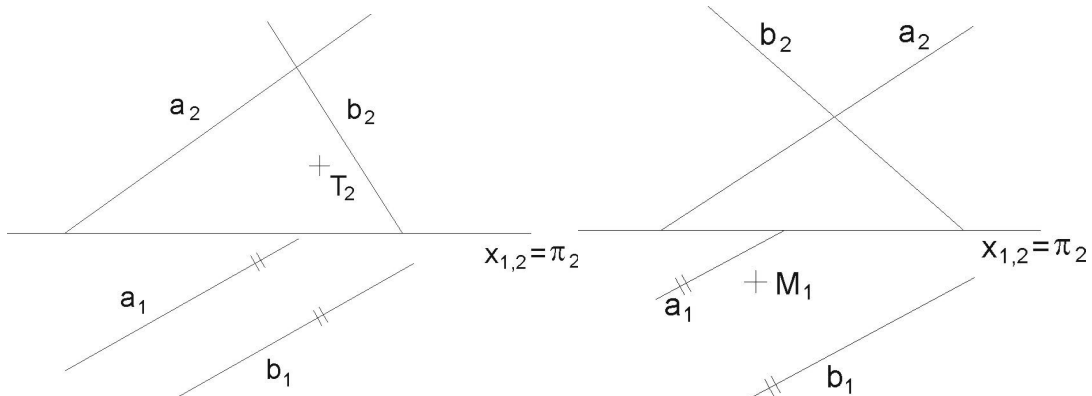
Poznámka: zadaná řídicí rovina je dána kvůli možnosti tvořit přímky druhého, čárkovaného systému. V podstatě nahrazuje třetí přímku, která je nevlastní. Všechny přímky druhého regulu musí tuto nevlastní přímku protnout. Z toho plyne, že jsou rovnoběžné s řídicí rovinou. Kdyby byla zadána řídicí rovina, patřící k systému přímek a, b , zborcená plocha by nebyla dostatečně určena.

Řídicí rovinu, patřící k systému přímek a, b si sami kdykoli můžeme odvodit: zvolíme v prostoru pevný bod a tímto bodem vedeme rovnoběžky se zadanými přímkami a, b . Tyto nové přímky jsou různoběžné a určují rovinu, která je řídicí rovinou systému s přímkami a a b .

Jde tedy o to, vést bodem B přímkou druhého (čárkovaného) systému, rovnoběžnou s řídicí rovinou α . Bodem B vedeme posunutou rovinu $\alpha' \parallel \alpha$ (zavedením hlavní přímky nové roviny α' některé osnovy bodem B). Po sestrojení stop nové roviny α' , najdeme průsečík A druhé přímky a s rovinou α' . AB je přímka g' čárkovaného systému, přímka je rovnoběžná s rovinou α' . Takže nyní máme dvě různoběžky, protínající se v bodě B , které tvoří hledanou tečnou rovinu $\tau(b, g')$.

- NP Hyperbolický paraboloid je zadán průměty dvou mimoběžek a, b a řídicí rovinou π (půdorysnou), při čemž je $a_1 \parallel b_1$. Dále je dán T_2 bodu T , který leží na ploše. Odvodte chybějící půdorys T_1 a přímky obou systémů procházejících bodem T . Podle obr. 3.

Návod: vedeme bodem T_2 přímkou g' druhého systému, rovnoběžnou s řídicí rovinou π , takže g'_2 je rovnoběžná se základnicí. Odvodíme pomocí jejích průsečíků s přímkami a, b také půdorys g'_1 a na ordinále T_1 . Bodem T procházejí po jedné přímce g' a c z každého systému. Přímkou c_1 máme ihned: když $a_1 \parallel b_1$ je i $c_1 \parallel a_1 \parallel b_1$ (kvůli komplanaci u HP). Nárýs c_2 přímky c odvodíme pomocí přímky m' . Přímka m' - čárkovaná ($\parallel \pi$), např. ležící přímo v π (tzn., že $m'_2 = x_{1,2}$ a m'_1 je spojnice půdorysných stopníků přímek a, b). Odvodíme nárýs průsečíku m' a $c - P_2^c$ a propojením s bodem T_2 získáváme nárýs přímky c_2 .



Obr. 3

Obr. 4

- NP Hyperbolický paraboloid je určen mimoběžkami a, b a řídicí rovinou π (půdorysnou), podle obr. 4. Přitom $a_1 \parallel b_1$. Odvodte nárýs bodu M_2 , leží-li M na ploše, a je zadán jen svým půdorysem M_1 .

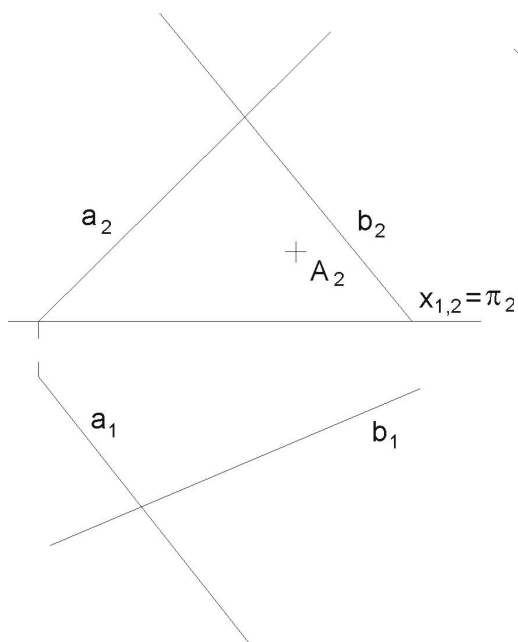
Návod: postupujeme podobně jako v 3. př.: nejdříve připravíme c_1 , $M_1 \in c_1 \parallel b_1$. Dále v náryse narýsujeme aspoň dvě přímky čárkované a odvodíme je do půdorysu. Vyhledáme v půdoryse dva průsečíky přímky c_1 s čárkovanými přímkami. Odvodíme tyto dva průsečíky do nárysu na čárkované přímky. Spojením těchto průsečíků v náryse získáme i přímku c_2 a na ordinále bod M_2 .

NP Hyperbolický paraboloid je zde, podle obr. 5, zadán obecně: mimoběžkami a , b , které už nemají rovnoběžné první průměty, a řídicí rovinou π . Najděte půdorys bodu A , ležícího na ploše, je-li dán jeho nárys, a sestrojte tečnou rovinu v tomto bodě.

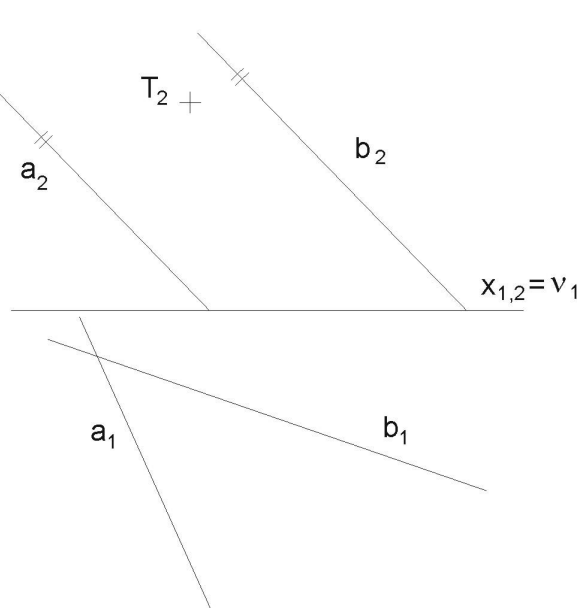
Návod: Vedeme bodem A_2 čárkovanou přímku g'_2 rovnoběžnou se základnicí ($\parallel \pi$) a odvodíme její půdorys včetně půdorysu bodu A_1 . S přímkou $A \in c$ to bude však složitější: její půdorys nemůžeme dokonce ani odhadnout (komplanace přímek a , b , c na ploše hyperbolického paraboloidu - i když v prostoru určitě existuje - je v prvním průmětu zastřena). Pomůžeme si jistou grafickou „lští“ (je užívána i v literatuře a bez ní to ani nejde): na ploše tedy existují nyní vodorovné čárkované přímky (díky tomu, že π je jejich řídicí rovina). Jedna z čárkovaných přímek je sice vodorovná, ale navíc také kolmá k nárysně, nazveme ji $r' \perp \nu$. Stále - i zde - platí obecná věta: „Všechny přímky nečárkovaného systému jsou protínány zase přímkami systému čárkovaného“. Tato přímka r' proto nutně protíná přímky a , b (protože vzhledem k nim patří do opačného systému). Protože ale $r' \perp \nu$, jeví se v náryse jen jako bod r'_2 . Oba průsečíky přímek a , b s přímkou r' , ačkoli jsou od sebe různé, se v náryse promítají do jediného bodu r'_2 . Ten tedy musí být společným průsečíkem nárysu a_2 , b_2 .

Dále platí, že i přímka c (procházející bodem A) musí protínat přímku r' a její nárys proto musí procházet také bodem r'_2 , tedy $c_2 = r'_2.A_2$. Nárys přímky c již máme. Známe-li alespoň dvě čárkované přímky q' , p' , můžeme půdorys přímky c odvodit s jejich pomocí.

V bodě A se protínají přímky c a g' . Tyto přímky určují tečnou rovinu τ s bodem dotyku A s plochou. Najděte i stopy tečné roviny τ .



Obr. 5



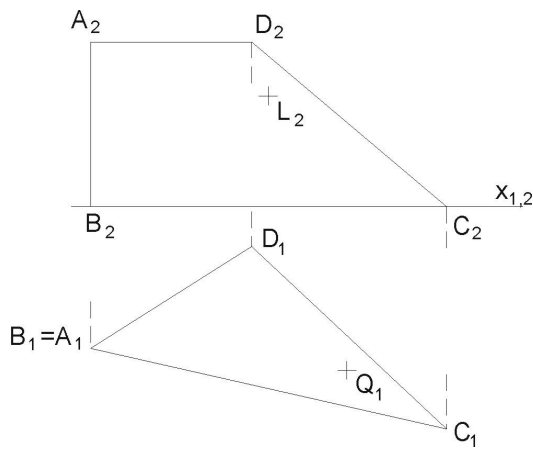
Obr. 6

NP V obr. 6 je zadání hyperbolického paraboloidu trochu převrácené. Řídicí rovinou je nárysna ν a nárysy přímek a , b jsou spolu rovnoběžné. Dále je dán nárys bodu T . Odvodte jeho půdorys a stopy tečné roviny pro tento dotykový bod T .

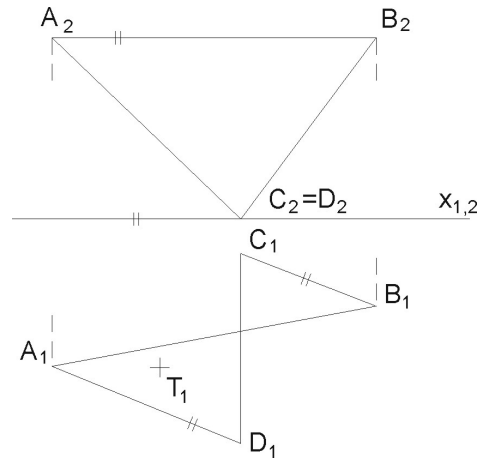
Poznámka: podrobný popis už neuvádíme, student by si měl postup odvodit podle předcházejících úloh.

NP V obr. 7 je plocha hyperbolického paraboloidu určena zborceným čtyřúhelníkem A , B , C , D . Body L a Q leží na ploše. Odvodte chybějící půdorys bodu L a chybějící nárys bodu Q .

Návod: vyzkoumejte polohy řídicích rovin a z toho vyplývající zákonitost pro průměty tvořících přímek obou systémů. Potom už snadno zavedete danými průměty bodů jednotlivé průměty tvořících přímek a k těmto průmětům pak přiřadíte i chybějící průměty přímek.



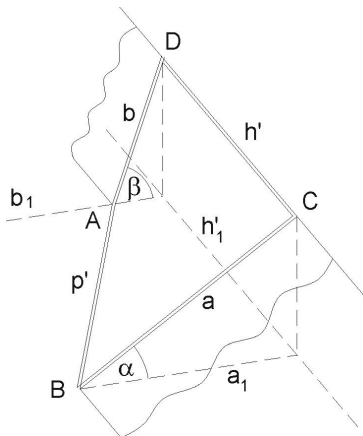
Obr. 7



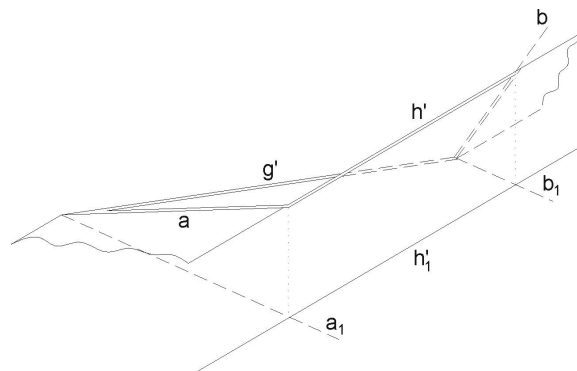
Obr. 8

NP V obr. 8 si důsledně všimněte, že u zborceného čtyřúhelníka jsou strany AB a CD spolu v prvním průmětu rovnoběžné! Máte odvodit chybějící průmět bodu T , ležícího na ploše. Jistě to dokážete sami.

Zde končí základní úlohy na hyperbolický paraboloid a poznatky, uvedené v úvodu. Další příklady jsou již aplikace, v principu použitelné ve stavebnictví.



Obr. 9



Obr. 10

NP V obr.9 je dána v axonometrii přechodová plocha *hyperbolického paraboloidu*, propojující dva profily různých sklonů a a b . Máte sestrojít 8 tvořících přímek každého systému.

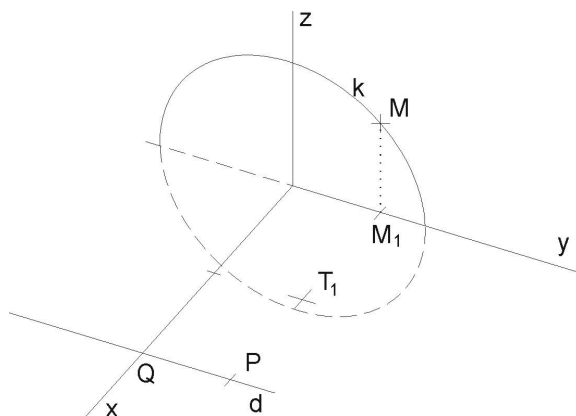
Poznámka: podotýkáme, že další stavební uplatnění, tomuto blízké, můžeme nalézt při zastřešení, jsou-li vodorovný hřeben a okapová hrana ve vzájemně mimoběžné poloze.

NP Stejný úkol Vás čeká v obr. 10. Jde jen o jiný axonometrický pohled na tuto přechodovou plochu, tvořenou zborceným (prostorovým) čtyřúhelníkem, jehož strany leží na přímkách, popsanych takto: nakloněné a , b , vodorovná g' je v půdorysně a h' je vodorovná, ale horní strana.

Poznámka: u plochy takto natočené vzhledem k pozorovateli získáme navíc i křivku axonometrického obrysu (tou bude parabola, jako obalová křivka axonometrických průmětů tvořících přímek).

NP Podle obr. 11 je zadán v kolmé axonometrii (axon. trojúhelník volte sami) *kruhový konoid*. Řídící kružnice k leží v souřadnicové rovině $y.z$, má střed S v počátku a poloměr $r = 30$, řídící přímka d prochází bodem $Q[50, 0, 0]$ a je rovnoběžná s osou y , řídící rovinou konoidu je nárysna $x.z$. Je dán ještě půdorys $T_1[25, 20, ?]$ bodu T , ležícího na ploše.

- Odvodte bod T (užitím tvořící přímky m plochy).
- Sestrojte řez e rovinou $\alpha \in T$, $\alpha \parallel y.z$.
- Dále sestrojte řez vertikální rovinou λ , volenou bodem T , ale různoběžnou se souřadnicovými rovinami.



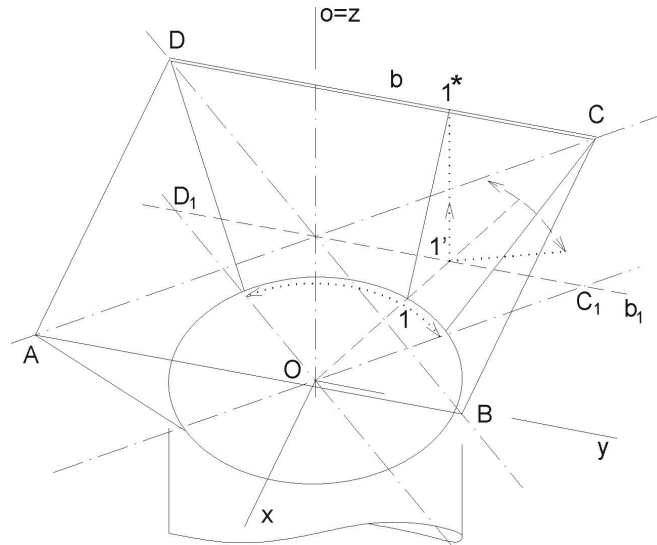
Obr. 11

Návod:

ad a) Tvořící přímka m konoidu bude rovnoběžná s řídící rovinou $x.z$. Proto její půdorys m_1 bude procházet daným půdorysem T_1 , rovnoběžně s osou x . Průsečík m_1 s půdorysem k_1 (na ose y) kružnice k označme M_1 . Ordinálou odvodíme na kružnici nahoru bod M . Půdorys m_1 také protíná i řídící přímku d v bodě P (d a P leží v půdorysně). Propojením $m = PM$ získáme tvořící přímku m . Ordinálou z půdorysu T_1 odvodíme na přímku m bod T .

ad b) Pro křivku e řezu v rovině, rovnoběžné s bokorysnou $y.z$ platí, že 3. průmět křivky e_3 bude afinně sdružený s kružnicí $k = k_3$ a osou afinity bude osa y .

ad c) křivku g řezu sestrojíme postupně bodově, každý její bod jako průsečík jednotlivé tvořící přímky s rovinou řezu λ . Je to snadné, protože rovina λ je svislá.



Obr. 12

NP Sestrojte v kolmé axonometrii, obr. 12, plochu násypky, tvořenou 4 díly (z nichž vždy dva a dva jsou symetrické) zborčené plochy *Montpellierského oblouku*. Každý takový díl je samostatně tvořen částí řídicí kružnice v půdorysně o středu v počátku, dále společnou řídicí přímkou $o = z$ a vodorovnou řídicí přímkou např. b (na ní leží strana vodorovného obdélníka). Jedná se tedy o přechodovou (ale nerovinnou, zborčenou) plochu, propojující vodorovný obdélník či čtverec (vodorovná dvířka) s kružnicí (tj. ukončující svislé násypné potrubí). Máme tedy 4 Montpellierské oblouky, vzájemně na sebe navazující. Omezení a navázání na sebe u jednotlivých Montpellierských oblouků je ve svislých rovinách, procházejících úhlopříčkami AC , BD vodorovného obdélníka. Vaším úkolem je vyrýsovat tvořící přímky zborčené plochy ve všech 4 dílech. Přitom v každém dílu vyrýsujte nejméně 5 přímek, včetně krajních.

Návod: protože všechny tvořící přímky musí protínat i řídicí přímkou $o = z$ a ta je (v našem příkladu) kolmá k půdorysně, budou všechny půdorysy tvořících přímek procházet půdorysem přímkou o , tedy počátkem. Budou proto prostými protaženými průměry kružnice. Poznačíme si u nich očíslováním 1, 2, 3, ... průsečíky s kružnicí. V průsečících (obdobně očíslovaných 1', 2', 3', ...) , kde tyto půdorysy tvořících přímek protínají půdorys b_1 strany b obdélníka, povedeme vertikálně ordinály na stranu b obdélníka. Tyto nové průsečíky očíslojeme 1, 2*, 3*, ... Získáme tak systém čísel např.: 1 + 1' + 1* . Postupně propojujeme jednotlivě body 1 a 1* , atd. a tak obdržíme tvořící přímky plochy. Neviditelné úseky čárkujeme.*

NP V kolmé axonometrii $\Delta(100, 130, 120)$ sestrojte tvořící přímky zborčené plochy, jejíž řídicí útvary jsou: kružnice v půdorysně π o středu $S[60; 60; 0]$, $r = 40$, přímka $p \parallel y$, jdoucí bodem $P[60; 60; 80]$, a řídicí rovina $\nu(x, z)$. Určete název plochy a najděte přibližně 20 tvořících přímek.

Návod: protože tvořící přímky jsou rovnoběžné s řídicí rovinou x, z , budou jejich půdorysy rovnoběžné s osou x . Tyto půdorysy budeme rýsovat v rozsahu řídicí

kružnice. Rovnoběžky s osou y klademe přibližně po 1 cm šířky mezi těmito půdorysy. Sestrojíme půdorys $p_1 \parallel y$.

Průsečíky půdorysů tvořících přímek s půdorydem přímky p_1 přeneseme po ordinálách na přímku p . Tyto body spojíme s průsečíky půdorysů příslušných tvořících přímek s řídicí kružnicí (ta je přímo dána v půdoryse) a dostaneme tím axonometrické obrazy tvořících přímek.

Dbáme ovšem na to, aby při spojení takových bodů šlo vždy o body stejné y -ové vzdálenosti. Jenom tak splní tvořící přímka podmínku, že je rovnoběžná s řídicí rovinou $x.z.$

Body na řídicí přímce p s krajními hodnotami (min. a max. y -ová souřadnice) jsou kuspídní body.

REFERENCE

- [1] Bartel, Kazimierz: *Geometria wykreslna*, Wydanie drugie, poprawione i uzupełnione, Książnica Polska Towarzystwa Nauczycieli Szkół Wyższych, 1922.
- [2] Borecká, Květoslava – Chvalinová, Ludmila – Lovečková, Mája – Šmídová-Rpušarová, Veronika: *Konstruktivní geometrie*, Akademické nakladatelství CERM, Brno 2006. ISBN: 80-214-3229-2
- [3] Bôrik, Ján: *Zbierka uloh z deskriptívnej geometrie II*, Vojenská technická akademie Antonína Zápotockého, 1969.
- [4] Brauner, Heinrich: *Lehrbuch der Konstruktiven Geometrie*, VEB Fachbuchverlag Leipzig.
- [5] Bulantová, Jana: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Perspektivní afinita a perspektivní kolíneace*, modul 3, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [6] Bulantová, Jana – Hon, Pavel – Prudilová, Květoslava – Puchýřová, Jana – Roušar, Josef – Roušarová, Veronika – Slaběňáková, Jana – Šafařík, Jan – Šafářová, Hana – Zrůstová, Lucie: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [7] Bulantová, Jana – Hon, Pavel – Prudilová, Květoslava – Puchýřová, Jana – Roušar, Josef – Roušarová, Veronika – Slaběňáková, Jana – Šafařík, Jan – Šafářová, Hana – Zrůstová, Lucie: *Deskriptivní geometrie, verze 2.0 pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Soubor CD-ROMů Deskriptivní geometrie, Fakulta stavební VUT v Brně, 2008.
- [8] Bulantová, Jana – Hon, Pavel – Prudilová, Květoslava – Puchýřová, Jana – Roušar, Josef – Roušarová, Veronika – Slaběňáková, Jana – Šafařík, Jan – Šafářová, Hana – Zrůstová, Lucie: *Deskriptivní geometrie, verze 3.0 pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Soubor CD-ROMů Deskriptivní geometrie, Fakulta stavební VUT v Brně, 2009.
- [9] Bulantová, Jana – Hon, Pavel – Prudilová, Květoslava – Puchýřová, Jana – Roušar, Josef – Roušarová, Veronika – Slaběňáková, Jana – Šafařík, Jan – Šafářová, Hana – Zrůstová, Lucie: *Deskriptivní geometrie, verze 4.0 pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Soubor CD-ROMů Deskriptivní geometrie, Fakulta stavební VUT v Brně, 2012.
- [10] Bulantová, Jana – Mencáková, Kristýna – Morávková, Blanka – Rýparová, Lenka – Šafařík, Jan – Zrůstová, Lucie: *Sbírka řešených příkladů z konstruktivní geometrie*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2022. <https://www.geogebra.org/m/ejhn4jay>
- [11] Bulantová, Jana – Prudilová, Květoslava – Puchýřová, Jana – Roušar, Josef – Roušarová, Veronika – Slaběňáková, Jana – Šafařík, Jan – Šafářová, Hana – Zrůstová, L.: *Sbírka řešených příkladů z deskriptivní geometrie pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. <https://mat.fce.vutbr.cz/studium/geometrie/>
- [12] Bulantová, Jana – Prudilová, Květoslava – Puchýřová, Jana – Roušar, Josef – Slaběňáková, Jana – Šafařík, Jan – Šafářová, Hana – Zrůstová, Lucie: *Vyrovňovací kurz deskriptivní geometrie BA91*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2007. <https://mat.fce.vutbr.cz/studium/geometrie/>
- [13] Bulantová, Jana – Prudilová, Květoslava – Roušar, Josef – Šafařík, Jan – Zrůstová, Lucie: *Sbírka zkouškových příkladů z deskriptivní geometrie pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2009. <https://mat.fce.vutbr.cz/studium/geometrie/>
- [14] Cibulka, Vladimír: *Technické kreslení pro 1. a 2. ročník SPŠ stavebních*, SNTL, Praha 1980.
- [15] Čeněk, Gabriel – Medek, Václav: *Deskriptivní geometria I, Zobrazovacie metódy*, Slovenské vydavateľstvo technickej literatury, n.p., Bratislava 1956.
- [16] Čeněk, Gabriel – Medek, Václav: *Kurz deskriptívnej geometrie pre technikov II*, SNTL, Bratislava 1954.
- [17] Černý, Jaroslav: *Geometry*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1996. ISBN: 80-01-01535-1
- [18] Černý, Jaroslav – Kočandrlová, Milada: *Konstruktivní geometrie*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1993. ISBN: 80-01-00838-X
- [19] Černý, Jaroslav – Kočandrlová, Milada: *Konstruktivní geometrie*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1998. ISBN: 80-01-01815-6
- [20] Černý, Jaroslav – Kočandrlová, Milada: *Konstruktivní geometrie 10*, Vydavatelství ČVUT, Praha 2000. ISBN: 80-01-02121-1
- [21] Černý, Jaroslav – Maleček Kamil: *Deskriptivní geometrie*, Ediční středisko ČVUT, Praha 1984.
- [22] Černý, Jaroslav – Maleček Kamil: *Deskriptivní geometrie, Sbírka příkladů pro obor KD*, Ediční středisko ČVUT, Praha 1984.
- [23] Čižmarová, B. – Frečerová, J. – Píšová, F.: *Deskriptivní geometria, Riešené príklady*, Slovenská vysoká škola technická v Bratislave, Bratislava 1982.
- [24] Doležal Jiří: *Deskriptivní geometrie pro FAST*, <http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/DgFAST.html>.
- [25] Doležal, Josef: *Konstruktivní geometrie*, Ediční středisko Brno, Brno 1982.
- [26] Dovrtěl, Josef: *Technické kreslení pro druhý ročník středních průmyslových škol stavebních*, SNTL, Praha 1964.

- [27] Drábek, Karel – Harant, František: *Promítací metody a konstrukce křivek a ploch druhého stupně*, SNTL, Praha 1958.
- [28] Drábek, Karel – Harant, František – Setzer, Ota: *Deskriptivní Geometrie I*, SNTL / ALFA, Praha 1978.
- [29] Drábek, Karel – Harant, František – Setzer, Ota: *Deskriptivní Geometrie II*, SNTL / ALFA, Praha 1979.
- [30] Drábek, Karel – Jisl, Vladimír : *Předlohy ke cvičení z deskriptivní geometrie, I. díl*, SNTL, Praha 1969.
- [31] Dubec, Antonín – Filip, Josef – Horák, Stanislav – Veselý, Ferdinand – Vyčichlo, František: *Deskriptivní geometrie pro IV. třídu Gymnasií*, Státní nakladatelství učebnic v Praze, Praha 1951.
- [32] Ďurikovičová, M. – Szarková, D. – Velichová, D.: *Konstruktivní geometria II - Zbierka úloh*, KM Sjf STU, 2001, <http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/zbierka2.htm>.
- [33] Fehér, Ján – Frecerová, Jelena – Macková, Božena – Oravec, Gabriel – Šulka, Robert – Vykouk, Bohuslav – Zámožík Jozef: *Deskriptívna geometria v príkladoch*, Slovenské vydavateľstvo technickej literatury, Bratislava 1959.
- [34] Finda, Jaromír: *Kartografická zobrazení*, Diplomová práce, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita v Brně, Brno 2005. <https://is.muni.cz/th/dv9gw/>.
- [35] Franek, Antonín: *Cvičení k základním úlohám Mongeovy projekce*, Výzkumný ústav odborného školství v Praze, Olomouc 1968.
- [36] Frecerová, Jelena: *Deskriptívna geometria, Riešenia základných úloh*, Slovenská vysoká škola technická v Bratislave, Bratislava 1983.
- [37] Hajkr, Oldřich – Láníček, Josef: *Deskriptivní geometrie II*, IV. vydání, Vysoká škola báňská Ostrava, Ostrava 1986.
- [38] Hajkr, Oldřich – Láníček, Josef – Plocková, Eva – Řehák, Miroslav: *Sbírka řešených příkladů z konstruktivní geometrie, textová část*, II. vydání, Vysoká škola báňská Ostrava, Ostrava 1987.
- [39] Hajkr, Oldřich – Láníček, Josef – Plocková, Eva – Řehák, Miroslav: *Sbírka řešených příkladů z konstruktivní geometrie, obrazová část*, II. vydání, Vysoká škola báňská Ostrava, Ostrava 1987.
- [40] Harant, Michal – Lanta, Ondřej: *Deskriptivní geometrie část I. pro II. ročník SVVŠ*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1965.
- [41] Harvanová, Zuzana: *Deskriptívna geometria I, Pracovné listy I*, Slovenská technická univerzita v Bratislave v Nakladateľstve STU, Bratislava, 2015. ISBN: 978-80-227-4496-6
- [42] Harvanová, Zuzana: *Deskriptívna geometria I, Pracovné listy I, Riešenie úloh*, Slovenská technická univerzita v Bratislave v Nakladateľstve STU, Bratislava, 2016. ISBN: 978-80-227-4644-1
- [43] Havel, Václav: *Příklady z deskriptivní geometrie*, SNTL, Praha 1956.
- [44] Havel, Václav: *Úvod do promítacích method a theorie křivek a ploch druhého stupně*, SNTL, Praha 1957.
- [45] Havlíček, Karel: *Úvod do projektivní geometrie kuželoseček*, SNTL, Praha 1956.
- [46] Helm, Jan: *Topografické plochy*, Bakalářská práce, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova v Praze, 2009.
- [47] Holáň, Štěpán – Holáňová, Libuše: *Cvičení z deskriptivní geometrie I. - Kuželosečky*, Fakulta stavební VUT, Brno 1988.
- [48] Holáň, Štěpán – Holáňová, Libuše: *Cvičení z deskriptivní geometrie II. - Promítací metody*, Fakulta stavební VUT, Brno 1989.
- [49] Holáň, Štěpán – Holáňová, Libuše: *Cvičení z deskriptivní geometrie III. - Plochy stavebně technické praxe*, Fakulta stavební VUT, Brno 1992.
- [50] Hon, Pavel: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Mongeova projekce*, modul 5, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [51] Hon, Pavel – Prudilová, Květoslava – Roušar, Josef – Roušarová, Veronika – Šafařík, Jan: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – obor geodézie a kartografie*, Fakulta stavební VUT v Brně, Brno 2004.
- [52] Hon, Pavel – Puchýřová, Jana: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Kolmá axonometrie*, modul 6, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [53] Horák, Stanislav: *Sbírka řešených úloh z deskriptivní geometrie*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1970.
- [54] Hradecký, František – Zedek, Miloslav – Šimek, Josef – Mikulčák, Jiří: *Metodika vyučování deskriptivní geometrii a rýsování*, Univerzita Karlova v Praze, Fakulta matematicko-fyzikální, SPN, Praha 1966.
- [55] Cholevová, Iveta – Lubojacký, Bedřich – Restl, Čestmír: *Sbírka řešených příkladů z deskriptivní a konstruktivní geometrie, Kótované promítání*, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, ostrava 2002. ISBN: 80-248-0027-6

- [56] Jalůvka, Vladimír – Mahel, Vladimír: *Cvičení z deskriptivní geometrie pro dálkové studium strojního a elektrotechnického inženýrství, I. díl*, SNTL, Praha 1961.
- [57] Jalůvka, Vladimír – Mahel, Vladimír: *Cvičení z deskriptivní geometrie pro dálkové studium strojního a elektrotechnického inženýrství, II. díl*, SNTL, Praha 1958.
- [58] Jankowski, Witold: *Geometria wykreslna, Podręcznik dla inżynierów studiów zawodowych*, Wydanie czwarte, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1981.
- [59] Jarolínek, Vincenc: *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie*, JČM, Praha 1904.
- [60] Ježek F. – Štauberová Z. – Tomiczková S.: *Inženýrská geometrie – Křivky a plochy*, Západočeská univerzita, Plzeň 2000, <http://www.kma.zcu.cz/Geometrie/krivkyaplochy/Default.htm>.
- [61] Juklová, Lenka: *Aplikace deskriptivní geometrie, Základy kartografie a cyklografie*, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc 2013. ISBN: 978-80-244-3600-5
- [62] Kadeřávek, František: *Geometrie a umění v dobách minulých*, Jan Švec, Praha 1935.
- [63] Kadeřávek, František: *Perspektiva, Příručka pro architekty, malíře a přátele umění*, Jan Švec, Praha 1922.
- [64] Kadeřávek, František: *Plochy stavebně-inženýrské praxe*, Jednota československých matematiků a fysiků, Praha 1950.
- [65] Kadeřávek, František: *Relief, Příručka pro sochaře a architekty*, Jan Švec, Praha 1925.
- [66] Kadeřávek, František: *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1954.
- [67] Kadeřávek, František – Kepr, Bořivoj: *Prostorová perspektiva a reliefs*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1954.
- [68] Kadeřávek, František – Klíma, Josef – Kounovský, Josef: *Deskriptivní geometrie*, Díl první, Jednota československých matematiků a fysiků, Praha 1929.
- [69] Kadeřávek, František – Klíma, Josef – Kounovský, Josef: *Deskriptivní geometrie*, Díl druhý, Jednota československých matematiků a fysiků, Praha 1932.
- [70] Kadeřávek, František – Klíma, Josef – Kounovský, Josef: *Deskriptivní geometrie I*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1954.
- [71] Kadeřávek, František – Klíma, Josef – Kounovský, Josef: *Deskriptivní geometrie II*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1954.
- [72] Kadeřávek, František – Havel, Václav – Harant, František: *Plochy stavebně inženýrské praxe*, Druhé přepracované a rozšířené vydání, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1958.
- [73] Kargerová, Marie: *Deskriptivní geometrie pro technické školy vysoké, vyšší a střední*, Montanex a.s., Ostrava 1997. ISBN: 80-85780-68-2
- [74] Kargerová, Marie – Mertl, Patr: *Úlohy na cvičení z geometrie*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1999. ISBN: 80-01-01631-5
- [75] Klapka Jiří – Piska, Rudolf – Zezula, Jaromír: *Deskriptivní geometrie pro směr stavební zeměměřický a architekturu, I. díl*, Vysoké učení technické, Fakulta inženýrského stavitelství, SNTL, Praha 1954.
- [76] Klapka Jiří – Piska, Rudolf – Zezula, Jaromír: *Deskriptivní geometrie, II. díl (se základy kartografie a stereotomie)*, Vysoké učení technické, Fakulta inženýrského stavitelství, SNTL, Praha 1953.
- [77] Klíma, Josef: *Různé způsoby zobrazovací v deskriptivní geometrii*, Jednota československých matematiků a fysiků, Praha 1950.
- [78] Klíma, Josef – Ingriš, Václav: *Deskriptivní geometrie pro VI. a VII. třídu reálků*, Jednota československých matematiků a fysiků, Praha 1947.
- [79] Kočandrlová, Milada – Černý, Jaroslav: *Konstruktivní geometrie*, Česká technika – nakladatelství ČVUT, Praha 2021. ISBN: 978-80-01-06049-0
- [80] Kočandrlová, Milada – Křivková, Iva: *Konstruktivní geometrie (Předlohy ke cvičení)*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1995.
- [81] Kopincová, Edita – Květoňová, Božena – Veselý, Zdeněk: *Úlohy na cvičení z konstruktivní geometrie*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1995.
- [82] Kopřivová, Hana: *Deskriptivní geometrie I*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1995.
- [83] Kopřivová, Hana: *Deskriptivní geometrie II*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1996.
- [84] Kopřivová, Hana: *Deskriptivní geometrie I*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1997. ISBN: 80-01-01378-2
- [85] Kopřivová, Hana: *Deskriptivní geometrie II*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1999. ISBN: 80-01-01594-7
- [86] Kounovský, Josef: *Zborčené plochy*, Jednota československých matematiků a fysiků, Praha 1947.
- [87] Kounovský, Josef: *Theoretické základy fotogrammetrie*, Jednota československých matematiků a fysiků, Praha 1948.
- [88] Kounovský, Josef – Vyčichlo, František: *Deskriptivní geometrie*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1959.
- [89] Kovář, Josef: *Kótované promítání a nauka o topografických plochách*, Díl I. a II., Čsl. vědecký ústav vojenský v Praze, Praha 1924.

- [90] Kowalski, Zdeněk – Bažant, Zdeněk: *Promítání centrální a perspektivní*, 2. opravené a rozšířené vydání, Zatimní učebné texty, Ústav pro učebné pomůcky, Praha 1945.
- [91] Kowalski, Zdeněk – Piska, Rudolf: *Deskriptivní geometrie I*, Vysoké učení technické, Stavební fakulta, SNTL, Praha 1959.
- [92] Kowalski, Zdeněk – Piska, Rudolf: *Deskriptivní geometrie II*, Vysoké učení technické, Stavební fakulta, SNTL, Praha 1959.
- [93] Kowalski, Zdeněk – Piska, Rudolf: *Deskriptivní geometrie III*, Vysoké učení technické, Stavební fakulta, SNTL, Praha 1960.
- [94] Kraemer, Emil: *Zobrazovací metody, Promítání rovnoběžné, I. díl*, SPN, Praha 1991. ISBN: 80-04-21778-8
- [95] Kraemer, Emil: *Zobrazovací metody, Promítání rovnoběžné, II. díl*, SPN, Praha 1991. ISBN: 80-04-21778-8
- [96] Králová, Alice: *Konstruktivní geometrie, Topografické plochy*, Mendelova univerzita. http://user.mendelu.cz/balcarko/Top_Plochy.pdf.
- [97] Králová, Alice – Liška, Petr – Tkadlecová, Miroslava: *Konstruktivní geometrie*, Mendelova univerzita, Brno 2015. <http://user.mendelu.cz/balcarko/deska.pdf>
- [98] Krieglstein Eduard – Krieglstein, Martin: *Předlohy pro deskriptivní geometrii II*, Vydal Geodetický a kartografický podnik, Praha 1988.
- [99] Kroch, Ján – Mészárosová, Katarína – Musálková, Bohdana: *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*, Sobotáles, Praha 2015.
- [100] Kuchař, Karel: *Základy kartografie*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1953.
- [101] Kupčáková Marie: *Základní úlohy deskriptivní geometrie v modelech*, Prometheus, Praha 2002. ISBN: 80-7196-244-9
- [102] Lawrence, William H.: *Principles of architectural perspective*, Third edition revised. W. B. Clarke Co., Boston 1908.
- [103] Linkeová, Ivana: *Constructive geometry*, Vydalo České vysoké učení technické v Praze, Praha, 2019. ISBN: 978-80-01-05879-4
- [104] Machala, František: *Plochy technické praxe*, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 1996.
- [105] Machala, František: *Rotační plochy*, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 1992. ISBN: 80-7067-169-6
- [106] Machala, František: *Středové promítání a lineární perspektiva*, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 1992. ISBN: 80-7067-165-3
- [107] Maisler, Jaromír: *Deskriptivní geometrie názorně ve fotografiích 1*, Planografie Paul, Praha 1946.
- [108] Maisler, Jaromír: *Deskriptivní geometrie názorně ve fotografiích 2*, Planografie Paul, Praha 1946.
- [109] Maisler, Jaromír: *Deskriptivní geometrie názorně ve fotografiích 3*, Planografie Paul, Praha 1946.
- [110] Maleček, Kamil a kolektiv: *Konstruktivní geometrie, Sběrka příkladů*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1999. ISBN: 80-01-01364-2
- [111] Maňásková, Eva: *Sběrka úloh z deskriptivní geometrie*, Prometheus, Praha 2001. ISBN: 80-7196-160-4
- [112] *Materiály pro studenty (Kuželosečky, osová afinita a středová kolineace, rovnoběžné promítání, Mongeova projekce, axonometrie, řešení terénu (násypy, výkopy) - úlohy ke cvičení)*, Západočeská univerzita, Plzeň, <http://www.kma.zcu.cz/Geometrie/studenti.htm>.
- [113] Medek, Václav – Šedivý, Ondrej: *Deskriptivní geometrie pro gymnázia*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1987.
- [114] Medek, Václav – Zámožík, Jozef: *Konstruktívna geometria pre technikov*, ALFA, Bratislava 1978.
- [115] Menšík, Miroslav: *Deskriptivní geometrie, I. díl*, SNTL, Praha 1962.
- [116] Menšík, Miroslav: *Deskriptivní geometrie technickou praxí*, Ústav pro učebné pomůcky průmyslových a odborných škol, Praha 1943.
- [117] Menšík, Miroslav: *Deskriptivní geometrie (topografické a šroubové plochy)*, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta inženýrského stavitelství, SNTL, Praha 1954.
- [118] Menšík, Miroslav: *Geometrické základy fotogrammetrie*, Státní pedagogické nakladatelství, n. p., Praha 1966.
- [119] Menšík, Miroslav – Setzer, Ota: *Deskriptivní geometrie I*, 3. vydání, SNTL, Praha 1981.
- [120] Menšík, Miroslav – Setzer, Ota – Špaček, Karel: *Deskriptivní geometrie, Příručka pro přípravu na vysokou školu*, SNTL, Praha 1966.
- [121] Moll, Ivo – Prudilová, Květoslava – Puchýřová, Jana – Roušar, Josef – Slaběňáková, Jana – Slatinský, Emil – Slepíčka, Petr – Šafařík, Jan – Šafařová, Hana – Šmídová, Veronika – Švec, Miroslav – Tomečková, Jana: *Deskriptivní geometrie, verze 1.0 – 1.3 pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Fakulta stavební VUT, Brno 2001-2003.
- [122] Musálková, Bohdana: *Deskriptivní geometrie II pro 2. ročník SPŠ stavebních*, Sobotáles, Praha 2000.

- [123] *Obrazová podpora skript Černý, Kočandrlová: Konstruktivní geometrie*, <http://mat.fsv.cvut.cz/BA-KALARI/kog/default.html>.
- [124] Nguyen, Viet Bach: *Kartografické projekce*, Ročníková práce z deskriptivní geometrie, Gymnázium Christiana Dopplera, Praha 2012. <http://www.machu.euweb.cz/g-nguyen.pdf>.
- [125] Papík, Matej: *Základy kartografie a topografie*, Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava 1957.
- [126] Pardyl, Věkoslav Handa: *Perspektiva*, Akadademie múzických umění v praze v nakladatelství AMU, Praha, 2017. ISBN: 978-80-7331-444-6
- [127] Peňáz, Jaromír: *Deskriptivní geometrie pro doplňovací kursy, Část III.*, Vojenská technická akademie Antonína Zápotockého, 1953.
- [128] Peňáz, Jaromír: *Sbírka úloh z projektivní geometrie*, Vojenská technická akademie Antonína Zápotockého, 1969.
- [129] Piska, Rudolf: *Úvod do geometrie kartografických zobrazení*, Ediční středisko VUT Brno, Brno 1971.
- [130] Piska, Rudolf: *Lineární perspektiva, Doplnková skripta*, SNTL, Praha 1973.
- [131] Piska, Rudolf: *Úvod do projektivní geometrie kuželoseček a rovinných polí*, Vojenská technická akademie Antonína Zápotockého, 1957.
- [132] Piska, Rudolf – Kowalski, Zdeněk: *Deskriptivní geometrie I*, Vysoké učení technické, Stavební fakulta, SNTL, Praha 1963.
- [133] Piska, Rudolf – Kowalski, Zdeněk: *Deskriptivní geometrie II*, Vysoké učení technické, Stavební fakulta, SNTL, Praha 1963.
- [134] Piska, Rudolf – Kowalski, Zdeněk: *Deskriptivní geometrie III*, Vysoké učení technické, Stavební fakulta, SNTL, Praha 1963.
- [135] Piska, Rudolf – Medek, Václav: *Deskriptivní geometrie I*, SNTL/ALFA, Praha 1966.
- [136] Piska, Rudolf – Medek, Václav: *Deskriptivní geometrie I*, Druhé, rozšířené a přepracované vydání, SNTL/ALFA, Praha 1972.
- [137] Piska, Rudolf – Medek, Václav: *Deskriptivní geometrie II*, Druhé, rozšířené a přepracované vydání, SNTL/ALFA, Praha 1975.
- [138] Piska, Rudolf – Zezula, Jaromír: *Deskriptivní geometrie I*, Vojenská technická akademie Antonína Zápotockého, 1957.
- [139] Pohanková, Dana: *Geometrická azimutální zobrazení v kartografii*, Bakalářská práce, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita v Brně, Brno 2014. <https://is.muni.cz/th/i5oap/>.
- [140] Pomykalová, Eva: *Deskriptivní geometrie pro střední školy*, Prometheus, Praha 2010.
- [141] Prudilová, Květoslava – Roušar, Josef – Roušarová, Veronika – Šafařík, Jan: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Středové promítání*, modul 9, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [142] Prudilová, Květoslava – Roušar, Josef – Roušarová, Veronika – Šafařík, Jan: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Speciální příklady*, modul 10, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [143] Prudilová, Květoslava – Roušarová, Veronika: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Lineární perspektiva*, modul 7, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [144] Prudilová, Květoslava – Šafařová, Hana: *Deskriptivní geometrie I, Kuželosečky, afinita a kolineace pro distanční studium*, Fakulta stavební VUT, Brno 1999.
- [145] Prudilová, Květoslava – Šafařová, Hana: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Kuželosečky*, modul 2, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [146] Puchýřová, Jana: *Cvičení z deskriptivní geometrie, Část A*, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Fakulta stavební VUT, Brno 2005.
- [147] Puchýřová, Jana: *Cvičení z deskriptivní geometrie, Část B*, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Fakulta stavební VUT, Brno 2005.
- [148] Puchýřová, Jana – Bulantová, Jana – Prudilová, Květoslava – Zrůstová, Lucie: *Úlohy v kosoúhlém promítání*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. <https://mat.fce.vutbr.cz/studium/geometrie/>
- [149] Puchýřová, Jana – Bulantová, Jana – Prudilová, Květoslava – Zrůstová, Lucie: *Úlohy o zborcených plochách*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. <https://mat.fce.vutbr.cz/studium/geometrie/>
- [150] Restl, Čestmír: *Kótované promítání*, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, ostrava 2004. ISBN: 80-248-0518-9
- [151] Restl, Čestmír – Doležal, Jiří: *Kótované promítání a topografické plochy*, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, ostrava 2004. ISBN: 80-248-0651-7
- [152] Ritschl, Bohdan – Ritschlová-Vaněčková, B.: *Deskriptivní geometrie v prksi*, Nákladem České grafické unie a. s. v Praze, Praha 1938.
- [153] Řiháček, Dušan: *Řešené příklady z deskriptivní geometrie (Plochy)*, Vysoká škola dopravní v Žilině, Bratislava 1967.

- [154] Řiháček, Dušan: *Praktické úlohy z deskriptivní geometrie*, 2. vydanie, Vysoká škola dopravní v Žilině, ALFA, Bratislava 1969.
- [155] Seicher, Ladislav: *Konstruktivní geometrie*, Ediční středisko VUT Brno, Brno 1987.
- [156] Setzer, Ota: *Deskriptivní geometrie II*, 2. přepracované vydání, SNTL, Praha 1972.
- [157] Slaběňáková, Jana – Šafařík, Jan: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Šroubovice a šroubové plochy*, modul 8, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [158] Slaběňáková, Jana – Šafařová, Hana: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Stereometrie*, modul 1, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [159] Slaběňáková, Jana – Šafařová, Hana – Šafařík, Jan: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Zborčené plochy*, modul 12, Fakulta stavební VUT v Brně, 2009.
- [160] Spurná, Ivona: *Deskriptivní geometrie pro střední školy, Mongeovo promítání 1*, Nakladatelství a vydavatelství Computer Media, Kralice na Hané 2010. ISBN: 978-80-7402-066-7
- [161] Spurná, Ivona: *Deskriptivní geometrie pro střední školy, Mongeovo promítání 2*, Nakladatelství a vydavatelství Computer Media, Kralice na Hané 2010. ISBN: 978-80-7402-067-4
- [162] Stránky Deskriptivní geometrie pro 1. ročník kombinovaného studia FAST, <https://mat.fce.vutbr.cz/studium/kombinovane-studium/baa013k/>.
- [163] Suchoradský, Oldřich: *Cvičení z deskriptivní geometrie a stereometrie*, Pedagogická fakulta v Hradci Králové, Hradec Králové 1977
- [164] Szarková, Dagmar: *Kuželosečky*, KM Sjf STU, 2001, <http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/skripta/Kuzeloseckyw.htm>.
- [165] Szarková, Dagmar: *Rezy rotačné kuželovej plochy*, KM Sjf STU, 2001, <http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/skripta/KUZEL.html>.
- [166] Szarková, Dagmar: *Kurz opakovania základov geometrie a premietania- cvičenia a pracovné listy*, KM Sjf STU, 2001, <http://www.km.sjf.stuba.sk/Personal/Szarkova/skripta/kurz.htm>.
- [167] Šafařík, Jan: *Cvičení z deskriptivní geometrie pro obor Geodézie a kartografie*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. <https://mat.fce.vutbr.cz/studium/geometrie/>
- [168] Šafařík, Jan: *Technické osvětlení*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. <https://mat.fce.vutbr.cz/studium/geometrie/>
- [169] Šafařová, Hana: *Teoretické řešení střech*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. <https://mat.fce.vutbr.cz/studium/geometrie/>
- [170] Šafařová, Hana – Zrůstová, Lucie: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia – Kótované promítání*, modul 4, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.
- [171] Šmída, Jaroslav: *Základy kartografie a topografie*, Státní pedagogické nakladatelství, n. p., Praha 1956.
- [172] Štěpánová, Martina: *Geometrie*, Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Pardubice 2010.
- [173] Švec, Rudolf: *Kartografické zobrazovací metody*, SNTL, Praha 1956.
- [174] Švercl, Josef: *Zobrazovací metody*, SNTL, Praha 1971.
- [175] Švercl, Josef – Vávra, Josef: *Technické kreslení II, Deskriptivní geometrie pro střední průmyslové školy strojínické*, SNTL, Praha 1981
- [176] Talanda, Pavel: *Deskriptivní geometrie pro obor geodézie a kartografie*, 3. vydání, Akademické nakladatelství CERM, Brno 1999. ISBN: 80-214-0447-7
- [177] Talanda, Pavel: *Deskriptivní geometrie, vybrané kapitoly z kartografie pro obor geodézie*, Fakulta stavební VUT, Akademické nakladatelství CERM, Brno 2014.
- [178] Tkadlecová, Miroslava: *Topografické plochy*, Mendelova univerzita, Brno. http://user.mendelu.cz/tihlarik/drevostavby_krajinari/teoreticke_reseni_strech_podklady.pdf
- [179] Urban, Alois: *Deskriptivní geometrie I*, SNTL, Praha 1961.
- [180] Urban, Alois: *Deskriptivní geometrie I*, SNTL/ALFA, Praha 1977.
- [181] Urban, Alois: *Deskriptivní geometrie II*, SNTL, Praha 1954.
- [182] Urban, Alois: *Deskriptivní geometrie II*, SNTL, Praha 1962.
- [183] Urban, Alois: *Deskriptivní geometrie II*, SNTL/ALFA, Praha 1984.
- [184] Urban, Alois a kolektiv: *Úlohy z deskriptivní geometrie – II. díl*, SNTL, Praha 1962.
- [185] Vala, Josef: *Deskriptivní geometrie I*, Vysoké učení technické, Stavební fakulta, SNTL, Praha 1970.
- [186] Vala, Josef: *Deskriptivní geometrie II*, Vysoké učení technické, Stavební fakulta, SNTL, Praha 1972.
- [187] Velichová, Daniela: *Konstruktivní geometrie*, elektronická učebnica, KM Sjf STU, 2003, <http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/KOGE/obal.htm>.
- [188] Velichová, Daniela: *Konstruktivní geometrie - přednášky*, KM Sjf STU, 2003, <http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/PREDNASKYB/prednaskyB.htm>.
- [189] Veselý, Ferdinand – Filip, Josef: *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie*, Přírodovědecké vydavatelství, Praha 1952.

- [190] Volberg, A, O.: *Deskriptivní geometrie*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1953.
- [191] Waligórski, Jerzy: *Geometria wykreślna dla inżynierów i techników*, Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa 1958.
- [192] Wolff, Georg: *Mathematik und Maleri*, Druck und Verlag von B. G. Teubner, Leipzig und Berlin, 1916.
- [193] Žáčková, Petra: *Řešení topografických úloh*, Diplomová práce, Katedra algebry a geometrie, Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého v Olomouci, 2006.
- [194] Žďárek, Josef: *Řešení okapů*, Nákladem Československé grafické Unie a. s. v Praze, Praha.