

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$,

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{ x \in \mathbf{R}; ax - x^2 \geq 0 \right\},$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{ x \in \mathbf{R}; ax - x^2 \geq 0 \right\}, \quad D_2 = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a - x}{x} \geq 0 \right\}.$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{ x \in \mathbf{R}; ax - x^2 \geq 0 \right\}, \quad D_2 = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a - x}{x} \geq 0 \right\}.$$

Dostáváme

$$x \in D_1 \iff$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{ x \in \mathbf{R}; ax - x^2 \geq 0 \right\}, \quad D_2 = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a - x}{x} \geq 0 \right\}.$$

Dostáváme

$$x \in D_1 \iff (x \geq 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x \leq 0 \wedge a - x \leq 0) \iff$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{ x \in \mathbf{R}; ax - x^2 \geq 0 \right\}, \quad D_2 = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a - x}{x} \geq 0 \right\}.$$

Dostáváme

$$x \in D_1 \iff (x \geq 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x \leq 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in \langle 0, a \rangle;$$

$$x \in D_2 \iff$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{ x \in \mathbf{R}; ax - x^2 \geq 0 \right\}, \quad D_2 = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a - x}{x} \geq 0 \right\}.$$

Dostáváme

$$x \in D_1 \iff (x \geq 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x \leq 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in \langle 0, a \rangle;$$

$$x \in D_2 \iff (x > 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x < 0 \wedge a - x \leq 0) \iff$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{ x \in \mathbf{R}; ax - x^2 \geq 0 \right\}, \quad D_2 = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a-x}{x} \geq 0 \right\}.$$

Dostáváme

$$x \in D_1 \iff (x \geq 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x \leq 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in \langle 0, a \rangle;$$

$$x \in D_2 \iff (x > 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x < 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in (0, a).$$

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{ x \in \mathbf{R}; ax - x^2 \geq 0 \right\}, \quad D_2 = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a - x}{x} \geq 0 \right\}.$$

Dostáváme

$$x \in D_1 \iff (x \geq 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x \leq 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in \langle 0, a \rangle;$$

$$x \in D_2 \iff (x > 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x < 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in (0, a).$$

Celkem tedy máme $D(f) = D_2 = (0, a)$.

Příklad. Je dána funkce předpisem

$$f : y = \sqrt{ax - x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a - x}{x}},$$

kde $a > 0$ je reálný parametr. Určete definiční obor funkce $D(f)$, předpis derivace f' a definiční obor derivace $D(f')$.

Řešení. Z vlastností druhé odmocniny plyne, že $D(f) = D_1 \cap D_2$, kde

$$D_1 = \left\{ x \in \mathbf{R}; ax - x^2 \geq 0 \right\}, \quad D_2 = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a - x}{x} \geq 0 \right\}.$$

Dostáváme

$$x \in D_1 \iff (x \geq 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x \leq 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in \langle 0, a \rangle;$$

$$x \in D_2 \iff (x > 0 \wedge a - x \geq 0) \vee (x < 0 \wedge a - x \leq 0) \iff x \in (0, a).$$

Celkem tedy máme $D(f) = D_2 = (0, a)$.

V dalším budeme derivovat funkci f .

$$f'(x) = \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' =$$

(?)

$$f'(x) = \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' =$$

$$\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' =$$

$$\stackrel{(?)}{=}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&=
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&=
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&=
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \\
&=
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \\
&= \frac{a - 2x + a}{2\sqrt{x(a-x)}} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \\
&= \frac{a - 2x + a}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{2a - 2x}{2\sqrt{x(a-x)}} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \\
&= \frac{a - 2x + a}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{2a - 2x}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{a - x}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{a-x}} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \\
&= \frac{a - 2x + a}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{2a - 2x}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{a-x}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{a-x}} = \frac{\sqrt{a-x}}{\sqrt{x}} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left((ax - x^2)^{\frac{1}{2}} \right)' - \left(a \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot (ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (a - 2x) - a \cdot \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2} \cdot \left(\left(\frac{a-x}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right)' = \\
&\stackrel{(?)}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - a \cdot \frac{1}{1 + \frac{a-x}{x}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-x}{x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{-1 \cdot x - (a-x) \cdot 1}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\frac{x+a-x}{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a-x}{x}}} \cdot \frac{-x - a + x}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{-a}{x^2} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a - 2x}{\sqrt{ax - x^2}} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \\
&= \frac{a - 2x + a}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{2a - 2x}{2\sqrt{x(a-x)}} = \frac{a-x}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{a-x}} = \frac{\sqrt{a-x}}{\sqrt{x}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{a-x}{x}}}}.
\end{aligned}$$

Vyšlo nám tedy $f'(x) = \sqrt{\frac{a-x}{x}}$ a je vidět, že

$$D(f') = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a-x}{x} \geq 0 \right\} = D_2 = D(f)$$

Vyšlo nám tedy $f'(x) = \sqrt{\frac{a-x}{x}}$ a je vidět, že

$$D(f') = \left\{ x \in \mathbf{R}; \frac{a-x}{x} \geq 0 \right\} = D_2 = D(f)$$

(viz určení $D(f)$).