

# Analytická geometrie

## 7.6 Aplikace vektorové algebry v analytické geometrii v prostoru $\mathbb{E}_3$

14. Určete rovnici roviny, která je dána body  $A, B$  a  $C$ .  $A = [-1; 2; 3]$ ,  $B = [2; -4; 5]$ ,  $C = [2; 2; -1]$ .  
[  $\rho : 4x + 3y + 3z - 11 = 0$  ]

15. Počátkem souřadné soustavy veďte rovinu kolmou k rovinám  $\alpha$  a  $\beta$ .  $\alpha : 2x - y - z = 0$ ,  $\beta : x + y - z - 7 = 0$ .  
[  $\rho : 2x + y + 3z = 0$  ]

16. Určete rovnici roviny, která je rovnoběžná s osou  $x$  a přímkou  $p$  a prochází bodem  $M$ .

$$p : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 - 3t \end{cases}, M = [1; -2; 3].$$

$$[ \rho : 3y + z + 3 = 0 ]$$

17. Určete vzdálenost bodu  $P$  od roviny  $\rho$ .  $P = [3; 9; 1]$ ,  $\rho : x - 2y + 2z - 3 = 0$ .

$$[ d = \frac{16}{3} ]$$

18. Určete vzdálenost bodu  $P$  od přímky  $p$ .  $P = [1; -2; 5]$ ,  $p : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$ .

$$[ d = 2\sqrt{\frac{11}{6}} ]$$

19. Určete průsečík přímky  $p$  s rovinou  $\rho$ .  $p : \begin{cases} x - 2y + 3z - 7 = 0 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases}$ ,  $\rho : 2x + 2y - z - 1 = 0$ .

$$[ R = [2; -1; 1] ]$$

20. Určete průsečíky roviny  $\rho$  se souřadnými osami.  $\rho : 2x - y + 3z - 6 = 0$ .

$$[ P = [3; 0; 0], Q = [0; -6; 0], R = [0; 0; 2] ]$$

21. Sestrojte kolmý průmět bodu  $A$  do roviny  $\rho$  a délku tohoto kolmého průmětu.  $A = [4; -3; 1]$ ,  $\rho : x + 2y - z - 3 = 0$ .

$$[ R = [5; -1; 0], d = \sqrt{6} ]$$

22. Sestrojte kolmý průmět bodu  $M$  na přímku  $p$ .  $M = [3; 2; 6]$ ,  $p : \begin{cases} x = t \\ y = -7 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ .

$$[ R = [3; -1; 0], d = \sqrt{45} ]$$

23. Na přímce  $p$  najděte bod  $X$  stejně vzdálený od bodů  $A$  a  $B$ .  $p : \begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ 3x - y + 4z - 29 = 0 \end{cases}$ ,  
 $A = [3; 11; 4]$ ,  $B = [-5; -13; -2]$ .

$$[ X = [2; -3; 5] ]$$

24. Určete úhel dvou rovin  $\alpha$  a  $\beta$ .  $\alpha : 3x - y + 2z + 15 = 0$ ,  $\beta : 5x + 9y - 3z - 1 = 0$ .

$$[ \varphi = \frac{\pi}{2} ]$$

25. Určete odchylku přímky  $p$  od roviny  $\rho$ .  $p : \begin{cases} 3x - y - 1 = 0 \\ 3x + 2z - 2 = 0 \end{cases}$ ,  $\rho : 2x + y + z - 4 = 0$ .

$$[ \varphi = \arcsin \frac{1}{\sqrt{6}} ]$$

26. Určete vzájemnou polohu dvou přímek  $p$ ,  $q$ .

$$(a) \ p : \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - 3y + 2z - 14 = 0 \end{cases}, \ q : \begin{cases} x + 5y - 6z + 34 = 0 \\ -6x + 2y + z + 9 = 0 \end{cases}$$

$$(b) \ p : \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, \ q : \begin{cases} x - y - z - 4 = 0 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$(c) \ p : \begin{cases} x = t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, \ q : \begin{cases} x + y - z - 9 = 0 \\ 3x - y - z - 12 = 0 \end{cases}$$

[ (a) – různoběžné, (b) – mimoběžné, (c) – rovnoběžné ]

27. Jsou dány body  $A$  a  $B$ . Ověřte, že přímky  $p$  a  $q$  jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost.

$$A = [-2; 1; 2], \ B = [3; 3; 0], \ p \equiv AB, \ q : \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 - 2t \end{cases}.$$

$$[ d = 2\sqrt{17} ]$$

28. Určete obecnou rovnici roviny procházející body  $A = [-1; 2; 4]$ ,  $B = [2; -1; -3]$ ,  $C = [5; 4; 8]$ .

$$[ \rho : x - 27y + 12z + 7 = 0 ]$$

29. Napište obecnou rovnici roviny, která je dána rovnoběžkami  $a$ ,  $b$ .

$$a : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}, \ b : \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}.$$

$$[ \rho : x + y - z - 1 = 0 ]$$

30. Napište obecnou rovnici roviny  $\rho$ , procházející bodem  $N$ , kolmé k přímkce  $p$  a vypočítejte vzdálenost

$$\text{bodu } N \text{ od přímky } p. \ N = [3; 1; -2], \ p : \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

$$[ \rho : 5x + 2y + z - 15 = 0, \ d = \sqrt{24} ]$$

31. Najděte kolmý průmět bodu  $A$  na rovinu  $\rho$ .  $A = [1; -2; 1]$ ,  $\rho : 3x + 2y - 4z - 5 = 0$ .

$$[ A_1 = \left[ \frac{59}{29}; -\frac{38}{29}; -\frac{11}{29} \right] ]$$

32. Určete rovnici roviny  $\rho$ , která prochází body  $A$ ,  $B$  a je kolmá k rovině  $\alpha$ .  $A = [1; 2; 3]$ ,  $B = [-1; 3; 2]$ ,  $\alpha : 2x - y - z - 10 = 0$ .

$$[ \rho : 2x + 4y - 10 = 0 ]$$

33. Napište obecnou rovnici roviny  $\rho$ , procházející bodem  $N$  a kolmé k přímce  $p$ . na přímce  $q$  najděte

bod ve vzdálenosti  $d = \sqrt{14}$  od roviny  $\rho$ .  $N = [4; -1; 2]$ ,  $p : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ ,  $q : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ .

$$[ \rho : 2x + 3y + z - 7 = 0, Q_1 = [8; -14; 13], Q_2 = [-6; 16; -15] ]$$

34. Jsou dány body  $A$ ,  $B$  a rovina  $\alpha$ . Sestrojte rovinu procházející body  $A$ ,  $B$  a kolmou na rovinu  $\alpha$ .  $A = [1; -4; 2]$ ,  $B = [-2; 3; -3]$ ,  $\alpha : 2x - 3y + 5z = 0$ .

$$[ \rho : 4x + y - z + 2 = 0 ]$$

35. Určete průsečík tří rovin  $\rho_1 : 2x - y + 3z + 13 = 0$ ,  $\rho_2 : 2x - 2y + z = 0$ ,  $\rho_3 : 7x - 3y + 4z + 7 = 0$ .

$$[ R = [2; -1; -6] ]$$

36. Určete vzdálenost bodu od roviny.

(a)  $A = [3; 1; -1]$ ,  $\rho : 22x + 4y - 2z - 45 = 0$

(b)  $A = [4; 3; -2]$ ,  $\rho : 3x - y + 5z + 1 = 0$

$$[ (a) - d = \frac{27}{\sqrt{504}} = 1,203, (b) - d = 0 ]$$

37. Jsou dány roviny  $\rho \equiv (A; x)$ ,  $\sigma \equiv (A; y)$ ,  $A = [-5; 16; 12]$ , určete úhel těchto dvou rovin.

$$[ \varphi = 70^\circ 4' ]$$

38. Najděte rovnici roviny, která prochází bodem  $A = [2; 1; -2]$  a která je rovnoběžná s vektory  $\vec{a} = (3; 2; 4)$ ,  $\vec{b} = (3; 5; 2)$ .

$$[ \rho : 16x - 6y - 9z - 44 = 0 ]$$

39. Určete výšku čtyřstěnu z vrcholu  $V$  na stěnu  $ABC$ .  $V = [0; 6; 4]$ ,  $A = [3; 5; 3]$ ,  $B = [-2; 11; -5]$ ,  $C = [1; -1; 4]$ .

$$[ v = 3j ]$$

40. Bodem  $A$  veďte přímku  $p$  rovnoběžnou s přímkou  $q$ .  $A = [2; -5; 3]$ ,  $q : \begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ 5x + 4y - z - 7 = 0 \end{cases}$ .

$$[ p : \begin{cases} x = 2 - 11t \\ y = -5 + 17t \\ z = 3 + 13t \end{cases} ]$$

41. Najděte průsečík přímky  $p$  s rovinou  $\rho$ .  $p : \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 2x - 3y - 3z - 9 = 0 \end{cases}$ ,  $\rho : 9x + 5y + z + 3 = 0$ .

[  $R = [0; 0; 3]$  ]

42. Určete kolmý průmět  $p_1$  přímky  $p$ , která je určena body  $A$  a  $B$ , do roviny  $\rho$ .  $A = [-1; 3; 7]$ ,  
 $B = [2; -4; 5]$ ,  $\rho : 2x + 3y - z + 6 = 0$ .

[  $p_1 : \begin{cases} 2x + 3y - z + 6 = 0 \\ 13x - y + 23z - 145 = 0 \end{cases}$  ]