

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Motivační poznámka:**

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Motivační poznámka:**

V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně



**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Motivační poznámka:**

V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých,

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Motivační poznámka:**

V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých, např.  $y = x^2 + z^2$ ).

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

### **Motivační poznámka:**

V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých, např.  $y = x^2 + z^2$ ).

Nejjednodušším příkladem implicitně zadané plochy je např. sféra se středem v bodě  $S = [k, l, m]$  a poloměrem  $r$  popsaná rovnicí:

$$(x - k)^2 + (y - l)^2 + (z - m)^2 = r^2.$$

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

### **Motivační poznámka:**

V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých, např.  $y = x^2 + z^2$ ).

Nejjednodušším příkladem implicitně zadané plochy je např. sféra se středem v bodě  $S = [k, l, m]$  a poloměrem  $r$  popsaná rovnicí:

$$(x - k)^2 + (y - l)^2 + (z - m)^2 = r^2.$$

Jak ale hledat tečné roviny a normály takto implicitně zadaných ploch?

**Příklad.** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  takto:

a)  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0, P = [-2, 0, z_0];$

b)  $\frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y}, P = [0, 1, 1];$

c)  $3xyz + 1 = z^3, P = [0, -1, 1].$

Dále pro každou variantu zadání a) až c) postupně najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

### **Motivační poznámka:**

V početní praxi se velice často setkáváme s plochami, které nejsou zadány explicitně (tj. rovnicí, která už je rozřešena pro jednu z neurčitých, např.  $y = x^2 + z^2$ ).

Nejjednodušším příkladem implicitně zadané plochy je např. sféra se středem v bodě  $S = [k, l, m]$  a poloměrem  $r$  popsaná rovnicí:

$$(x - k)^2 + (y - l)^2 + (z - m)^2 = r^2.$$

Jak ale hledat tečné roviny a normály takto implicitně zadaných ploch?

Tento příklad nám k tomu dá určitý návod.

**Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:**

**Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:**

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

$$(H1) \quad F(P) = 0;$$

**Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:**

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

$$(H1) \ F(P) = 0; \quad (H2) \ F'_x, F'_y, F'_z \text{ jsou spojité v okolí bodu } P;$$



**Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:**

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

$$(H1) \ F(P) = 0; \quad (H2) \ F'_x, F'_y, F'_z \text{ jsou spojité v okolí bodu } P; \quad (H3) \ F'_z(P) \neq 0.$$

**Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:**

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

$$(H1) F(P) = 0; \quad (H2) F'_x, F'_y, F'_z \text{ jsou spojité v okolí bodu } P; \quad (H3) F'_z(P) \neq 0.$$

Potom můžeme počítat parciální derivace implicitní funkce  $f$  užitím následujících vzorců:

**Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:**

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

$$(H1) F(P) = 0; \quad (H2) F'_x, F'_y, F'_z \text{ jsou spojité v okolí bodu } P; \quad (H3) F'_z(P) \neq 0.$$

Potom můžeme počítat parciální derivace implicitní funkce  $f$  užitím následujících vzorců:

$$f'_x(x_0, y_0) = -\frac{F'_x(P)}{F'_z(P)};$$

Než přistoupíme k řešení našeho příkladu, připomeňme si znalosti, které k tomu budeme nezbytně potřebovat:

Podmínky existence implicitní funkce dvou proměnných jsou zcela analogické podmínkám pro existenci implicitní funkce jedné proměnné:

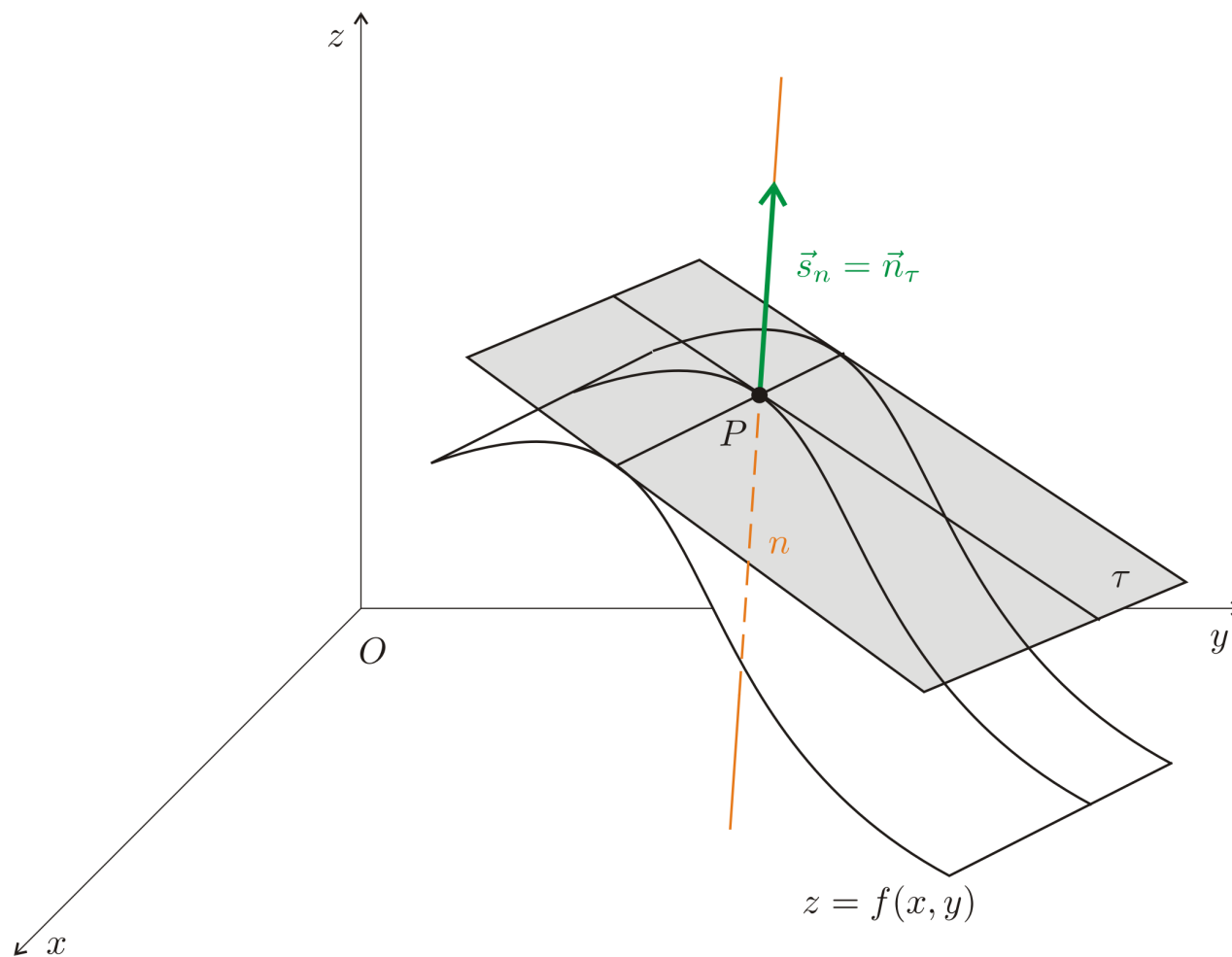
$$(H1) F(P) = 0; \quad (H2) F'_x, F'_y, F'_z \text{ jsou spojité v okolí bodu } P; \quad (H3) F'_z(P) \neq 0.$$

Potom můžeme počítat parciální derivace implicitní funkce  $f$  užitím následujících vzorců:

$$f'_x(x_0, y_0) = -\frac{F'_x(P)}{F'_z(P)}; \quad f'_y(x_0, y_0) = -\frac{F'_y(P)}{F'_z(P)}. \quad (1)$$

**Prostudujte si následující nákres,** zvláště věnujte pozornost vztahu mezi normálovým vektorem tečné roviny  $\vec{n}_\tau$  a směrovým vektorem normály  $\vec{s}_n$ :

**Prostudujte si následující náčrtek,** zvláště věnujte pozornost vztahu mezi normálovým vektorem tečné roviny  $\vec{n}_\tau$  a směrovým vektorem normály  $\vec{s}_n$ :



Zopakujme si následující vzorce:

Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina  $\tau$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P = [x_0, y_0, z_0]$  je dána rovnicí:

$$\tau : z - z_0 = f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0), \quad (2)$$

neboli její normálový vektor je  $\vec{n}_\tau = (f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0), -1)^{*}$ ;



Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina  $\tau$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P = [x_0, y_0, z_0]$  je dána rovnicí:

$$\tau : z - z_0 = f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0), \quad (2)$$

neboli její normálový vektor je  $\vec{n}_\tau = (f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0), -1)^{*}$ ;

- Normála  $n$  k této tečné rovině  $\tau$  v bodě  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , tj. normála plochy  $z = f(x, y)$  má směrový vektor  $\vec{s}_n = \vec{n}_\tau$  a tedy můžeme  $n$  parametricky zapsat:

Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina  $\tau$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P = [x_0, y_0, z_0]$  je dána rovnicí:

$$\tau : z - z_0 = f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0), \quad (2)$$

neboli její normálový vektor je  $\vec{n}_\tau = (f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0), -1)^{*}$ ;

- Normála  $n$  k této tečné rovině  $\tau$  v bodě  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , tj. normála plochy  $z = f(x, y)$  má směrový vektor  $\vec{s}_n = \vec{n}_\tau$  a tedy můžeme  $n$  parametricky zapsat:

$$n : \begin{cases} x & = & x_0 + t \cdot f'_x(x_0, y_0), \\ y & = & y_0 + t \cdot f'_y(x_0, y_0), \\ z & = & z_0 - t, \end{cases} \quad t \in \mathbf{R}. \quad (3)$$

Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina  $\tau$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P = [x_0, y_0, z_0]$  je dána rovnicí:

$$\tau : z - z_0 = f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0), \quad (2)$$

neboli její normálový vektor je  $\vec{n}_\tau = (f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0), -1)^{*)}$ ;

- Normála  $n$  k této tečné rovině  $\tau$  v bodě  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , tj. normála plochy  $z = f(x, y)$  má směrový vektor  $\vec{s}_n = \vec{n}_\tau$  a tedy můžeme  $n$  parametricky zapsat:

$$n : \begin{cases} x = x_0 + t \cdot f'_x(x_0, y_0), \\ y = y_0 + t \cdot f'_y(x_0, y_0), \\ z = z_0 - t, \end{cases} \quad t \in \mathbf{R}. \quad (3)$$

---

\*) Troška učiva střední školy: *Koeficienty obecné rovnice roviny hrají roli souřadnic normálového vektoru této roviny,*

Zopakujme si následující vzorce:

- Tečná rovina  $\tau$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P = [x_0, y_0, z_0]$  je dána rovnicí:

$$\tau : z - z_0 = f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0), \quad (2)$$

neboli její normálový vektor je  $\vec{n}_\tau = (f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0), -1)^{*)}$ ;

- Normála  $n$  k této tečné rovině  $\tau$  v bodě  $P = [x_0, y_0, z_0]$ , tj. normála plochy  $z = f(x, y)$  má směrový vektor  $\vec{s}_n = \vec{n}_\tau$  a tedy můžeme  $n$  parametricky zapsat:

$$n : \begin{cases} x = x_0 + t \cdot f'_x(x_0, y_0), \\ y = y_0 + t \cdot f'_y(x_0, y_0), \\ z = z_0 - t, \end{cases} \quad t \in \mathbf{R}. \quad (3)$$

---

\*) Troška učiva střední školy: *Koeficienty obecné rovnice roviny hrají roli souřadnic normálového vektoru této roviny, tj. je-li  $\rho : ax + by + cz = d$  obecná rovnice dané roviny  $\rho$ , potom její normálový vektor můžeme okamžitě určit jako  $\vec{n}_\rho = (a, b, c)$ .*

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ .

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies$$



Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a)** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = \left( z^3 + 2x^2 - y^2 \right)'_x =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a)** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splnění podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a)** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splnění podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splnění podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = \left(z^3 + 2x^2 - y^2\right)'_x = \left(z^3 - y^2\right)'_x + 2\left(x^2\right)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a)** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y =$$



Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y = (z^3 + 2x^2)'_y - (y^2)'_y =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a)** Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y = (z^3 + 2x^2)'_y - (y^2)'_y = -2y;$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y = (z^3 + 2x^2)'_y - (y^2)'_y = -2y;$$

$$F'_z(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_z =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y = (z^3 + 2x^2)'_y - (y^2)'_y = -2y;$$

$$F'_z(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_z = (2x^2 - y^2)'_z + (z^3)'_z =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y = (z^3 + 2x^2)'_y - (y^2)'_y = -2y;$$

$$F'_z(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_z = (2x^2 - y^2)'_z + (z^3)'_z = 3z^2.$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splněný podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y = (z^3 + 2x^2)'_y - (y^2)'_y = -2y;$$

$$F'_z(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_z = (2x^2 - y^2)'_z + (z^3)'_z = 3z^2.$$

Jak je vidět, funkce  $F'_x$ ,  $F'_y$  a  $F'_z$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ , tj. podmínka (H2) je splněná;

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splnění podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y = (z^3 + 2x^2)'_y - (y^2)'_y = -2y;$$

$$F'_z(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_z = (2x^2 - y^2)'_z + (z^3)'_z = 3z^2.$$

Jak je vidět, funkce  $F'_x$ ,  $F'_y$  a  $F'_z$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ , tj. podmínka (H2) je splněná; navíc platí

$$F'_z(P) = F'_z(-2, 0, -2) =$$

Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splnění podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y = (z^3 + 2x^2)'_y - (y^2)'_y = -2y;$$

$$F'_z(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_z = (2x^2 - y^2)'_z + (z^3)'_z = 3z^2.$$

Jak je vidět, funkce  $F'_x$ ,  $F'_y$  a  $F'_z$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ , tj. podmínka (H2) je splněná; navíc platí

$$F'_z(P) = F'_z(-2, 0, -2) = 3z^2 \Big|_{z=-2} = 3 \cdot 4$$



Zopakovali jsme si potřebnou teorii, a teď si ukažme její aplikaci pro konkrétním zadání:

- a) Ověřte podmínky existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí bodu  $P = [-2, 0, z_0]$ , je-li  $f$  zadána implicitně rovnicí  $z^3 + 2x^2 - y^2 = 0$  a najděte rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .  
**Řešení.** Všimněte si, že není zadána třetí souřadnice bodu  $P$ ; snadno ji ale dopočítáme z první existenční podmínky. Označme  $F(x, y, z) \equiv z^3 + 2x^2 - y^2$ . Podle (H1) má platit:

$$F(-2, 0, z_0) = 0 \implies z_0^3 + 8 - 0 = 0 \implies z_0 = -\sqrt[3]{8} = -2,$$

tedy  $P = [-2, 0, -2]$ .

Ověříme splnění podmínky (H2), resp. (H3), proto počítejme parciální derivace funkce  $F$ :

$$F'_x(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_x = (z^3 - y^2)'_x + 2(x^2)'_x = 0 + 2 \cdot 2x = 4x;$$

$$F'_y(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_y = (z^3 + 2x^2)'_y - (y^2)'_y = -2y;$$

$$F'_z(x, y, z) = (z^3 + 2x^2 - y^2)'_z = (2x^2 - y^2)'_z + (z^3)'_z = 3z^2.$$

Jak je vidět, funkce  $F'_x$ ,  $F'_y$  a  $F'_z$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ , tj. podmínka (H2) je splněná; navíc platí

$$F'_z(P) = F'_z(-2, 0, -2) = 3z^2 \Big|_{z=-2} = 3 \cdot 4 \neq 0.$$

Tím je existence implicitní funkce  $z = f(x, y)$  v okolí daného bodu  $P$  zaručena.

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ .

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$f'_x(x, y) =$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$f'_x(x, y) = -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) =$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$f'_x(x, y) = -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) = -\frac{-8}{12} =$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$f'_x(x, y) = -\frac{4x}{3z^2}, \quad \text{tedy} \quad f'_x(-2, 0) = -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3};$$
$$f'_y(x, y) =$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy } f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy } f'_y(-2, 0) &= \end{aligned}$$

(5)



Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy } f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy } f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = \end{aligned}$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy} & & f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy} & & f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy} & & f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy} & & f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy} & & f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy} & & f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned}f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy } f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy } f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0.\end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau : 2x - 3z - 2 = 0.$$

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy } f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy } f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau : 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

**Poznámka:** Všimněte si, že rovina  $\tau$  je rovnoběžná se souřadnicovou osou  $y$ .

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy } f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy } f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau : 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

**Poznámka:** Všimněte si, že rovina  $\tau$  je rovnoběžná se souřadnicovou osou  $y$ .

Vektor  $\vec{n}_\tau = (2, 0, -3)$ , tj. normálový vektor roviny  $\tau$  (viz rovnice (4)),

(5)

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy} & & f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy} & & f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau : 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

**Poznámka:** Všimněte si, že rovina  $\tau$  je rovnoběžná se souřadnicovou osou  $y$ .

Vektor  $\vec{n}_\tau = (2, 0, -3)$ , tj. normálový vektor roviny  $\tau$  (viz rovnice (4)), je zároveň směrovým vektorem normály; můžeme tedy hned psát (viz také (3)):

(5)



Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy } f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy } f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau : 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

**Poznámka:** Všimněte si, že rovina  $\tau$  je rovnoběžná se souřadnicovou osou  $y$ .

Vektor  $\vec{n}_\tau = (2, 0, -3)$ , tj. normálový vektor roviny  $\tau$  (viz rovnice (4)), je zároveň směrovým vektorem normály; můžeme tedy hned psát (viz také (3)):

$$n : \begin{cases} x &= -2 + 2t, \\ y &= 0, \\ z &= -2 - 3t, \end{cases} \tag{5}$$

Nyní přistupme k hledání tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  k ploše  $z = f(x, y)$  v bodě  $P$ . Tyto rovnice získáme přímým dosazením do vzorců (2) a (3).

Vyjdeme z předpisů pro  $F'_x = 4x$ ,  $F'_y = -2y$  a  $F'_z = 3z^2$ , které jsme již určili (viz předchozí strana).

S použitím vzorců (1) máme:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &= -\frac{4x}{3z^2}, & \text{tedy } f'_x(-2, 0) &= -\frac{-8}{12} = \frac{2}{3}; \\ f'_y(x, y) &= -\frac{-2y}{3z^2}, & \text{tedy } f'_y(-2, 0) &= \frac{0}{12} = 0. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorců (2) a (3) máme:

$$\tau : z + 2 = \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 0 \cdot (y - 0)$$

a po úpravě

$$\tau : 2x - 3z - 2 = 0. \tag{4}$$

**Poznámka:** Všimněte si, že rovina  $\tau$  je rovnoběžná se souřadnicovou osou  $y$ .

Vektor  $\vec{n}_\tau = (2, 0, -3)$ , tj. normálový vektor roviny  $\tau$  (viz rovnice (4)), je zároveň směrovým vektorem normály; můžeme tedy hned psát (viz také (3)):

$$n : \begin{cases} x = -2 + 2t, \\ y = 0, \\ z = -2 - 3t, \end{cases} \quad t \in \mathbf{R}. \tag{5}$$

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky:

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: **(H1)**  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):  $f'_x = - \frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Big|_P =$



**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):  $f'_x = - \frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Big|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):

$$f'_x = - \frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Bigg|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$$
$$f'_y = - \frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Bigg|_P =$$

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):

$$f'_x = - \frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Bigg|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$$
$$f'_y = - \frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Bigg|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$$

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):  $f'_x = - \frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Bigg|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$

$f'_y = - \frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Bigg|_P = - \frac{1}{0 - 1} = 1,$

tedy  $\tau : z - 1 = 1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1)$ , což po úpravě dává

$$\tau : x + y - z = 0.$$

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):  $f'_x = -\frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Bigg|_P = -\frac{1}{0 - 1} = 1,$

$$f'_y = -\frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Bigg|_P = -\frac{1}{0 - 1} = 1,$$

tedy  $\tau : z - 1 = 1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1)$ , což po úpravě dává

$$\tau : x + y - z = 0. \tag{6}$$

Z předchozí rovnice (6) ihned určíme směrový vektor normály (viz poznámka na str. 4):

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):  $f'_x = -\frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Big|_P = -\frac{1}{0 - 1} = 1,$

$f'_y = -\frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Big|_P = -\frac{1}{0 - 1} = 1,$

tedy  $\tau : z - 1 = 1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1)$ , což po úpravě dává

$$\tau : x + y - z = 0. \tag{6}$$

Z předchozí rovnice (6) ihned určíme směrový vektor normály (viz poznámka na str. 4):

$$\vec{s}_n = (1, 1, -1),$$

**b)** (Už ve stručnosti.) Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv \frac{x}{z} - \ln \frac{z}{y} = 0$  a bod  $P = [0, 1, 1]$ .

Existenční podmínky: (H1)  $F(0, 1, 1) = 0 - \ln 1 = 0$  platí;

(H2)  $F'_x = \frac{1}{z}$ ,  $F'_y = \frac{1}{y}$ ,  $F'_z = -\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}$  jsou spojité v okolí bodu  $P$ ;

(H3)  $F'_z(P) = 0 - \frac{1}{1} \neq 0$  platí.

Parciální derivace (přímé dosazení do vzorce (1)):  $f'_x = -\frac{\frac{1}{z}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Big|_P = -\frac{1}{0 - 1} = 1$ ,

$$f'_y = -\frac{\frac{1}{y}}{-\frac{x}{z^2} - \frac{1}{z}} \Big|_P = -\frac{1}{0 - 1} = 1,$$

tedy  $\tau : z - 1 = 1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1)$ , což po úpravě dává

$$\tau : x + y - z = 0. \tag{6}$$

Z předchozí rovnice (6) ihned určíme směrový vektor normály (viz poznámka na str. 4):

$$\vec{s}_n = (1, 1, -1),$$

tedy normála

$$n : x = t, y = 1 + t, z = 1 - t, t \in \mathbf{R}.$$

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$  a bod  $P = [0, -1, 1]$ .



c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$  a bod  $P = [0, -1, 1]$ .

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$  a bod  $P = [0, -1, 1]$ .

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtete parciální derivace dané funkce  $F$ .

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$  a bod  $P = [0, -1, 1]$ .

• Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).

• Spočtete parciální derivace dané funkce  $F$ .

[ Vychází  $F'_x = 3yz$ ,  $F'_y = 3xz$  a  $F'_z = 3xy - 3z^2$ . ]

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$  a bod  $P = [0, -1, 1]$ .

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtete parciální derivace dané funkce  $F$ . [ Vychází  $F'_x = 3yz$ ,  $F'_y = 3xz$  a  $F'_z = 3xy - 3z^2$ . ]
- Užitím vzorce (1) určete  $f'_x(0, -1)$ , resp.  $f'_y(0, -1)$ .

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$  a bod  $P = [0, -1, 1]$ .

• Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).

• Spočtete parciální derivace dané funkce  $F$ .

[ Vychází  $F'_x = 3yz$ ,  $F'_y = 3xz$  a  $F'_z = 3xy - 3z^2$ . ]

• Užitím vzorce (1) určete  $f'_x(0, -1)$ , resp.  $f'_y(0, -1)$ .

[ Vychází  $f'_x(0, -1) = -1$ ,  $f'_y(0, -1) = 0$ . ]

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$  a bod  $P = [0, -1, 1]$ .

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtete parciální derivace dané funkce  $F$ . [ Vychází  $F'_x = 3yz$ ,  $F'_y = 3xz$  a  $F'_z = 3xy - 3z^2$ . ]
- Užitím vzorce (1) určete  $f'_x(0, -1)$ , resp.  $f'_y(0, -1)$ . [ Vychází  $f'_x(0, -1) = -1$ ,  $f'_y(0, -1) = 0$ . ]
- S použitím vzorců (2), (3) zapište obecnou rovnici tečné roviny  $\tau$ , resp. normály  $n$  plochy  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ .

c) (Nyní si pro poslední variantu zadání celý postup řešení samostatně procvičíte.)

Je dána rovnice  $F(x, y, z) \equiv 3xyz + 1 - z^3 = 0$  a bod  $P = [0, -1, 1]$ .

- Samostatně zdůvodněte splnění existenčních podmínek (H1) až (H3).
- Spočtete parciální derivace dané funkce  $F$ . [ Vychází  $F'_x = 3yz$ ,  $F'_y = 3xz$  a  $F'_z = 3xy - 3z^2$ . ]
- Užitím vzorce (1) určete  $f'_x(0, -1)$ , resp.  $f'_y(0, -1)$ . [ Vychází  $f'_x(0, -1) = -1$ ,  $f'_y(0, -1) = 0$ . ]
- S použitím vzorců (2), (3) zapište obecnou rovnici tečné roviny  $\tau$ , resp. normály  $n$  plochy  $z = f(x, y)$  v daném bodě  $P$ . [ Po úpravě máme  $\tau : x + z - 1 = 0$ ;  $n : x = t, y = -1, z = 1 + t, t \in \mathbf{R}$ . ]

## Doporučená literatura:

- [1] Dlouhý, O., Tryhuk, V.: *Diferenciální počet funkcí více reálných proměnných*, CERM, Brno 2004.

[zpět/konec](#)