



GA04 Matematika II

Cvičení č. 10

Příklad 1. Určete tečnou rovinu a normálu v bodě $T = [2, -1, ?]$ plochy $f : z = x^2 + 2y^2$.

$$[\tau : 4x - 4y - z - 6 = 0; n : x = 2 + 4t, y = -1 - 4t, z = 6 - t, t \in \mathbb{R}]$$

Příklad 2. Určete tečnou rovinu a normálu v bodě $A = [2, -6, ?]$ plochy $z = f(x, y)$ zadané implicitní rovnicí $F : x^2 + y^2 + z^2 - 49 = 0$.

$$[\tau_1 : 2x - 6y - 3z - 49 = 0; n_1 : x = 2 + 2t, y = -6 - 6t, z = -3 - 3t, t \in \mathbb{R};$$

$$[\tau_2 : 2x - 6y + 3z - 49 = 0; n_2 : x = 2 + 2s, y = -6 - 6s, z = 3 + 3s, s \in \mathbb{R}]$$

Příklad 3. Určete tečnou rovinu a normálu plochy $z = f(x, y)$ určené implicitní rovnicí $F : 3x^2 + 2y^2 + z^2 - 21 = 0$, která je rovnoběžná s rovinou $\rho : 6x + 4y + z = 0$.

$$[\tau_1 : 6x + 4y + z - 21 = 0; n_1 : x = 2 + 6t, y = 2 + 4t, z = 1 + t, t \in \mathbb{R};$$

$$[\tau_2 : 6x + 4y + 3z + 21 = 0; n_2 : x = -2 + 6s, y = -2 + 4s, z = -1 + s, s \in \mathbb{R}]$$

Příklad 4. Určete tečnou rovinu a normálu plochy $z = f(x, y)$ určené implicitní rovnicí $F : (x-1)^2 + y^2 + z^2 - 2 = 0$, která je kolmá k rovinám $\alpha : 2x - 2y - z - 3 = 0$ a $\beta : x - y - z = 0$.

$$[\tau_1 : x + y - 3 = 0; n_1 : x = 2 + t, y = 1 + t, z = 0, t \in \mathbb{R};$$

$$[\tau_2 : x + y + 1 = 0; n_2 : x = s, y = -1 + s, z = 0, s \in \mathbb{R}]$$

Příklad 5. Určete tečnu a normálovou rovinu prostorové křivky γ , která je dána jako průsečnice ploch

$$\gamma : \begin{cases} F : -x^2 - y^2 + z = 0 \\ G : -x + y = 0 \end{cases} \quad \text{v bodě } P(x_0 = 2).$$

$$[t : x = 2 - s, y = 2 - s, z = 8 - 8s, s \in \mathbb{R}; \nu : x + y + 8z - 68 = 0]$$

Příklad 6. Určete tečny ke křivce $\gamma : x = \frac{1}{4}t^4, y = \frac{1}{3}t^3, z = \frac{1}{2}t^2$ a rovnoběžné s rovinou $\rho : x + 3y + 2z - 10 = 0$.

$$[T_2 = \left[\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right]; t_2 : x = \frac{1}{4} - r, y = -\frac{1}{3} + r, z = \frac{1}{2} - r, r \in \mathbb{R};$$

$$T_3 = \left[4, -\frac{8}{3}, 2 \right], t_3 : x = 4 - 8s, y = -\frac{8}{3} + 4s, z = 2 - 2s, s \in \mathbb{R}]$$