Vysoké učení technické v Brně Stavební fakulta

ÚSTAV MATEMATIKY A DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

Deskriptivní geometrie GA02

Cvičení, zimní semestr

DOMÁCÍ ÚLOHY

Jan Šafařík

Brno

Obsah

1. Kuželosečky

NP (a) Je dána elipsa $\mathcal{E}(F_1, F_2, a)$, $|F_1F_2| < 2a$. Sestrojte několik bodů elipsy, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruujte kružnice z vět V_P, V_Q.
(b) Je dána elipsa $\mathcal{E}(A, B, e)$ a bod R. Sestrojte tečny z bodu R k elipse $\mathcal{E}$, určete body dotyku.
(c) Je dána elipsa $\mathcal{E}(A, B, e)$ a směr s. Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k elipse $\mathcal{E}$, určete body dotyku.

NP Sestrojte elipsu, je-li dáno:
(a) $\mathcal{E}(A, S, t)$,
(b) $\mathcal{E}(A, C, a)$,
(c) $\mathcal{E}(F_1, C, M)$,
(d) $\mathcal{E}(F, G, b)$,
(e) $\mathcal{E}(F, C, b)$,
(f) $\mathcal{E}(F, M_1, M_2, a)$,
(g) $\mathcal{E}(F, t, a, e)$,
(h) $\mathcal{E}(F, t + T, M)$.

kde A je koncový bod hlavní osy, C koncový bod vedlejší osy, S střed elipsy, M obecný bod kuželosečky, F, G ohniska, a délka hlavní poloosy, b délka vedlejší poloosy, e excentricita (výstřednost $|FS|$), t tečna, T bod dotyku. Polohy zadaných prvků si volte přiměřeně ke tvaru kuželosečky sami.

NP (a) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(F_1, F_2, a)$, $|F_1F_2| > 2a$. Sestrojte několik bodů hyperboly, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruujte kružnice z vět V_P, V_Q.
(b) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(F_1, F_2, A)$ a bod R. Sestrojte tečny z bodu R k hyperbole $\mathcal{H}$, určete body dotyku.
(c) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(A, B, e)$ a směr s. Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k hyperbole $\mathcal{H}$, určete body dotyku.

Poznámka: Úloha nemá řešení pro směr s, pokud s', kde $s' \parallel s$, $S \in s$, neleží v úhlu asymptot obsahující vedlejší osu hyperboly $\mathcal{H}$.

NP Sestrojte hyperbolu, je-li dáno:
(a) $\mathcal{H}(A, B, t)$,
(b) $\mathcal{H}(F, o, p)$,
(c) $\mathcal{H}(F, p, t)$,
(d) $\mathcal{H}(F, s^p, s^q, e)$.

kde p, q jsou asymptoty, s^p a s^q pouze jejich směry.

NP (a) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$. Sestrojte několik bodů paraboly, hyperoskulační kružnici, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruujte přímky z vět V_P, V_Q.
(b) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$ a bod R. Sestrojte tečny z bodu R k parabole $\mathcal{P}$, určete body dotyku.
(c) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$ a směr s. Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k parabole $\mathcal{P}$, určete body dotyku.

NP Sestrojte parabolu, je-li dáno:
(a) $\mathcal{P}(M_1, M_2, d)$,
(b) $\mathcal{P}(F, M, t)$,
(c) $\mathcal{P}(d, t + T)$,
(d) $\mathcal{P}(v, t + T)$.

kde $t + T$ je tečna t s dotykovým bodem T, d je řídicí přímka, v je vrcholová tečna, p je parametr (tj. vzdálenost ohniska F od řídicí přímky d).

2. Afinita a kolineace

(1) V kolineaci $\mathrm{KO}(S, o, u' \to u^{\infty})$ je dána přímka $\leftrightarrow A'B'$. Sestrojte její kolineární obraz AB. $S[18, 30]$, $o(-16; -10)$ [1], $u'(-64; -40)$, $A'[-20; 19]$, $B'[21; 0]$

(2) V kolineaci $\mathrm{KO}(S, o, u \to u'^{\infty})$ je dán $\triangle ABC$, $A \in u$, sestrojte jeho kolineární obraz $A'B'C'$. $S[18; 57]$, $o(-16; -15)$, $u(30; 28)$, $A[30; 0]$, $B[-60; 31]$, C$[8; -16]$.

(3) Ve středové kolineaci $\mathrm{KO}(S, o, A \to A')$najděte k pravidelnému šestiúhelníku $ABCDEF$ kolineární.

NP Ve středové kolineaci $\mathrm{KO}(S, o, u \to u'^{\infty})$ sestrojte odpovídající přímky k přímkám a, b, c. (Poloha přímky a vůči ose o je různoběžná, b je s osou rovnoběžná, c je k ose kolmá), kde u je úběžnice, k níž koresponduje nevlastní přímka ${}_{\infty}u'$ roviny.

(4) Je dána afinita $\mathrm{AF}(o, A \to A')$. K danému pětiúhelníku $ABCDE$ sestrojte afinní obraz $A'B'C'D'E'$.

NP a) Elipsa $\mathcal{E}$ je určena sdruženými průměry KL, MN. Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny z vnějšího bodu R.
b) Elipsa $\mathcal{E}$ je určena sdruženými průměry KL, MN. Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny aby byly rovnoběžné s předem daným směrem s.

Elipse $\mathcal{E}$ určené sdruženými průměry KL, MN přiřadíme afinně kružnici e' (např. nad průměrem KL, tedy $K \equiv K'$, $L \equiv L'$; $M \to M'$). Osa afinity $o \equiv KL$ a dvojice odpovídajících si bodů M, M' určují **šikmou** *afinitu.*

NP Elipsa je dána sdruženými průměry. Vyrýsujte elipsu (*Rytzova konstrukce* os elipsy).

[1] Souřadnice přímky $o(x, y) \ldots x$ je souřadnice průsečíku osy kolineace o s x-ovou osou souřadné soustavy, y je souřadnice průsečíku osy kolineace o s y-ovou osou souřadné soustavy.

(5) Je dána afinita AF$(o, S \to S')$. K zadané kružnici $k(S, r)$ sestrojte její afinní obraz k'. *Užijte Rytzovu konstrukci.*

(6) Sestrojte elipsu pomocí příčkové konstrukce + odvození konstrukce na kružnici.

3. Euklidovská řešení konstrukce objektů

NP Zapište postup při konstrukci následujících těles:
a) Sestrojte pravidelný čtyřboký hranol, je-li dán bod A - vrchol podstavy hranolu, jeho osa o a výška v.
b) Sestrojte kulovou plochu, je-li dán bod A kulové plochy a tečná rovina τ kulové plochy s bodem dotyku T.

NP Zapište postup při konstrukci následujících těles:
a) Sestrojte krychli $ABCDA'B'C'D'$, je-li dán vrchol A krychle a přímka hrany krychle q, $A \notin q$.
Uvědomte si nejednoznačnost zadání, uveďte postup pro oba případy.
b) Zobrazte kulovou plochu, jsou-li dány tři body A, B, C této kulové plochy a její poloměr r.

4. Kótované promítání

Ve všech následujících kapitolach (kromě příkladů z kolmé axonometrie) jsem pro vynášení bodů zvolil pomocnou pravoúhlou levotočivou souřadnou soustavu (O, x, y, z). Počátek souřadné soustavy je v bodě O, osa x je vodorovná.

(7) Sestrojte kružnici k, zadanou pomocí tří bodů $A_1(z_A = -10)$, $B_1(z_A = 50)$, $C_1(z_C = 30)$ ležících na kružnici. $A_1B_1 = 83$, $B_1C_1 = 101$, $A_1C_1 = 43$,

(8) Sestrojte rovinu daného spádu $\mathrm{tg}\,\alpha = 2/3$ procházející danou přímkou m.
   (a) $m \equiv AB$; $A[-24; 10; 30]$, $B[30; -10; 60]$.
   (b) $m \equiv AB$; $A[-42; -10; 40]$, $B[58; 15; 40]$.

(9) Sestrojte odchylku dané roviny ω od průmětny π (určete spád roviny ω), je-li rovina ω dána:
   (a) spádovým měřítkem $s^\omega \equiv PQ$; $P[-52; 24; 0]$, $Q[0; 0; 20]$.
   (b) hlavními přímkami $h \equiv KL$ a h', $h' \parallel h$, $M \in h'$; $K[-48; 0; 60]$, $B[56; 20; 60]$, $M[0; 58; 40]$.

(10) Kruhový válec s podstavou v π o středu $S[0; 30; 0]$ a poloměru $r = 25$, jehož druhá podstava má střed $S'[-45; 50; 70]$, protněte rovinou $\rho(\infty; 100; 50)$.

Poznámka: Při zadání roviny pomocí jejích tří souřadnic – $\rho(x; y; z)$ – vycházíme z úvahy, že půdorysná stopa p^ρ prochází body $[x; 0; 0]$, $[0; y; 0]$ a třetí bod roviny má souřadnice $[0; 0; z]$. Je možné také uvažovat místo bodu $[0; 0; z]$ hlavní přímku o kótě z, její půdorys prochází počátkem a z vlastností hlavních přímek dále plyne, že je rovnoběžný se stopou.

NP (a) Je dána přímka $a(A, B)$; $A[30; 50; 40]$, $B[-20; 20; 10]$. Zobrazte přímku a, stopník P přímky a a její odchylku od půdorysny π.
(b) Na přímce $p(A, B)$; $A[-40; 50; -10]$, $B[30; 30; 40]$; určete bod M, jehož kóta $z = 25$.
(c) Zobrazte přímku $p(A, B)$ a body C, D, E, které na ní leží, $A[-30; 20; 45]$, $B[15; 45; 10]$, $C[-20; ?; ?]$, $D[?; 30; ?]$, $E[?; ?; -10]$.

NP Najděte stopu roviny $\rho(A, B, C)$ a hlavní přímku o kótě 40.
$A[50; 50; 30]$, $B[0; -10; 50]$, $C[-30; 30; 20]$.

NP Je dána přímka $a(E, F)$ a bod A. Určete obraz rovnostranného trojúhelníka $\triangle ABC$ o vrcholu A, jehož strana BC leží na přímce a.
$E[30; 10; 20]$, $F[-30; 50; 60]$, $A[0; 60; 10]$.

NP Určete vzdálenost bodu V od roviny $\rho(A, B, C)$.
$V[0; 20; 70]$, $A[-50; 80; 80]$, $B[-20; 30; 60]$, $C[30; 10; 20]$.

NP Určete průmět kružnice k ležící v rovině $\rho(-60; 75; 60)$ a je dána středem $S[15; ?; 40]$ a poloměrem $r = 35$.

NP Sestrojte krychli $ABCDA'B'C'D'$ o hraně AB, je-li následující vrchol C v průmětně π. $A[0; 20; 10]$, $B[45; 0; 30]$.

NP Zobrazte dráhu bodu $A[0; 34; 45]$, který rotuje kolem přímky $p(M, Q)$, $M[75; 15; 15]$, $Q[5; 85; 55]$.

NP Určete průmět čtverce s vrcholem $A[40; 50; 20]$, jehož úhlopříčka BD leží na přímce $e(Q, R)$. $Q[-20; 0; 60]$, $R[20; 90; 20]$.

NP Zobrazte rotační válec s osou $o(S, {}^1S)$ o poloměru podstavy $r = 35$. $S[-20; 40; 30]$, ${}^1S[30; 70; 60]$.

5. Mongeovo promítání

(11) V Mongeově promítání setrojte základní úlohy Ia – IVb.

(12) (a) Sestrojte stopy roviny α, znáte-li její spádovou přímku první osnovy $s \equiv PN$.
$P[-40; 55; 0]$, $N[45; 0; 80]$.
(b) Určete stopy roviny ρ, zadané dvěma různoběžkami $a \equiv AB$, $b \equiv AC$.
$A[-40; 0; 0]$, $B[0; 50; 30]$, $C[0; 20; 50]$.
(c) Sestrojte stopy roviny ρ. Rovina je určena bodem A a přímkou $m \equiv MN$.
$A[40; 10; 30]$, $M[10; 60; 50]$, $N[-60; 30; 10]$.
(d) Přímkou $a \equiv AB$ proložte rovinu ρ rovnoběžnou s osou x.
$A[-50; 20; 50]$, $B[50; 50; 30]$.
(e) Bodem M veďte rovinu α, rovnoběžnou s rovinou ρ.
$M[50; 30; 50]$, $\rho(-40; 70; 50)$.
(f) Najděte průsečík přímky $p \equiv AB$ s rovinou ρ.
$A[-70; 80; 80]$, $B[20; 0; 10]$, $\rho(-70; 60; 50)$.
(g) Určete průsečík Q přímky $m \equiv KR$, $K[-50; 14; 35]$, $R[0; 27; 8]$, s rovinou dvou rovnoběžek $a \parallel b$, $a \equiv PA$, $P[-50; 39; 0]$, $A[0; 14; 62]$, $b \ni B$, $B[-20; 12; 0]$.

NP Je dána rovina ρ, přímka $m \equiv MN$ s rovinou ρ různoběžná a bod R, který neleží ani v rovině ρ, ani na přímce m. Sestrojte přímku p tak, aby procházela bodem R, protínala přímku m a byla s rovinou ρ rovnoběžná.
$\rho(-44; 16; 28)$, $R[10; 14; 27]$, $M[-40; 19; 34]$, $N[14; 0; 7]$.

NP Sestrojte stopy roviny ρ, která prochází bodem M a je rovnoběžná s přímkami $p \equiv AB$ a $q \equiv CD$.
$M[0; 30; 30]$, $A[0; 0; 0]$, $B[30; 30; 0]$, $C[-50; 0; 0]$, $D[0; 40; 0]$.

(13) Sestrojte (i s vyznačením viditelnosti) zásek dvou trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle MNP$.
$A[-30; 40; 0]$, $B[0; 0; 50]$, $C[40; 60; 40]$, $M[-30; 55; 30]$, $N[-20; 10; 75]$, $P[30; 30; 0]$.

(14) (a) Určete vzdálenost d bodu M od roviny α.
$M[-30; 40; 50]$, $\alpha(-60; 50; 40)$.

NP Určete vzdálenost d bodu C od přímky $p \equiv AB$.
$A[-40; 20; 30]$, $B[40; -20; 0]$, $C[0; -50; 40]$.

NP Bodem M proložte příčku mimoběžek $a \equiv AB$ a $b \equiv CD$.
$A[70; 40; 0]$, $B[0; 25; 15]$, $C[40; 90; 0]$, $D[-35; 45; 80]$, $M[-35; 80; 30]$.

(15) Sestrojte řez kosého čtyřbokého hranolu se čtvercovou podstavou o středu $S[30; 30; 0]$ a vrcholu $A[20; 5; 0]$ ležící v půdorysně π rovinou $\rho(-40; 60; 40)$. Druhá podstava hranolu je dána středem $S'[-30; 75; 90]$.

(16) Sestrojte řez šikmého čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou $\rho(-50; 95; 20)$. Jehlan je dán body $A[-40; 20; 0]$, $B[-30; 70; 0]$, $C[40; 50; 0]$, $D[20; 10; 0]$, $V[0; 90; 80]$.

(17) Sestrojte řez kulové plochy $\kappa \equiv (S, r)$ rovinou σ kolmou k nárysně ν. $S[0; 45; 35]$, $r = 35$, $\sigma(60; \infty; 55)$.

(18) Určete průsečíky přímky $b \equiv PQ$ s kulovou plochou o středu S a poloměru r.
$S[-15; 40; 40]$, $r = 37$, $P[-15; 90; 100]$, $Q[15; 10; 0]$.

Pokyny: přímkou b_1 proložte rovinu λ, kolmou k půdorysně (nebo k nárysně). Rovina λ řeže kouli v kružnici m. Vyznačte průměr kružnice m_1 (je to úsečka). Najděte střed M_1 na m_1. Sklopte přímku b_1 do (b) a kružnici m_1 do (m) - nejdříve však (M). Vyhledejte průsečíky (X) a (Y) kružnice (m) a přímky (b). Promítacími přímkami odvoďte X_1 a Y_1, později X_2 a Y_2.
Určete viditelnost průsečíků X a Y vzhledem k oběma průmětnám. Vzhledem k 1. průmětu viditelnost rozhodne rovník kulové plochy a poloha bodů X a Y vzhledem k rovníku (posoudíme v druhém průmětu nebo ve sklopeném obraze). Poloha hlavní kružnice na kulové ploše, ležící v rovině rovnoběžné s nárysnou rozhodne o viditelnosti průsečíků X a Y vzhledem ke 2. průmětu. Je-li průsečík X nebo Y k pozorovateli blíže než je střed kulové plochy, je viditelný.

(19) Sestrojte průsečíky přímky $b \equiv RQ$ s kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $O[-10; 40; 0]$, střed horní podstavy $L[50; 40; 70]$, poloměr kružnice podstavy $r = 35$; $R[50; 10; 0]$, $Q[-10; 90; 80]$.

Pokyny: Přímkou b proložíte rovinu φ rovnoběžnou s površkami válce. Po volbě libovolného bodu $H \in b$ zavedete $H \in o' \parallel o$ (bodem H rovnoběžku o' s přímkou $o \equiv OL$). Vyhledáte půdorysnou stopu této roviny $\varphi \equiv bo'$. Rovina φ protne válec ve dvou rovnoběžných površkách e, f. Jejich půdorysné stopníky jsou průsečíky kruhové základny s půdorysnou stopou roviny φ. Průsečíky těchto površek e, f s přímkou b jsou hledané průsečíky X, Y přímky b s válcem. Vyznačte viditelnost přímky b a průsečíků X a Y.

NP Určete průsečík Q přímky q s rovinou ρ. $q \equiv KL$, $K[-50; 18; 39]$, $L[50; 41; 14]$, $\rho(-50; 37; 36)$.

NP Zobrazte pravidelný šestiboký jehlan $ABCDEFV$ s podstavou $ABCDEF$ v π, je-li dána rovina $\rho(-64; 52; 46)$ stěny jehlanu ABV a střed podstavy $S[0; 24; 0]$.

NP Sestrojte pravoúhlý průmět a' přímky $a \equiv KL$ do roviny $\rho(-31; -48; 22)$. $K[41; 38; 0]$, $L[-40; 22; 42]$.

NP Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC, ležící v rovině $\rho(-62; 42; 45)$, je–li dán bod $A[40; ?; 38]$ a platí, že $B \in \pi$ a $(\widehat{AB, \pi}) = \frac{\pi}{4}$.

NP Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC, ležící v rovině $\rho(70; 60; 40)$, je–li dán bod $A[-30; ?; 40]$ a bod $B[10; 20; ?]$.

NP Zobrazte krychli $ABCDA'B'C'D'$, jejíž podstava o hraně AB leží v rovině $\rho(A, B, P)$, kde $A[10; 45; 0]$, $B[0; 15; 30]$, $P[50; 0; 0]$.

NP Sestrojte krychli, je-li dán její vrchol $A[10; 30; 15]$ a přímka $p \equiv KL$ ($K[40; 45; 10]$, $L[10; 55; 35]$), na níž leží její hrana, která je s bodem A v téže stěně. Zobrazte to řešení, pro nějž A je nejnižším vrcholem krychle vzhledem k půdorysně π.

NP Zobrazte průměty rotačního kužele, jehož podstava leží v rovině $\rho(-80; 70; 60)$, její střed je $S[0; 35; ?]$ a dotýká se půdorysny. Výška kužele $v = 60$.

Poznámka: bod, ležící v rovině nesmí být zadáván najednou oběma průměty, chybějící průmět se naopak musí odvodit, aby opravdu takový bod ležel v dané rovině (pomocí hlavních přímek).

NP Zobrazte kulovou plochu Φ, je-li dána její tečná rovina $\tau(-38; 36; 25)$ s bodem dotyku $T[31; ?; 26]$ a další bod $A[0; 43; 18]$ kulové plochy.

NP Zobrazte rotační kužel Φ, je-li dána rovina $\rho(-30; -40; 15)$ jeho podstavy, tečná rovina kužele $\tau(20; -30; 20)$ a bod osy kužele $M[-20; 35; 32]$.

NP Zobrazte rotační válcovou plochu s podstavou v dané rovině $\rho(-88; 54; 36)$, je-li dán bod $M[0; 80; 60]$ osy o válcové plochy a tečna $t \equiv MN$ válcové plochy. $M[-44; 88; 36]$, $N[-22; 0; 64]$.

Lze řešit s užitím (ale také bez užití) osy mimoběžek.

NP Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$, je-li dán střed $S[25; 40; 50]$ podstavy $ABCD$ a přímka $q \equiv MN$ podstavné hrany, výška jehlanu je $v = 90$. $M[25; 100; 70]$, $N[-5; 40; 58]$.

Konstruujte bez základnice!.

NP Užitím afinity sestrojte řez $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ pravidelného trojbokého hranolu s podstavou ABC v rovině $\rho(-65; 50; 40)$, je -li $A[-25; 10; ?]$, $B[0; ?; 23]$, výška hranolu $v = 90$, rovinou $\alpha(85; 140; 40)$.

Jeden bod, např. $\overline{B}$ určíme jako průsečík boční hrany s rovinou α, ostatní určíme užitím $AF(o = \alpha \cap \rho, B \to \overline{B})$.

NP Kosý hranol šestiboký s pravidelnou podstavou v π určenou středem ${}^1S[-50; 35; 0]$ a vrcholem ${}^1A[-30; 20; 0]$ o vrcholu ${}^2A[-30; 20; 0]$ protněte rovinou $\rho(50; 50; 50)$.

NP Sestrojte řez pravidelnéhu šestibokého jehlanu s podstavou v půdorysně π provinou $\rho(-70; 120; 30)$. Jehlan je dán středem podstavy $S[0; 40; 0]$, bodem podstavy $A[-10; 5; 0]$ a výškou $v = 70$.

NP Zobrazte řez kosého kruhového kužele s podstavou $k(S[-20; 35; 0], r = 30)$ v půdorysně a vrcholem $V[20; 60; 60]$ rovinou $\rho(\overline{A}; \overline{B}; \overline{C})$ danou body na plášti kužele; $\overline{A}[-35; 50; ?]$, $\overline{B}[8; y_{\overline{B}} > y_S; 13]$, $\overline{C}[0; y_{\overline{C}} < y_S; 25]$.

NP Sestrojte řez čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ s podstavou v π obecnou rovinou ρ (a určete síť části jehlanu vymezené podstavou a řezem). $A[-60; 35; 0]$, $B[-40; 48; 0]$, $C[-10; 38; 0]$, $D[-29; 4; 0]$, $V[4; 20; 45]$, $\rho(21; 64; 17)$.

NP Určete průsečíky přímky q s kulovou plochou: $q \equiv PQ$, $P[-20; 18; 0]$, $Q[30; 50; 75]$, střed kulové plochy $S[0; 60; 50]$, poloměr $r = 40$.

NP Sestrojte průsečík přímky PN, $P[-23; 74; 0]$, $N[25, 12, 24]$, s kulovou plochou o středu $S[0; 50; 40]$ a poloměru $r = 40$.

NP Sestrojte řez roviny $\rho(80; 80; 60)$ s kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $S[-30; 40; 0]$, poloměr kružnice $r = 35$, střed horní podstavy ${}^1S[30; 90; 70]$.

Pokyny: Užijte osové afinity. Najděte $S' = S^1S \cap \rho$ a poté dvojici vzájemně kolmých průměrů v kruhové podstavě. Vyznačte některou afinní dvojici sdružených průměrů. Vyhledejte obrysové body U, V vzhledem ke 2. průmětu a obrysové body K, R vzhledem k 1. průmětu.

NP Kosý kruhový válec protněte *normální* rovinou (tj. rovinou kolmou k površkám válce), jdoucí bodem R. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $S[20; 40; 0]$, střed horní podstavy ${}^1S[-20; 40; 90]$, poloměr kružnice $r = 30$, $R[-50; 0; 0]$. Určete skutečnou velikost řezu.

NP Sestrojte řez kulové plochy, zadané středem S a poloměrem r, rovinou ρ.
$S[0; 45; 50]$, $r = 40$, $\rho(10; 10; -5)$.

Pokyny: Zavedeme třetí průmětnu μ buď kolmou k π (nebo k ν) středem kulové plochy či poněkud odsunutou. Tedy např. kolmou k π: potom poloha třetí průmětny (promítá se do přímky μ_1) je kolmá k půdorysné stopě p_1^ρ. Sestrojíme třetí průmět ρ_3 roviny řezu (bude jím přímka) a třetí průmět kulové plochy (tady začneme od středu S_3). Třetí průmět středu M_3 kružnice řezu je patou kolmice k_3 , vedenou kolmo na rovinu řezu ρ_3. Protože kružnice řezu se promítá (v 3. průmětu) do úsečky, ihned zjistíme průměr této kružnice. Odvodíme do 1. průmětu M_1. Dále použijeme znalostí o průmětu kružnice v nakloněné rovině ρ (je-li dána středem M a velikostí poloměru). Viditelnost vůči 1. průmětu pomůže rozhodnout hlavní přímka ${}^I h^\rho$ první osnovy roviny řezu ρ, vedená středem S. Obdobně viditelnost vůči nárysně hlavním přímka ${}^{II} h^\rho$ druhé osnovy.

NP Sestrojte řez kulové plochy $\kappa \equiv (S, r)$ rovinou σ kolmou k půdorysně π. $S[10; 45; 40]$, $r = 35$, $\sigma(-35; 50; \infty)$.

NP Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$, je-li dána hrana jehlanu $a \equiv AK$, $A[-20; 36; 45]$, $K[20; 65; 65]$, s bodem podstavy A a další bod podstavy $C[20; 20; 25]$.

Konstruujte případně bez základnice.

NP Zobrazte rotační válec, je-li dán střed $S[0; 40; 50]$ kružnice podstavy a její tečna $t \equiv MN$, výška válce $v = 70$. $M[0; 100; 70]$, $N[50; 5; 50]$.

Konstruujte případně bez základnice.

6. Kolmá axonometire

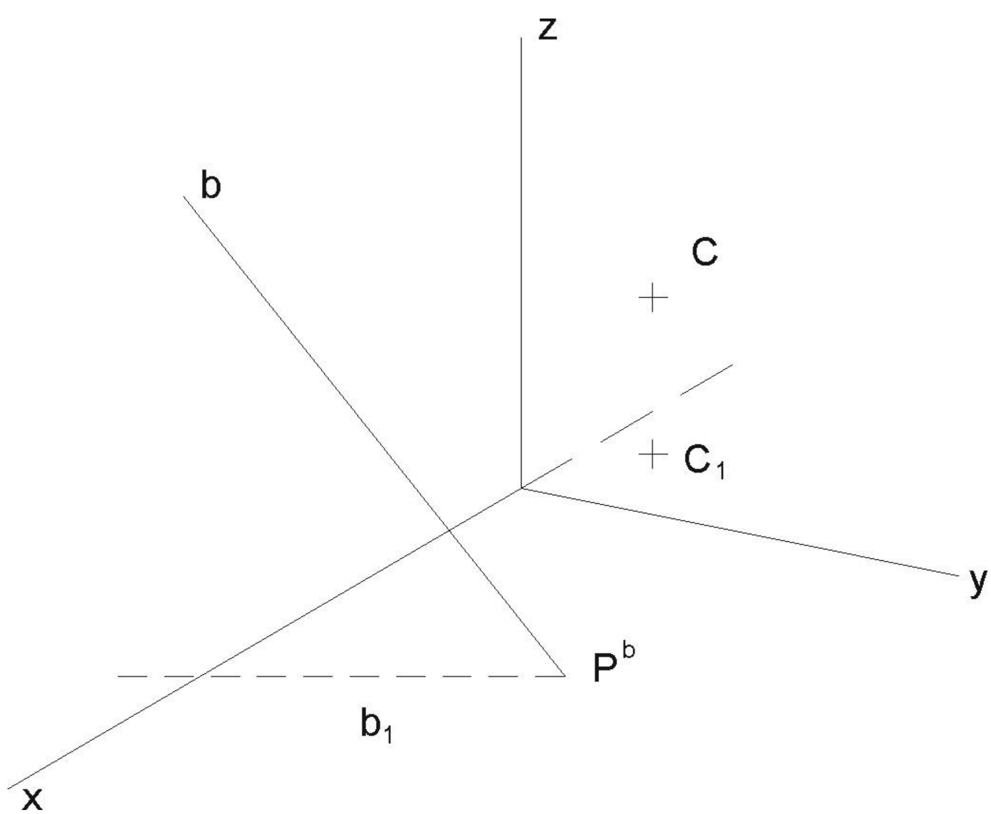
NP V axonometrii dané $\triangle(90; 95; 115)$ zobrazte všechny průměty daných bodů: $A[40; 0; 0]$, $B[30; 20; 0]$, $C[0; -30; 20]$, $D[-10; 0; -30]$, $E[-20; 50; 40]$, $F[50; 30; 50]$, $G[-30; -20; -40]$.

NP V axonometrii dané $\triangle(90; 95; 115)$ zobrazte všechny průměty a stopníky přímky $p \equiv (A; B)$, $A[30; 10; 80]$, $B[-20; 30; 20]$.

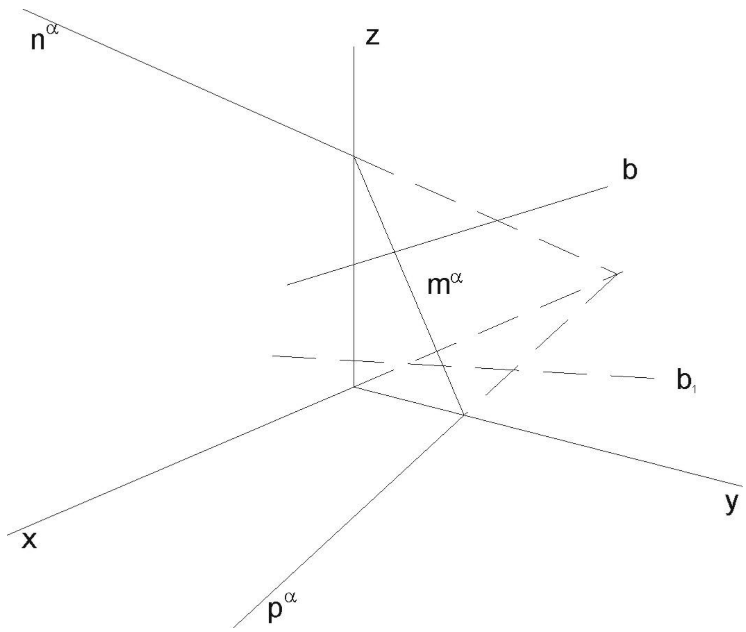
NP V axonometrii dané $\triangle(90; 95; 115)$ veďte bodem A ležícím v rovině $\rho(100; 100; 90)$ hlavní přímky ${}^{I}h$, ${}^{II}h$, ${}^{III}h$ roviny a ke všem sestrojte odpovídající půdorys. Bod A je dán pomocí svého půdorysu $A_1[30; 20; 0]$.

NP V axonometrii dané $\triangle(90; 95; 115)$ sestrojte průsečík přímky $p \equiv AB$ s rovinou ρ. $A[30; -10; 10]$, $B[10; 20; 50]$, $\rho(100; 100; 90)$.

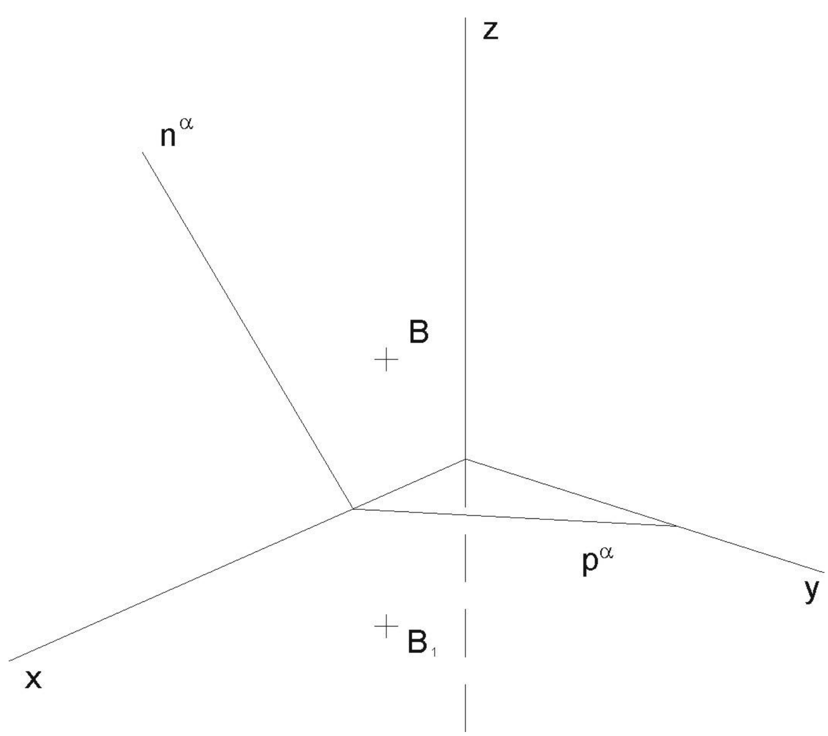
NP Najděte stopy roviny $\alpha \equiv b.C$ (určené přímkou b a bodem C).



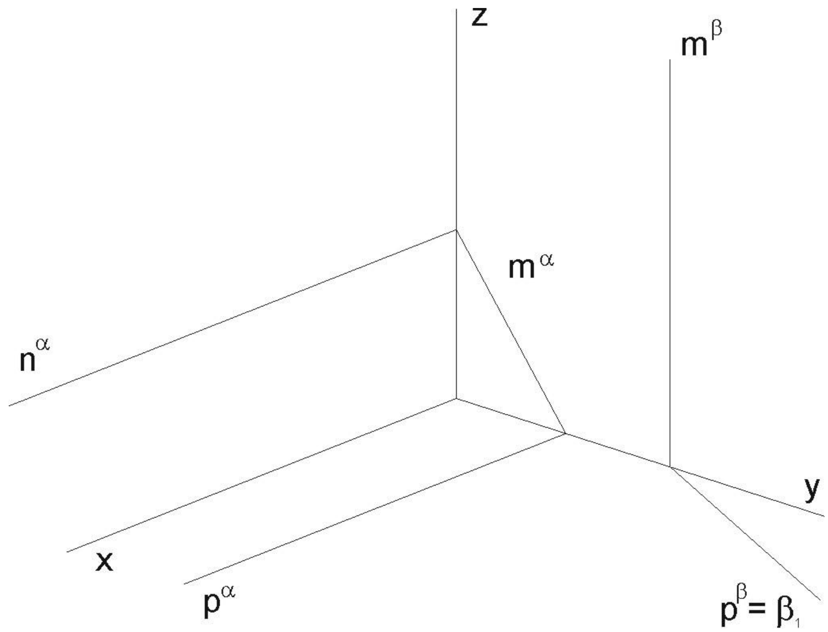
NP Najděte průsečík $X = b \cap \alpha$ (přímky b s rovinou α).



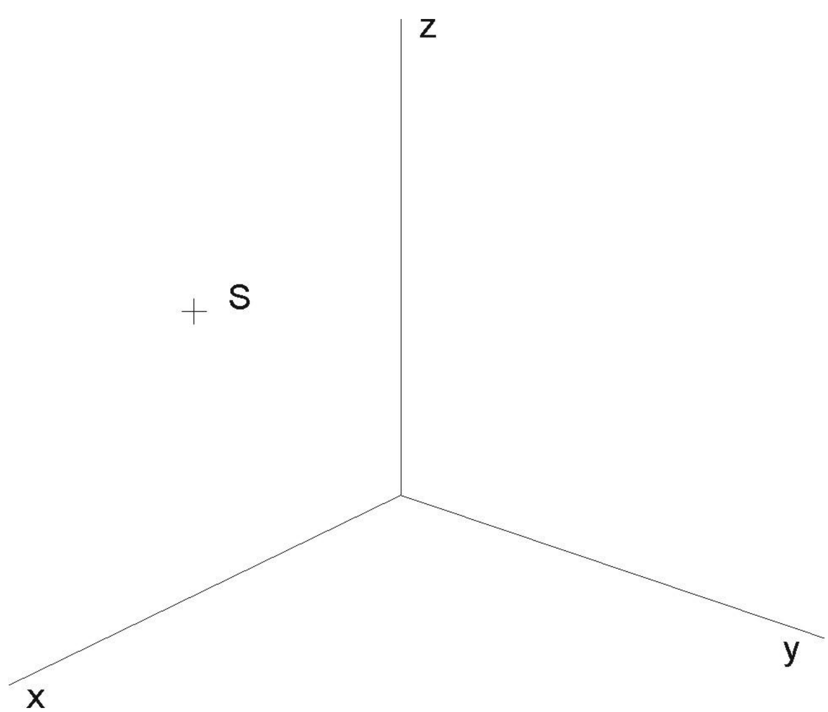
NP (a) Najděte chybějící stopu m^α.
(b) Zaveďte bodem B rovinu β, aby byla rovnoběžná s danou rovinou α.



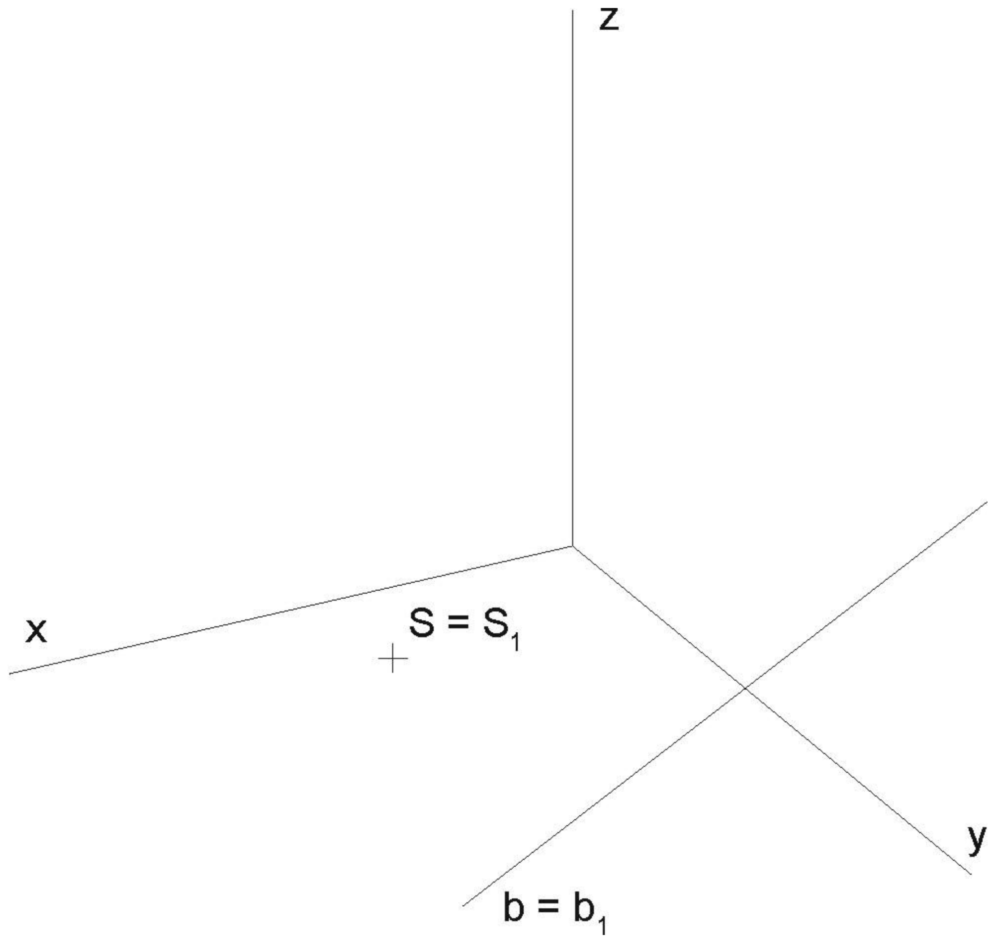
NP Najděte průsečnici $g = \alpha \cap \beta$ (a také g_1) rovin α a β.



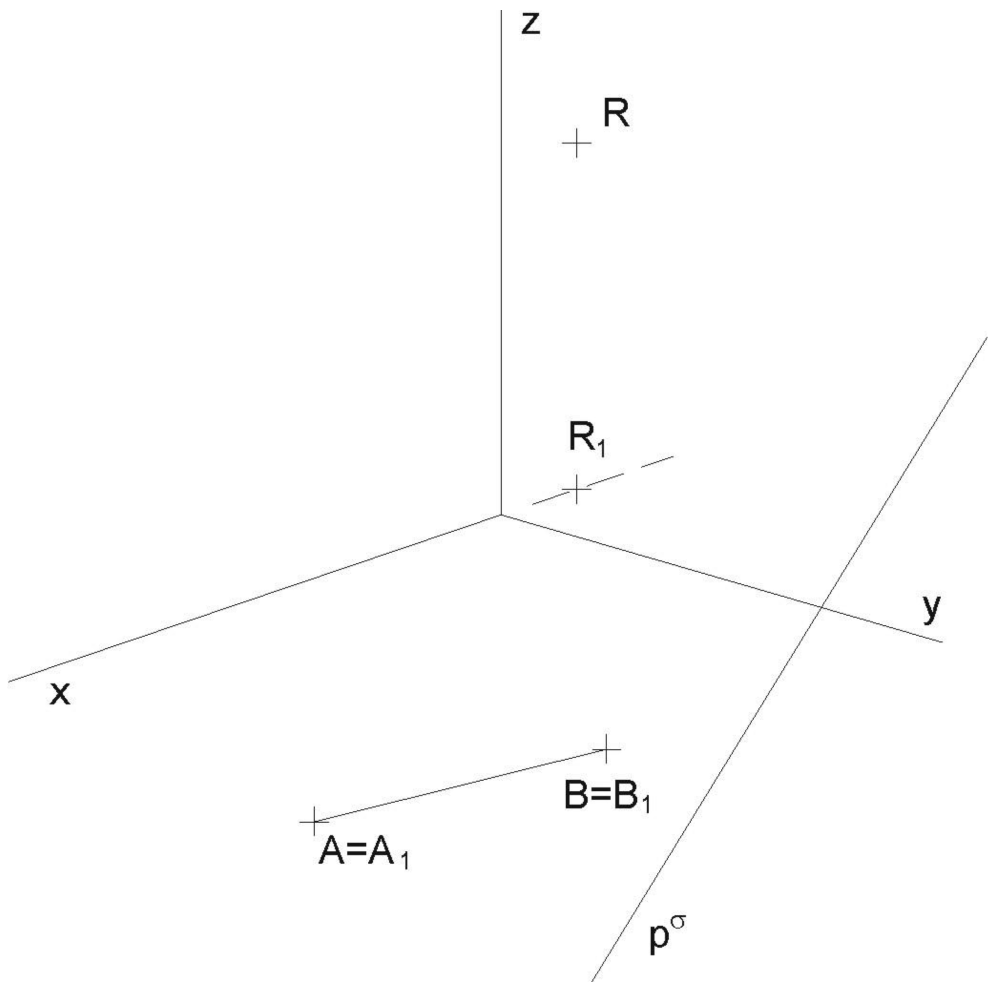
NP Kružnice leží v souřadnicové rovině $\nu \equiv x.z$ a je určena středem S a poloměrem r = 25. Vyrýsujte její průmět křivítkem.



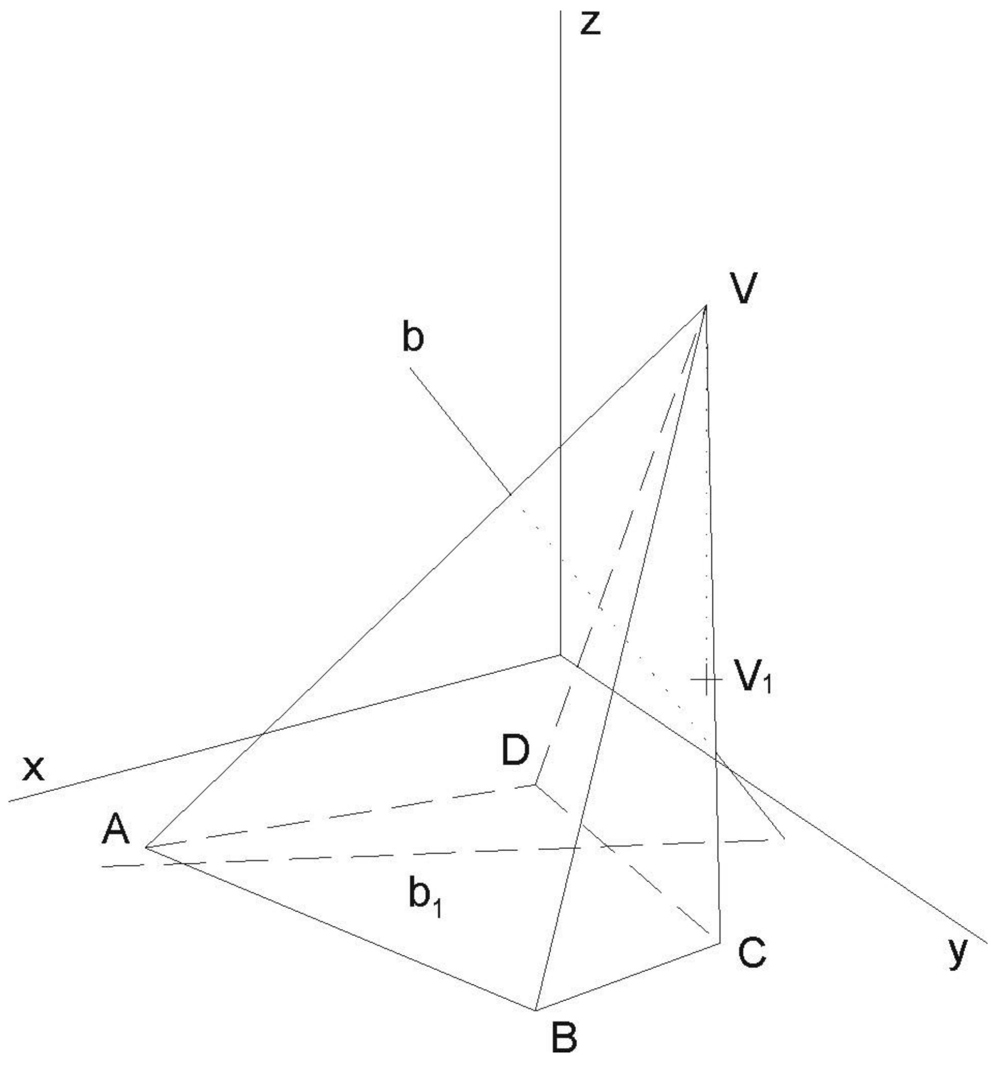
NP Sestrojte průmět kružnice, ležící v půdorysně, je-li určena středem $S = S_1$ a tečnou $b = b_1$.



NP S ohledem na viditelnost zobrazte přímý čtyřboký hranol se čtvercovou podstavou v půdorysně, určenou vrcholy A, B. Určete řez rovinou $\sigma \equiv p^\sigma.R$. Podstava hranolu neprotíná půdorysnou stopu roviny řezu p^σ.



NP Najděte průsečíky X a Y přímky b s kosým čtyřbokým nepravidelným jehlanem.



NP V kolmé axonometrii $\triangle(90, 100, 80)$ sestrojte řezy koule o středu $S[0; 40; 50]$ a o poloměru $r = 70$ rovinou půdorysny π a rovinou nárysny $\nu \equiv x.z$. Určete body přechodu viditelnosti na křivkách řezu. Dbejte, aby se křivky řezu vzájemně spolu protínaly na ose x!
Uvědomte si, že poloměr kružnice řezu je závislý na vzdálenosti roviny řezu od středu koule. Proto si mimo obrázek sestrojte kružnici o poloměru, jaký má daná koule a ze známé vzdálenosti roviny řezu od středu koule odvoďte příslušný poloměr.

NP V kolmé axonometrii – dimetrii $\triangle(100, 100, 115)$ sestrojte průsečíky přímky g $\equiv PR$ s kosým kruhovým válcem o středu kruhové podstavy ${}^1S[48; 45; 0]$. Podstava má poloměr $r = 40$ a leží v půdorysně, druhá podstava má střed ${}^2S[0; 54; 65]$, $P[48; -10; 0]$, $R[5; 120; 78]$. Dále sestrojte řez tohoto válce rovinou $\alpha(-90; 80; 35)$. Užijte osové afinity, vyznačte střed S elipsy řezu a některé sdružené průměry této křivky řezu.

NP V kolmé axonometrii – izometrii $\triangle(100, 100, 100)$ sestrojte řez pravidelného šestibokého jehlanu s podstavou v rovině $\mu \equiv y.z$ o středu $S[0; 60; 60]$, vrcholu podstavy $A[0; 60; 0]$ a výšce jehlanu $v = 174$ rovinou $\alpha(65; -146; 103)$.
Nejdříve některý vrchol řezu odvoďte jako průsečík boční hrany s rovinou řezu užitím krycí roviny a krycí přímky. Další vrcholy šestiúhelníka řezu už odvozujte užitím kolineace mezi rovinou podstavy a rovinou řezu. Prodlužte strany pravidelného šestiúhelníku k ose kolineace (je jí stopa roviny řezu v rovině $\mu \equiv y.z$ podstavy). Využijte důsledně vět o kolineaci a jejich vlastností.

NP V axonometrii dané $\triangle(110; 90; 100)$ zobrazte rotační kužel s podstavou k v půdorysně π, je-li dán střed $S[45; 23; 0]$ podstavy kužele a tečná rovina $\tau(-95; 42; 93)$ kužele.

NP V axonometrii dané $\triangle(100; 80; 90)$ zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan s podstavou $ABCD$ v nárysně ν, je-li dán bod A[40;0;50] a střed S[63;0;70] podstavy a výška jehlanu $v = 80$. Určete průsečíky přímky $q \equiv NR$ s jehlanem $ABCDV$. $N[70; 0; 20]$, $R[55; 60; 104]$.

NP V axonometrii dané $\triangle(100; 120; 110)$ je dána kulová plocha $\Phi(S, r = 35)$, $S[33; 57; 60]$. Zobrazte řez kulové plochy Φ rovinou $\overline{\mu} \parallel \mu$, kde $d(\overline{\mu}, S) = \frac{2}{5}r$, přitom volte $\overline{\mu}$ tak, aby pro střed $\overline{S}$ kružnice řezu platilo $x_{\overline{S}} > x_S$.

7. Středové promítání

(20) SP ($H[20,0], d = 34$). V rovině α, $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$ sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC nad stranou AB, jež je dána středovým průmětem A_SB_S. $A_S[-23,9]$, $B_S[-41,31]$, $n^\alpha(\infty,42)$, $u_S^\alpha(\infty,-17)$.

(21) SP ($H[0,25], d = 70$). Sestrojte středový průmět kružnice k ležící v rovině α, která prochází body A, B, C. Připojte tečny v daných bodech. $A_S[-35,10]$, $B_S[-25,30]$, $CS[-10,15]$, $n^\alpha(\infty,0)$, $u_S^\alpha(\infty,70)$.

(22) SP ($H[43-11], d = 33$). Sestrojte středový průmět rotačního kužele. Kružnice podstavy v rovině α, $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, je dána středem O a poloměrem $r = 33$. Výška kužele $v = 68$. $n^\alpha(\infty,17)$, $u_S^\alpha(\infty,-45)$, $O_S[0,0]$.

NP SP ($H[0,0], d = 34$). V rovině α, $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, jsou dány body A, B svými středovými průměty A_S, B_S. Sestrojte středový průmět $A_SB_SC_SD_SE_SF_S$ šestiúhelníku $ABCDEF$ v rovině α, je-li úsečka AB jeho strana. $A_S[46,39]$, $B_S[62,26]$, $n^\alpha(\infty,-12)$, $u_S^\alpha(\infty,42)$.

NP SP ($H[28,-28], d = 35$). V rovině α, $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$ sestrojte středový průmět šestiúhelníku $ABCDEF$, je-li dán střed O_S a vrchol A_S. $O_S[0,0]$, $A_S[-8,19]$, $n^\alpha(\infty,25)$, $u_S^\alpha(\infty,-28)$.

NP SP ($H[0,0], d = 70$). Kružnice k v rovině α má střed v bodě O a dotýká se tečny t. Sestrojte její středový průmět k_S. $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, $n^\alpha(\infty,25)$, $u_S^\alpha(\infty,-45)$, $t_S(N^t, U_S^t)$, $N^t[100,25]$, $U_S^t[-80,-45]$, $O_S[20,6]$.

NP SP ($H[0,0], d = 30$). Sestrojte středový průmět kružnice k se středem O a poloměrem $r = 65$ ležící v rovině α. $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, $n^\alpha(\infty,25)$, $u_S^\alpha(\infty,-20)$, $O_S[-14,17]$.

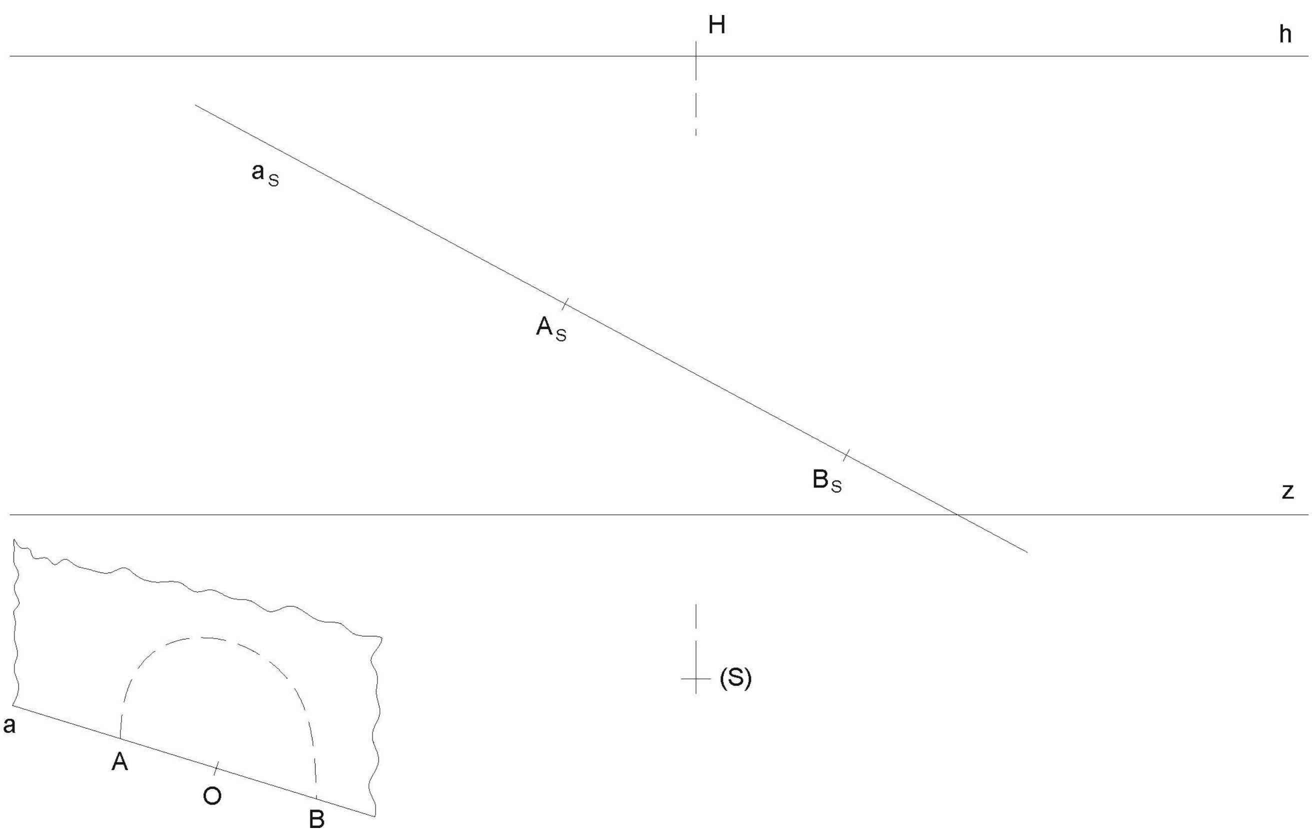
NP SP ($H[0,0], d = 60$). V rovině α, $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, jsou dány body A, B svými středovými průměty A_S, B_S. Sestrojte středový průmět $A_SB_SC_SD_SE_SF_SG_SI_S$ kolmého hranolu $ABCDEFGI$ se čtvercovou podstavou $ABCD$ v rovině α a výškou $v = 73$. $A_S[-31,39]$, $B_S[-12,22]$, $n^\alpha(\infty,51)$, $u_S^\alpha(\infty,-21)$.

NP SP ($H[0,0], d = 70$). Sestrojte pravidelný šestiboký jehlan $ABCDEFV$ s podstavou v rovině α, $\alpha_S(n^\alpha,\, u_S^\alpha)$, a výškou $v = 80$. Šestiúhelník $ABCDEF$ podstavy je dán úhlopříčkou $AD \subset \alpha$. $A_S[-50,30]$, $D_S[-10,-10]$, $n^\alpha(\infty,20)$, $u_S^\alpha(\infty,-50)$.

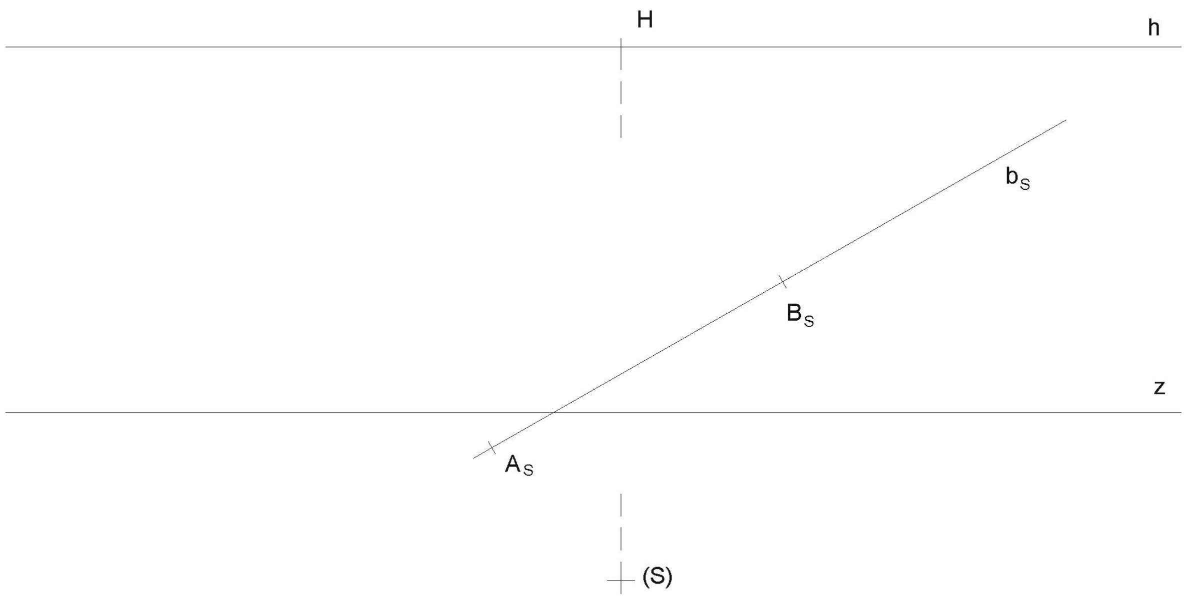
NP SP ($H[0,0], d = 50$). Sestrojte středový průmět rotačního kužele. Kružnice podstavy v rovině α, $\alpha_S(n^\alpha, u_S^\alpha)$, je dána středem O a poloměrem $r = 34$. Výška kužele $v = 69$. $n^\alpha(\infty,42)$, $u_S^\alpha(\infty,-25)$, $O_S[-42,16]$.

8. Lineární perspektiva

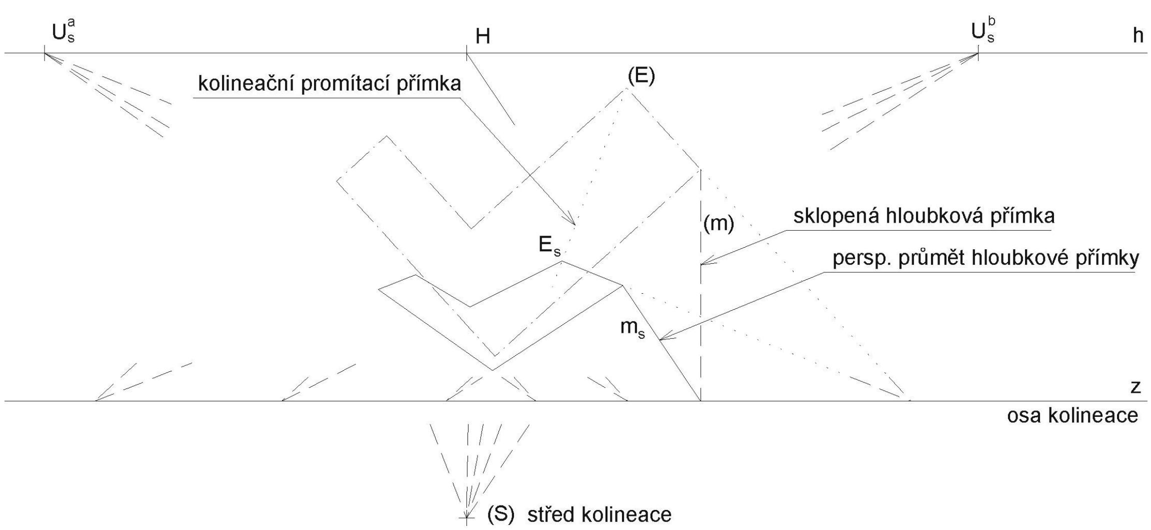
(23) Nad průměrem $A_S B_S$ (A, B leží v základní rovině π) sestrojte metodou „osmi tečen“ (horní) půlkružnici ve vertikální rovině.

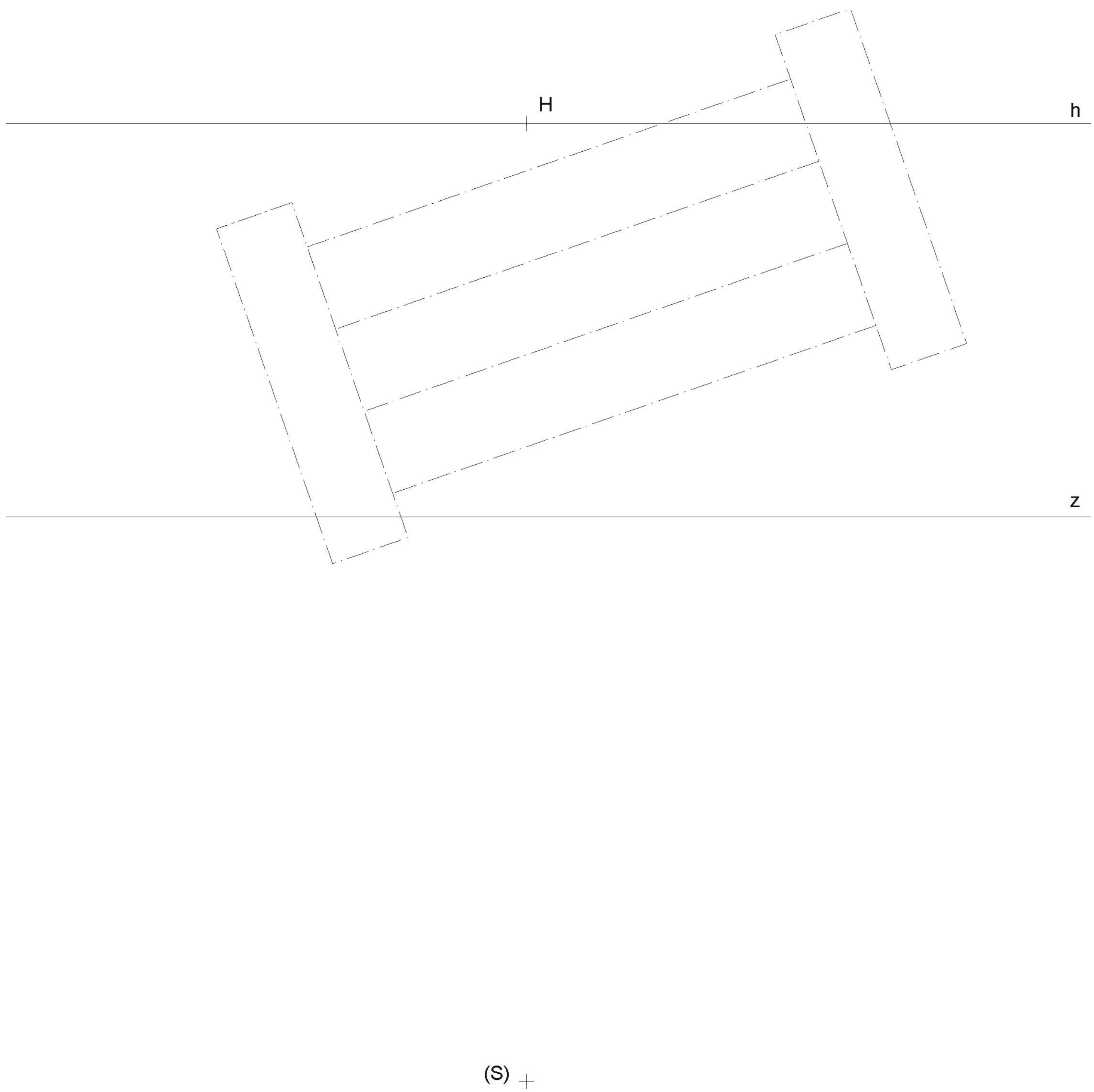


(24) Sestrojte kvádr $ABCDEFGH$ s podstavou v základní rovině π, je-li dána perspektiva jeho hrany A_SB_S na přímce b_S, přímka b leží v základní rovině π, a je-li dána podmínka, že skutečné velikosti tří kolmých hran jsou v poměru délek: $AB : AD : AE = 2 : 3 : 2$.



(25) Metodou „sklopeného půdorysu“ sestrojte perspektivu schodiště. Půdorys schodiště je již čerchovaně předrýsován v poloze „sklopeného půdorysu“. Postupujte podle principu, který je na obrázku. Připojte i výšky: boční zídky a jednotlivé stupně schodů. Doplňte nárysem v Mongeově promítání, ve stejném měřítku jako je zadaný sklopený půdorys.



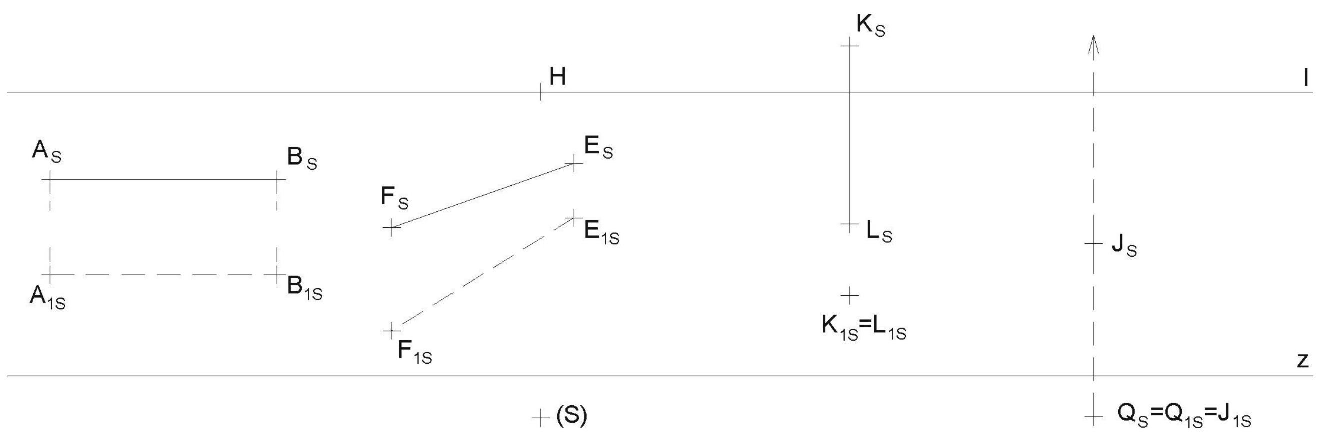

H
h
z
(S)

(26) Zjistěte skutečné velikosti úseček:

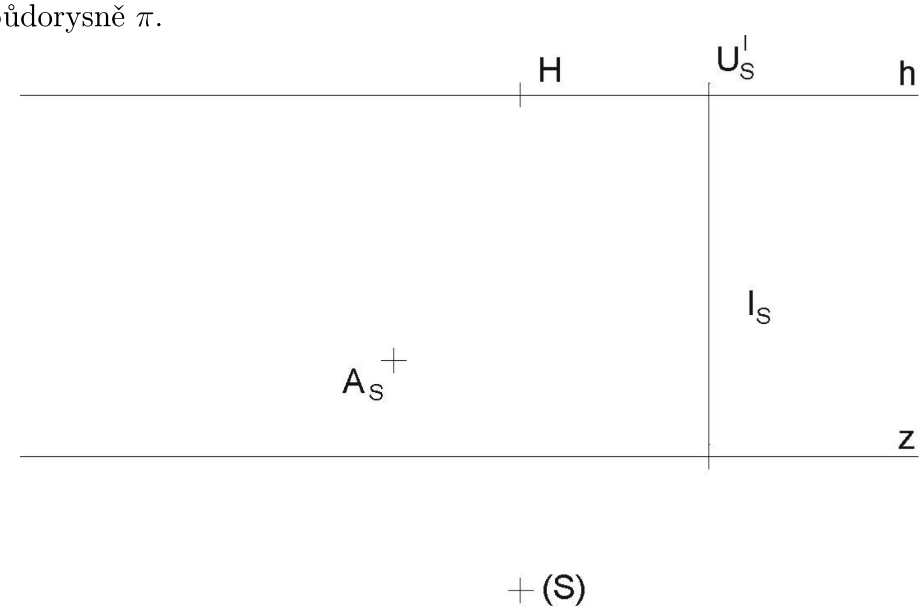
- úsečka AB je horizontální a v průčelné poloze (tj. rovnoběžná s persp. průmětnou),
- úsečka EF je horizontální, ale různoběžná s perspektivní průmětnou.

(27) Zjistěte skutečnou velikost úseček:

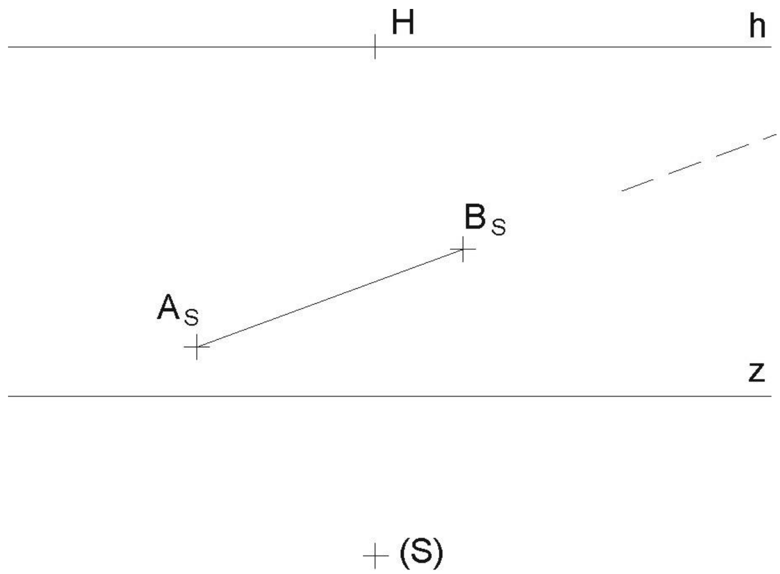
- úsečka KL je vertikální a vznáší se nad půdorysnou, jejím perspektivním půdorysem je bod $K_{1S} = L_{1S}$,
- hledá se průmět $J_S V_S$ úsečky JV, je-li její skutečná velikost $3cm$. Úsečka je vertikální a je dán její dolní koncový bod J. Přímka, na které leží tato úsečka, má průsečík Q s vodorovnou rovinou π, tudíž bod $Q_{1S} = J_{1S}$.



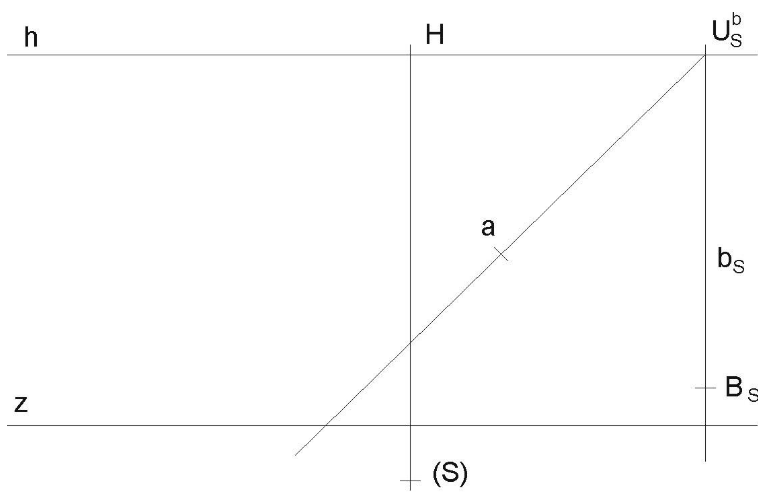
(28) Zjistěte skutečnou kolmou vzdálenost mezi bodem A a přímkou l, leží-li tyto útvary v půdorysně π.

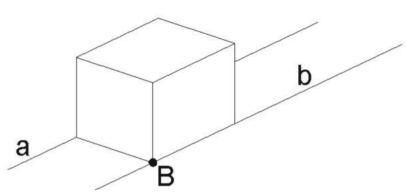


(29) Úběžník horizontální úsečky AB vychází mimo papír. Nastudujte princip „redukovaná distance" a zjistěte skutečnou velikost této úsečky užitím tohoto principu.

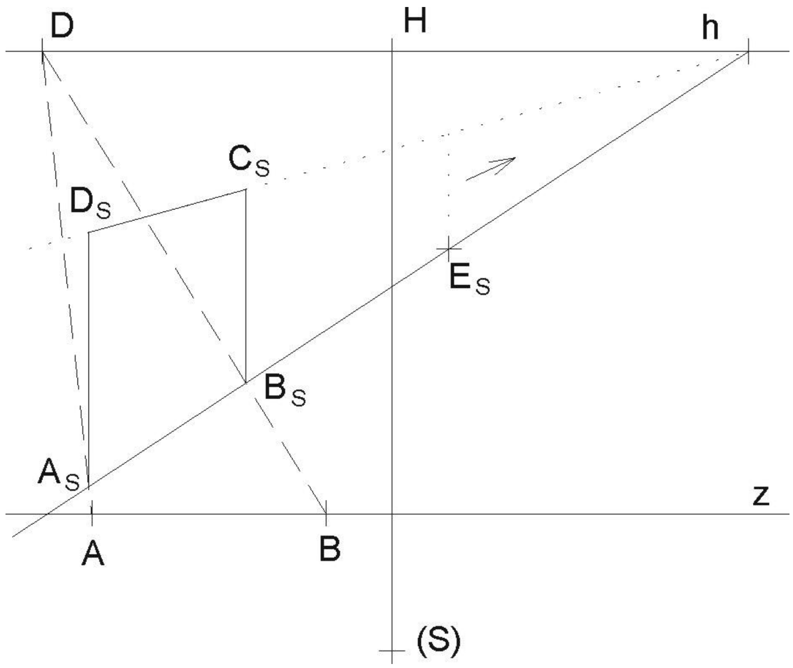


(30) Horizontální přímky a, b lze považovat za kolejnice. Sestrojte takovou krychli, která svými hranami „padne" přesně na tyto kolejnice, tedy délka hrany krychle je rovna rozpětí mezi kolejnicemi (viz náčrtek). Je dána perspektiva jednoho vrcholu B_S této krychle.

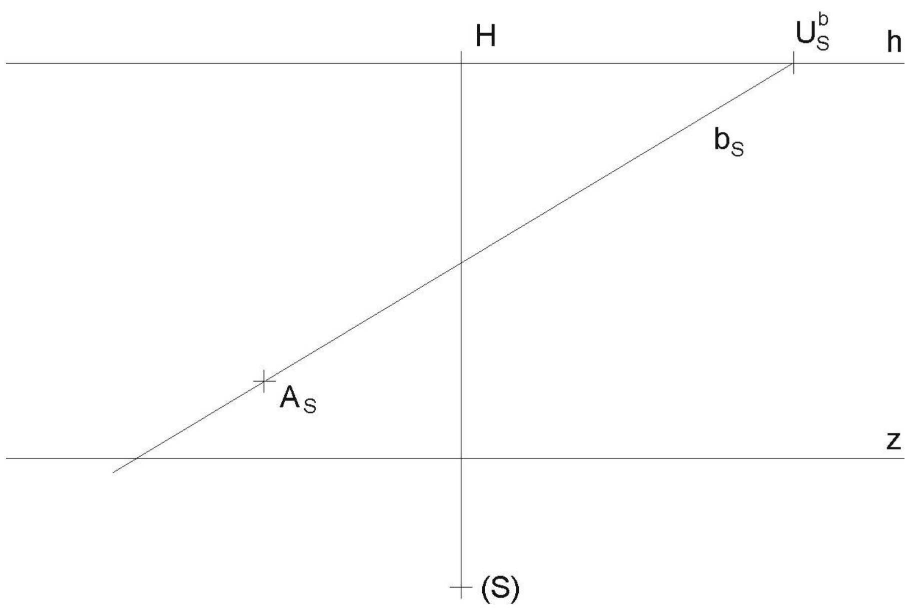




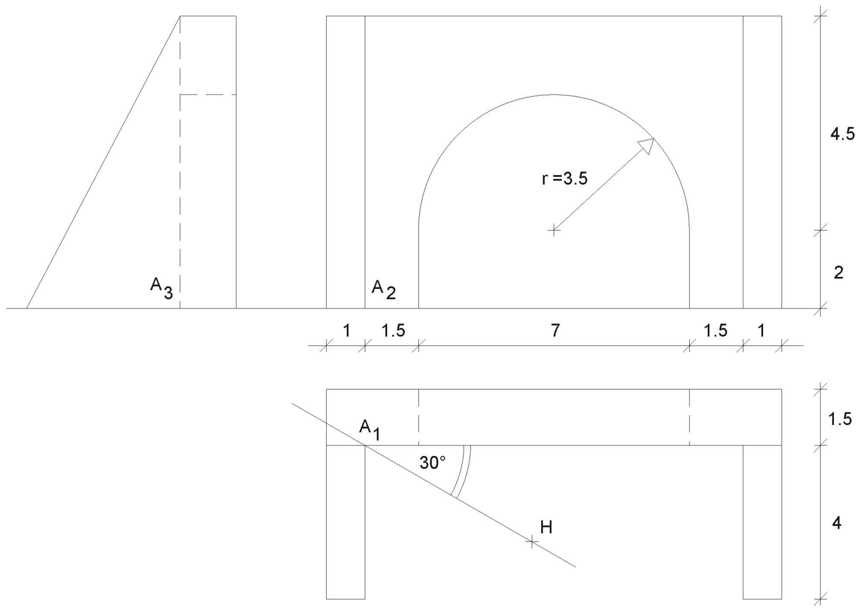
(31) Vertikální obdélník $A_S B_S C_S D_S$ přemístěte o trochu dále (stále nad přímkou b_s) do polohy, začínající bodem E_S na místo bodu A_S.

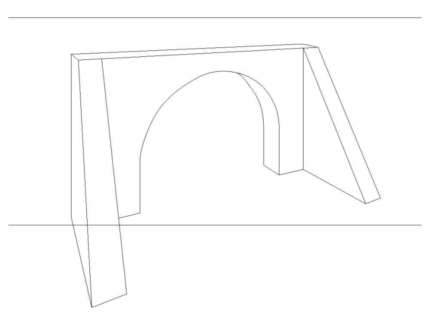


(32) Sestrojte horizontální síť čtvercových kachliček o rozměru hrany kachličky $3cm$, je-li dán výchozí vrchol A_S první kachličky, jejíž hrana leží na přímce b. Vykreslete aspoň $16(= 4 \cdot 4)$ kachliček, umístěných nalevo od přímky b_S. Užijte metody dělicích bodů a kontrolujte i úběžníkem společných úhlopříček těchto kachliček.



(33) Objekt je dán sdruženými průměty. Vertikální perspektivní průmětna je odkloněna od delší stěny o úhel 30°. Je dán hlavní bod H_1, velikost distance $d = 140$, výška horizontu $v = 80$. Veškeré kóty u pomocného obrázku jsou v metrech, měřítko je rovno poměru 1 : 100. Sestrojte perspektivu tohoto objektu (můžete kombinovat metodu sklopeného půdorysu i dělicích bodů). Rýsujte i neviditelné hrany (čárkovaně). Perspektivu kružnice sestrojte „metodou osmi tečen“ a připojte ještě další libovolné body kružnice metodou sítě (tvořenou čtverci) a sestrojte v některém z dalších bodů kružnice také tečnu. (Takovou sítí nejdříve pokryjte danou půlkružnici v pomocném obrázku.)





d=14

v=|HZ|

M=1:100

kóty v m

Reference

[1] Autorský kolektiv Ústavu matematiky a deskriptivní geometrie FaSt VUT v Brně: *Deskriptivní geometrie, verze 3.0 pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Soubor CD-ROMů Deskriptivní geometrieFakulta stavební VUT v Brně, 2009.

[2] Autorský kolektiv Ústavu matematiky a deskriptivní geometrie FaSt VUT v Brně: *Deskriptivní geometrie, verze 2.0 pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Soubor CD-ROMů Deskriptivní geometrieFakulta stavební VUT v Brně, 2008.

[3] Bulantová, J. - Hon, P. - Prudilová, K. - Puchýřová, J. - Roušar, J. - Roušarová, V. - Slaběňáková, J. - Šafařík, J. - Šafářová, H., Zrůstová, L.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.

[4] Hon, P. - Prudilová, K. - Roušar, J. - Roušarová, V. - Šafařík, J.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - obor geodézie a kartografie*, Fakulta stavební VUT v Brně, Brno 2004.

[5] Slaběňáková,J. - Šafářová, H.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Stereometrie*, modul 1, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.

[6] Prudilová, K.- Šafářová, H.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Kuželosečky*, modul 2, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.

[7] Bulantová, J.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Perspektivní afinita a perspektivní kolineace*, modul 3, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.

[8] Šafářová, H. - Zrůstová, L.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Kótované promítání*, modul 4, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.

[9] Hon, P.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Mongeova projekce*, modul 5, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.

[10] Hon, P. - Puchýřová, J.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Kolmá axonometrie*, modul 6, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.

[11] Prudilová, K. - Roušarová, V.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Lineární perspektiva*, modul 7, Fakulta stavební VUT v Brně , 2004.

[12] Slaběňáková, J. - Šafařík, J.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Šroubovice a šroubové plochy*, modul 8, Fakulta stavební VUT v Brně , 2004.

[13] Prudilová, K. - Roušar, J. - Roušarová, V. - Šafařík, J.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Středové promítání*, modul 9, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.

[14] Prudilová, K. - Roušar, J. - Roušarová, V. - Šafařík, J.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Speciální příklady*, modul 10, Fakulta stavební VUT v Brně, 2004.

[15] Slaběňáková,J. - Šafářová, H. - Šafařík, J.: *Deskriptivní geometrie pro I. ročník kombinovaného studia - Zborcené plochy*, modul 12, Fakulta stavební VUT v Brně, 2009.

[16] Bulantová, J. - Prudilová, K. - Roušar, J. - Šafařík, J. - Zrůstová, L.: *Sbírka zkouškových příkladů z deskriptivní geometrie pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2009. http://math.fce.vutbr.cz/studium.php

[17] Bulantová, J. - Prudilová, K. - Puchýřová, J. - Roušar, J. - Roušarová, V. - Slaběňáková, J. - Šafařík, J. - Šafářová, H., Zrůstová, L.: *Sbírka řešených příkladů z deskriptivní geometrie pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. http://math.fce.vutbr.cz/studium.php

[18] Autorský kolektiv Ústavu matematiky a deskriptivní geometrie FaSt VUT v Brně: *Vyrovnávací kurz deskriptivní geometrie BA91*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2007. http://math.fce.vutbr.cz/studium.php

[19] Šafářová, H.: *Teoretické řešení střech*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. http://math.fce.vutbr.cz/studium.php

[20] Puchýřová, J.: *Cvičení z deskriptivní geometrie, Část A*, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Fakulta stavební VUT, Brno 2005.

[21] Puchýřová, J.: *Cvičení z deskriptivní geometrie, Část B*, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Fakulta stavební VUT, Brno 2005.

[22] Šafařík, J.: *Cvičení z deskriptivní geometrie pro obor Geodézie a kartografie*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. http://math.fce.vutbr.cz/studium.php

[23] Šafařík, J.: *Techniské osvětlení*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. http://math.fce.vutbr.cz/studium.php

[24] Puchýřová,J. - Bulantová, J. - Prudilová, K. - Zrůstová, L.: *Úlohy v kosoúhlém promítání*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. http://math.fce.vutbr.cz/studium.php

[25] Puchýřová,J. - Bulantová, J. - Prudilová, K. - Zrůstová, L.: *Úlohy o zborcených plochách*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2006. http://math.fce.vutbr.cz/studium.php

[26] Moll, I. - Prudilová, K. - Puchýřová, J. - Roušar, J. - Slaběňáková, J. - Slatinský, E. - Slepička, P. - Šafařík, J. - Šafářová, H. - Šmídová, V. - Švec, M. - Tomečková, J.: *Deskriptivní geometrie, verze 1.0 - 1.3 pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Fakulta stavební VUT, Brno 2001-2003.

[27] Stránky Deskriptivní geometrie pro 1. ročník kombinovaného studia FAST, http://math.fce.vutbr.cz/ks_dg.php.

[28] Doležal Jiří: *Deskriptivní geometrie pro FAST*, http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/DgFAST.html.

[29] *Obrazová podpora skript Černý, Kočandrlová: Konstruktivní geometrie*, http://mat.fsv.cvut.cz/BAKALARI/kog/default.html.

[30] Ďurikovičová, M. - Szarková, D. - Velichová, D.: *Konštrukčná geometria II - Zbierka úloh*, KM SjF STU, 2001, http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/zbierka2.htm.

[31] Holáň, Š. - Holáňová, L.: *Cvičení z deskriptivní geometrie I. - Kuželosečky*, Fakulta stavební VUT, Brno 1988.

[32] Holáň, Š. - Holáňová, L.: *Cvičení z deskriptivní geometrie II. - Promítací metody*, Fakulta stavební VUT, Brno 1989.

[33] Holáň, Š. - Holáňová, L.: *Cvičení z deskriptivní geometrie III. - Plochy stavebně technické praxe*, Fakulta stavební VUT, Brno 1992.

[34] Hajkr, O. - Láníček, J.: *Deskriptivní geometrie II*, VŠ Báňská, Ostrava 1986.

[35] Hajkr, O. a kol. katedry matematiky: *Sbírka řešených příkladů z konstruktivní geometrie*, VŠ Báňská, Ostrava 1987.

[36] Hajkr, O. - Láníček, J. - Plocková, E. - Řehák, M.: *Sbírka řešených příkladů z konstruktivní geometrie*, VŠ Báňská, Ostrava 1987.

[37] Jarolímek, V.: *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie*, JČM, Praha 1904.

[38] Ježek F. - Štauberová Z. - Tomiczková S.: *Inženýrská geometrie - Křivky a plochy*,Západočeská univerzita, Plzeň 2000, http://www.kma.zcu.cz/Geometrie/krivkyaplochy/Default.htm.

[39] *Materiály pro studenty (Kuželosečky, osová afinita a středová kolineace, rovnoběžné promítání, Mongeova projekce, axonometrie, řešení terénu (násypy, výkopy) - úlohy ke cvičení)*, Západočeská univerzita, Plzeň, http://www.kma.zcu.cz/Geometrie/studenti.htm.

[40] Kočandrlová, M. - Křivková, I.: *Konstruktivní geometrie (Předlohy ke cvičení)*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1995.

[41] Kopřivová, H.: *Deskriptivní geometrie II*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1996.

[42] Prudilová, K. - Šafářová, H.: *Deskriptivní geometrie I, Kuželosečky, afinita a kolineace pro distanční studium*, Fakulta stavební VUT, Brno 1999.

[43] Szarková, D.: *Kužeľosečky*, KM SjF STU, 2001, http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/skripta/Kuzeloseckyw.htm.

[44] Szarková, D.: *Rezy rotačnej kužeľovej plochy*, KM SjF STU, 2001, http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/skripta/KUZEL.html.

[45] Szarková, D.: *Kurz opakovania základov geometrie a premietania- cvičenia a pracovné listy*, KM SjF STU, 2001, http://www.km.sjf.stuba.sk/Personal/Szarkova/skripta/kurz.htm.

[46] Urban, A.: *Deskriptivní geometrie I*, SNTL/ALFA, Praha 1977.
[47] Urban, A.: *Deskriptivní geometrie II*, SNTL/ALFA, Praha 1984.
[48] Vala, J.: *Deskriptivní geometrie I*, Fakulta stavební VUT, Brno 1997.
[49] Vala, J.: *Deskriptivní geometrie II*, Fakulta stavební VUT, Brno 199?.
[50] Velichová, D.: *Konštrukčná geometria*, elektronická učebnica, KM SjF STU, 2003, http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/KOGE/obal.htm.
[51] Velichová, D.: *Konštrukčná geometria - prednášky*, KM SjF STU, 2003, http://www.km.sjf.stuba.sk/Geometria/PREDNASKYB/prednaskyB.htm.
[52] Veselý, F. - Filip, J.: *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie*, Přírodovědecké vydavatelství, Praha 1952.