

GA04 Matematika II

Cvičení č. 6

Příklad 1. Určete definiční obor funkce.

a) $f(x, y) = \ln \frac{x}{y},$

$$[D(f) = \{[x, y] \in \mathbb{E}_2; (x > 0 \wedge y > 0) \vee (x < 0 \wedge y < 0)\}]$$

b) $f(x, y) = \sqrt{6x + 4y - x^2 - y^2 - 12},$

$$[D(f) = \{[x, y] \in \mathbb{E}_2; (x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 1\}]$$

c) $f(x, y) = \frac{\sqrt{4x - y^2}}{\ln(1 - x^2 - y^2)}.$

$$[D(f) = \{[x, y] \in \mathbb{E}_2; (y^2 \leq 4x) \wedge (x^2 + y^2 < 1) \wedge ([x, y] \neq [0, 0])\}]$$

Příklad 2. Určete parciální derivace prvního řádu funkce.

a) $z = x^2 + 2xy + 3y^2,$

$$[z'_x = 2x + 2y, z'_y = 2x + 6y]$$

b) $z = x^y,$

$$[z'_x = yx^{y-1}, z'_y = x^y \ln x]$$

c) $z = \frac{3xy}{x - y},$

$$[z'_x = -\frac{3y^2}{(x - y)^2}, z'_y = \frac{3x^2}{(x - y)^2}]$$

d) $z = ye^{\sqrt{x^2 + y^2}}.$

$$[z'_x = \frac{xye^{\sqrt{x^2 + y^2}}}{\sqrt{x^2 + y^2}}, z'_y = e^{\sqrt{x^2 + y^2}} \left(1 + \frac{y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)]$$

Příklad 3. Určete parciální derivace 3. řádu funkce $z = x^2 \sin^2 y.$

$$[z'''_{xxx} = 0, z'''_{xxy} = z'''_{xyx} = z'''_{yxx} = 2 \sin 2y, \\ z'''_{xyy} = z'''_{yyx} = z'''_{yxy} = 4x \cos 2x, z'''_{yyy} = -4x^2 \sin 2y]$$