



FACULTY OF CIVIL institute
ENGINEERING of mathematics
and descriptive geometry

Kolmá axonometrie

Úvod

Mgr. et Mgr. JAN ŠAFAŘÍK, Ph.D.

Fakulta stavební VUT v Brně

- Autorský kolektiv Ústavu matematiky a deskriptivní geometrie FaSt VUT v Brně: *Deskriptivní geometrie, verze 4.0 pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Soubor CD-ROMů Deskriptivní geometrie, Fakulta stavební VUT v Brně, 2012. ISBN 978-80-7204-626-3.



- Autorský kolektiv Ústavu matematiky a deskriptivní geometrie FaSt VUT v Brně: *Sbírka řešených příkladů z konstruktivní geometrie*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2021.

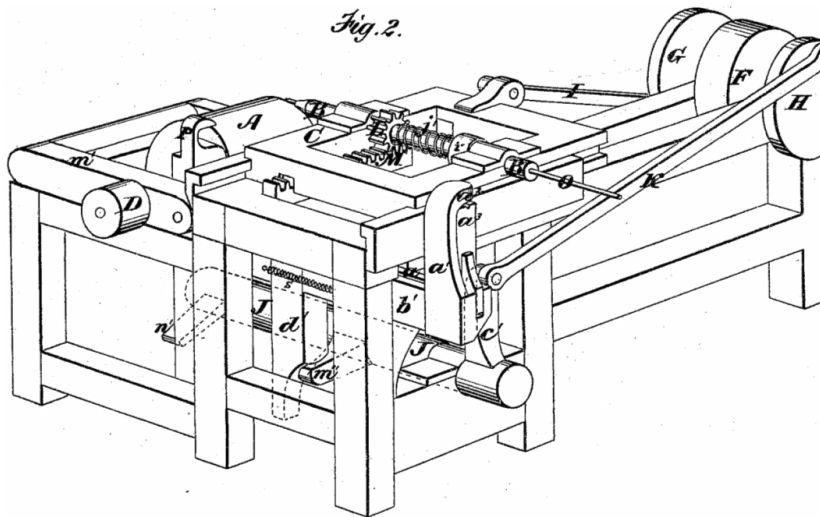
<https://www.geogebra.org/m/ejhn4jay>



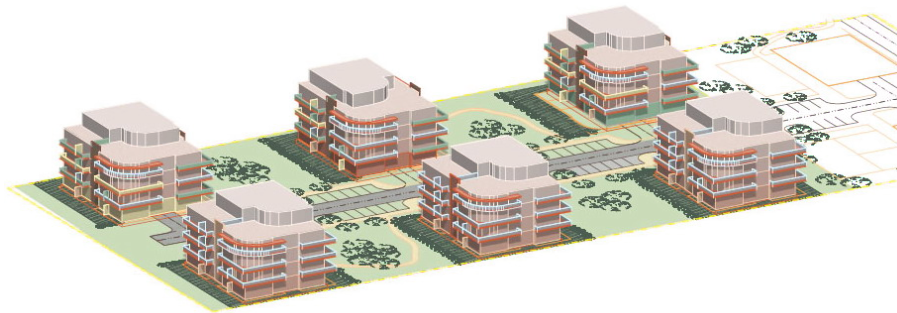
- Provazníková, Marie: *Pravoúhlá axonometrie - úvod*, Mendelova univerzita,
http://user.mendelu.cz/provazni/prednasky/axonometrie_uvod.pdf



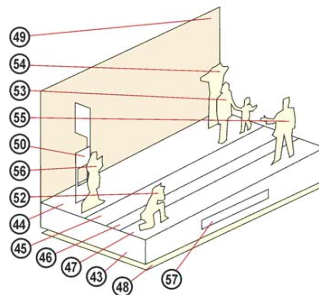
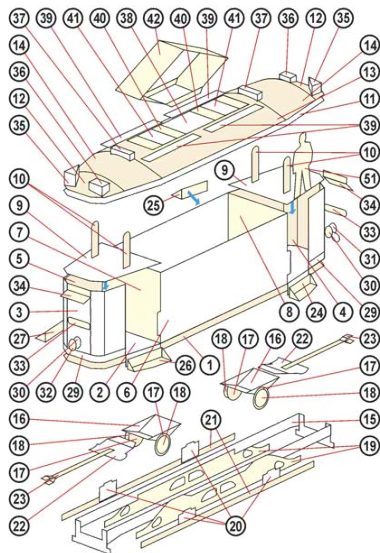
Ilustrace Tosa Micuokiho ze 17. století, mající znaky axonometrické projekce.



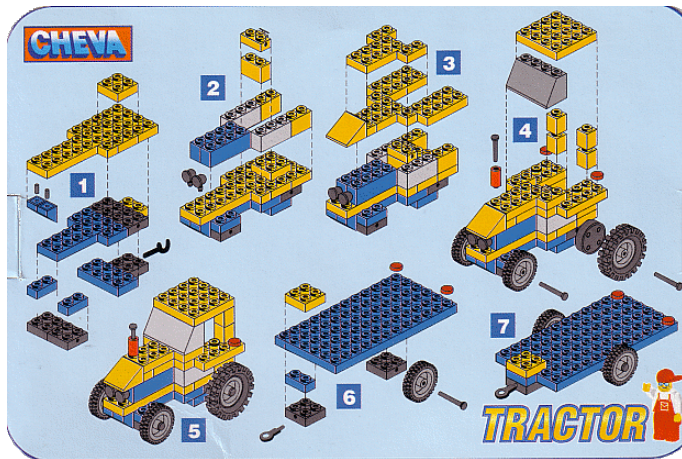
Ukázka axonometrie – dimetrie na výkresu petentu (US Patent – 1874).



Zastavovací studie.



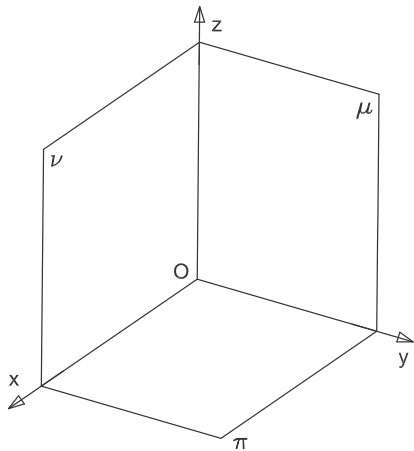
Popisy a návody na montáž.



Popisy a návody na montáž.



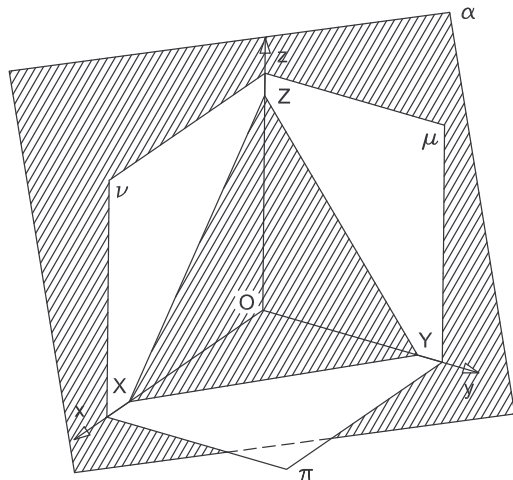
Prostředí počítačových her.



$\pi \dots$ pŕodorysna

$\nu \dots$ nŕarysna

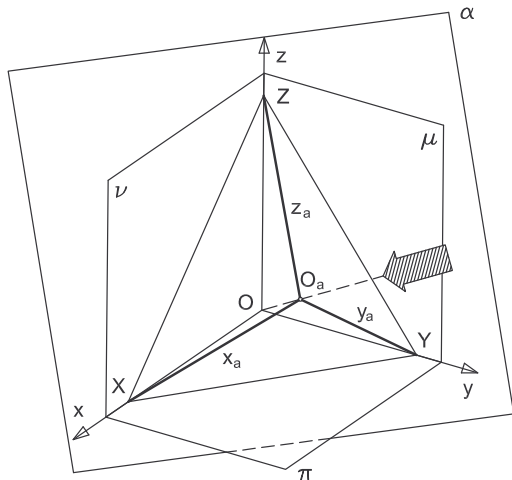
$\mu \dots$ bokorysna



$\alpha \dots$ axonometrická
průmětna

α protíná všechny tři osy
 x, y, z v bodech X, Y, Z

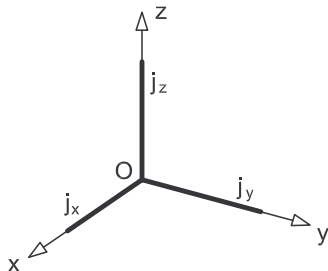
$\triangle XYZ \dots$ axonometrický
trojúhelník



objekty v prostoru
promítáme kolmo do roviny
 α

do roviny α promítáme
i půdorysy, nárysy a
bokorysy

do roviny α promítneme i
osy x, y, z



Průmětem os x, y, z vzniká
axonometrický osový kříž

$$\langle O, x, y, z \rangle.$$

Průmětem jednotkové úsečky
 j na osách x, y, z jsou
axonometrické jednotky

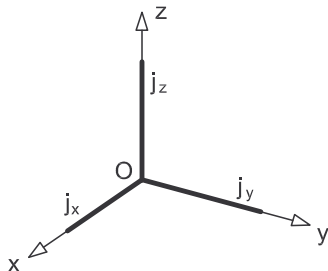
$$j_x, j_y, j_z.$$

Průmětem os x, y, z vzniká
axonometrický osový kříž

$$\langle O, x, y, z \rangle.$$

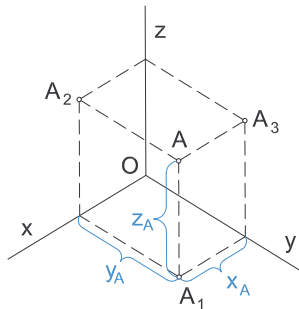
Průmětem jednotkové úsečky
 j na osách x, y, z jsou
axonometrické jednotky

$$j_x, j_y, j_z.$$



Věta (Pohlkeova věta)

Každé tři úsečky v rovině, které mají společný jeden krajní bod, a které neleží v jedné přímce, jsou rovnoběžným průmětem tří vzájemně kolmých a stejně dlouhých úseček, které mají společný jeden krajní bod.



souřadnicový kvádr bodu A :

$A \dots$ axonometrický průmět

$A_1 \dots$ axonometrický půdorys

$A_2 \dots$ axonometrický nárys

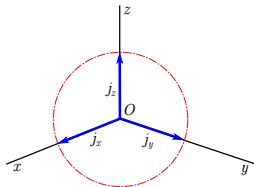
$A_3 \dots$ axonometrický bokorys

- $A[a_1, a_2, a_3] \Rightarrow x_A = a_1 \cdot j_x, y_A = a_2 \cdot j_y, z_A = a_3 \cdot j_z,$
- x_A, y_A, z_A jsou tzv. **redukované souřadnice** bodu A .
- Pro určení bodu stačí 2 průměty, zpravidla A, A_1 .
- Spojnice bodů A, A_1 je tzv. **ordinála**.

1. Podle velikosti jednotek j_x, j_y, j_z :

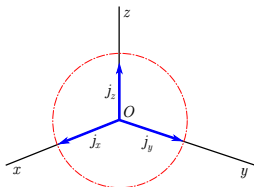
izometrie

$$j_x = j_y = j_z$$



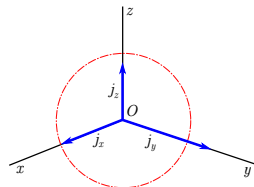
dimetrie

$$j_x = j_y \vee j_x = j_z \vee j_y = j_z$$



trimetrie

$$j_x \neq j_y \neq j_z$$



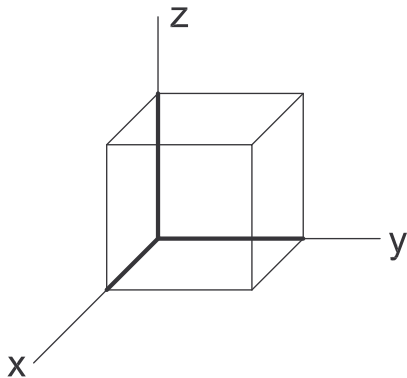
2. Podle směru promítání

- $s \perp \alpha$ pravoúhlá axonometrie
- $s \not\perp \alpha$ šikmá (kosoúhlá) axonometrie

Volné rovnoběžné promítání

$$j_x : j_y : j_z = 1 : 2 : 2$$

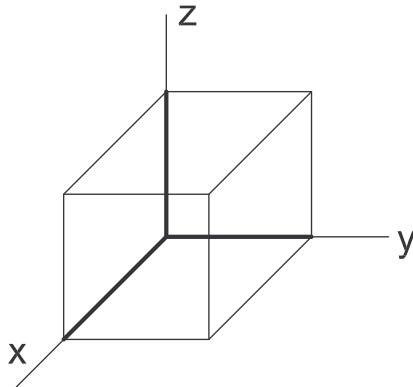
$$\angle(x, z) = 135^\circ, \angle(y, z) = 90^\circ$$



Kavalírní promítání

$$j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$$

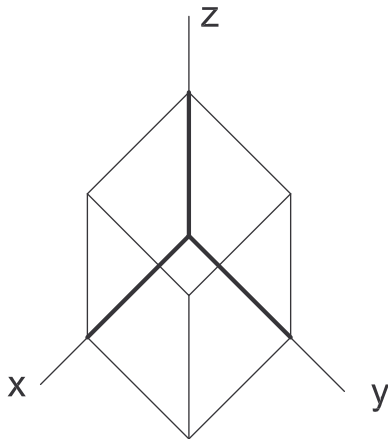
$$\angle(x, z) = 135^\circ, \angle(y, z) = 90^\circ$$



Vojenská perspektiva

$$j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$$

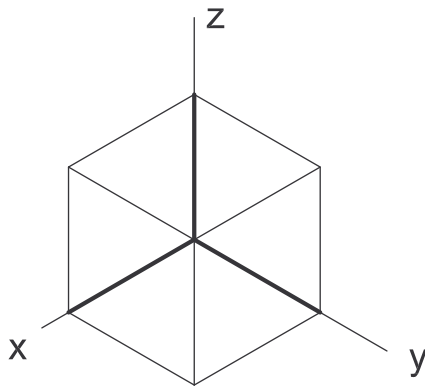
$$\angle(x, z) = 135^\circ, \angle(y, z) = 135^\circ$$



Technická izometrie

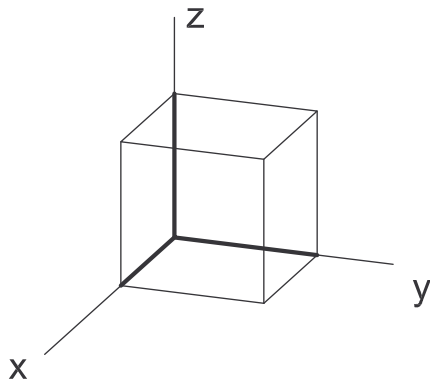
$$j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$$

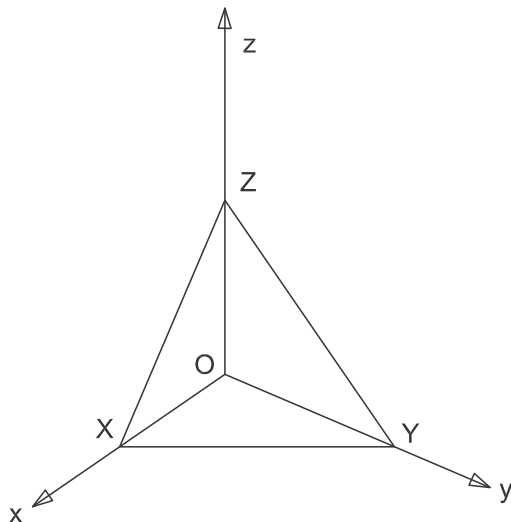
$$\angle(x, z) = 120^\circ, \angle(y, z) = 120^\circ$$



Technická dimetrie (inženýrská perspektiva)

$$j_x : j_y : j_z = 1 : 2 : 2$$
$$\angle(x, z) = 132^\circ, \angle(y, z) = 97^\circ$$



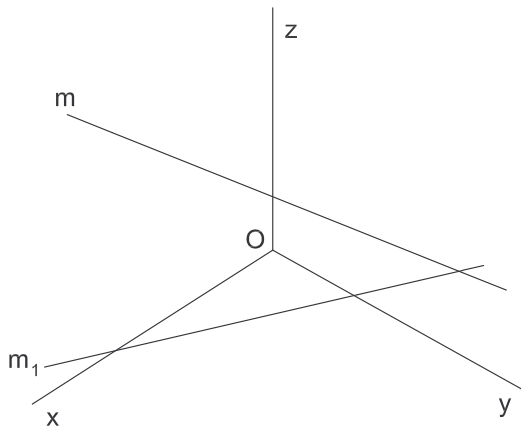


$$s \perp \alpha$$

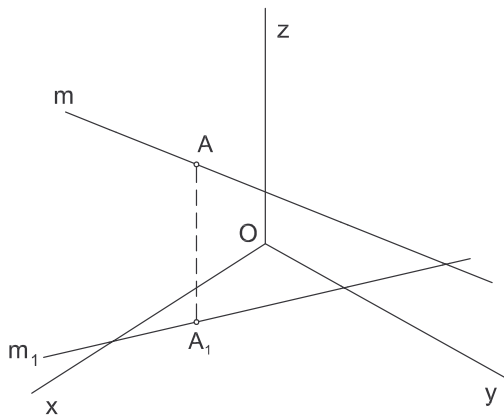
obecně trimetrie:

$$j_x \neq j_y \neq j_z$$

osy x, y, z se promítají do
výšek trojúhelníka $\triangle XYZ$



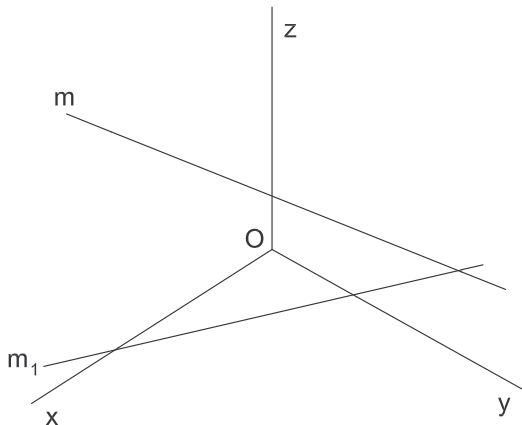
K určení přímky stačí její dva libovolné průměty, zpravidla používáme axonometrický průmět a půdorys.



Bod ležící na přímce se zobrazí do bodu na přímce v každém průmětu.

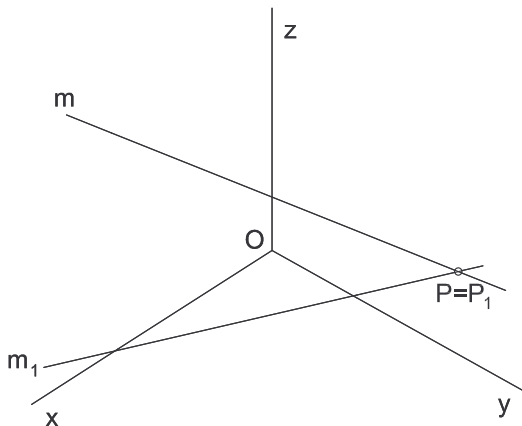
Příklad (1)

Sestrojte stopníky přímky m , která je dána axonometrickým průmětem m a axonometrickým půdorysem m_1 .



Příklad (1)

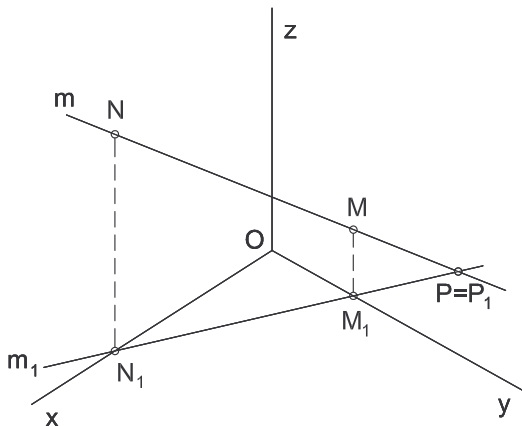
Sestrojte stopníky přímky m , která je dána axonometrickým průmětem m a axonometrickým půdorysem m_1 .



$P \dots$ půdorysný stopník

Příklad (1)

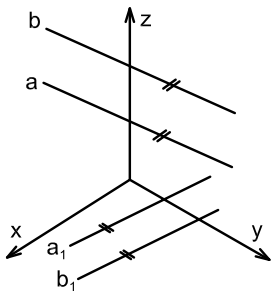
Sestrojte stopníky přímky m , která je dána axonometrickým průmětem m a axonometrickým půdorysem m_1 .



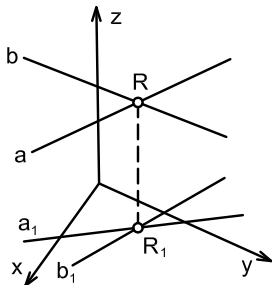
$P \dots$ půdorysný stopník

$M \dots$ bokorysný stopník

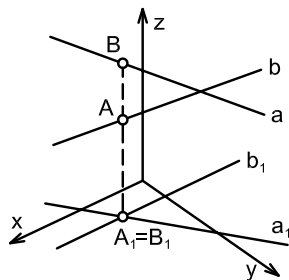
$N \dots$ nárysný stopník



rovnoběžky



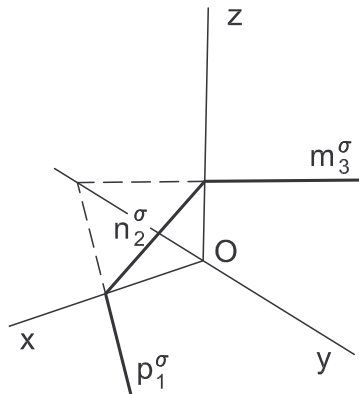
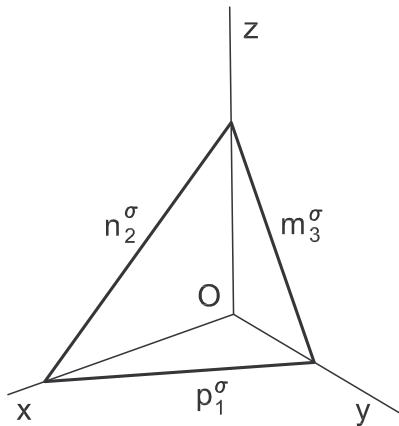
různoběžky



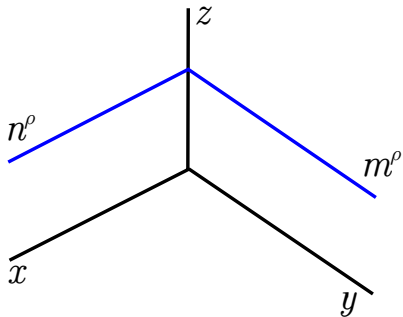
mimoběžky

Rovina se zadává

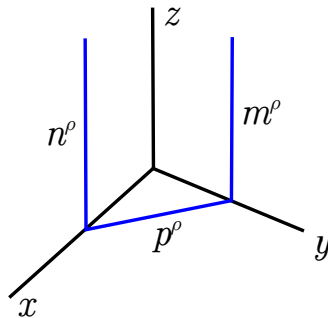
- sdruženými průměty určujících prvků (2 různoběžky, 2 rovnoběžky, bod + přímka, 3 body)
- pomocí stop:



Zvláštní polohy roviny:



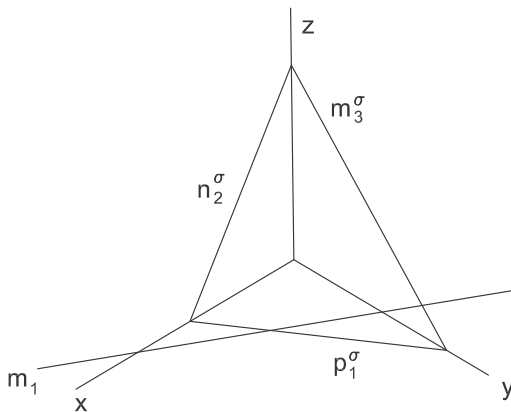
rovina rovnoběžná s π



rovina kolmá k π

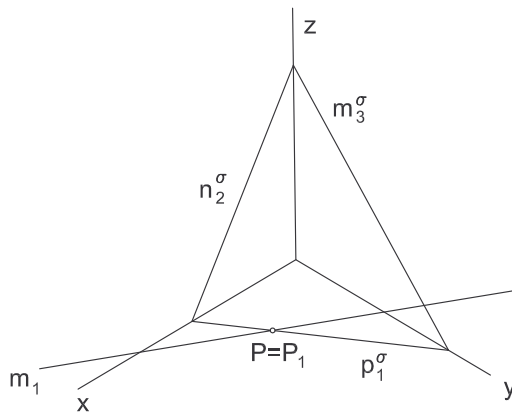
Příklad (2)

Je dána rovina σ svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky m , $m \in \sigma$, je-li dáno m_1 .



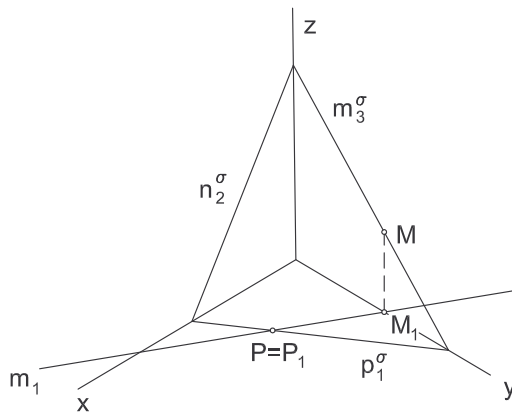
Příklad (2)

Je dána rovina σ svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky m , $m \in \sigma$, je-li dáno m_1 .



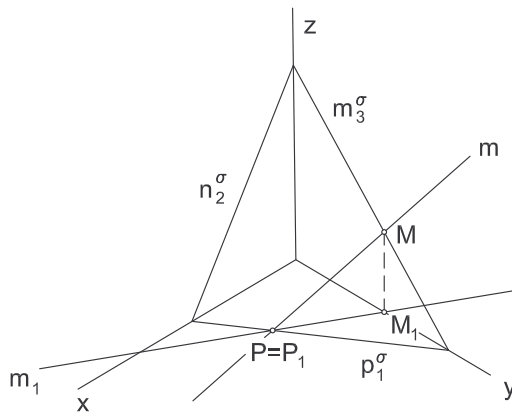
Příklad (2)

Je dána rovina σ svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky m , $m \in \sigma$, je-li dáno m_1 .



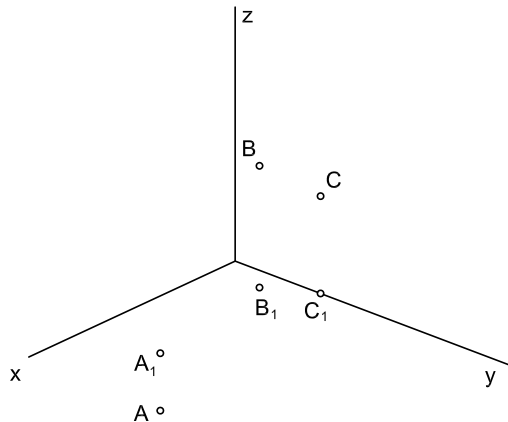
Příklad (2)

Je dána rovina σ svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky m , $m \in \sigma$, je-li dáno m_1 .



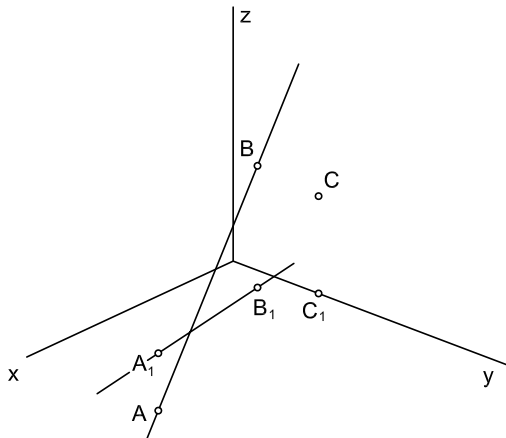
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny σ .



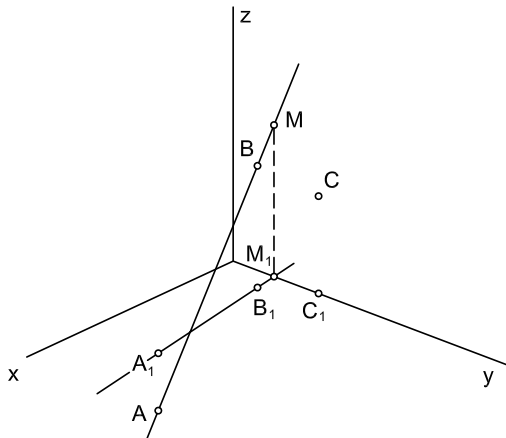
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny σ .



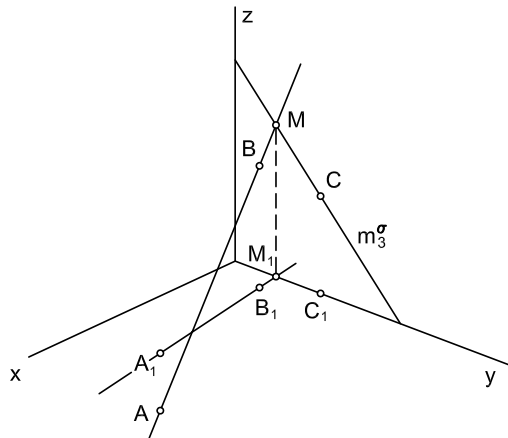
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny σ .



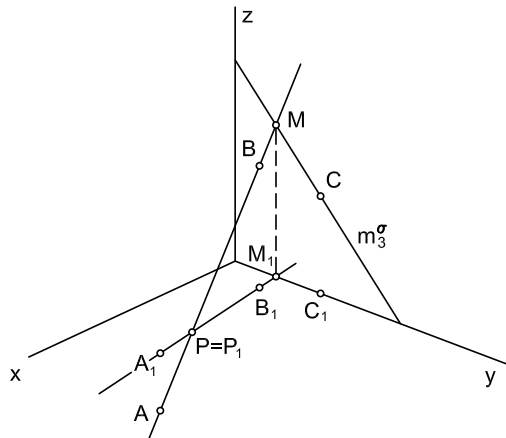
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny σ .



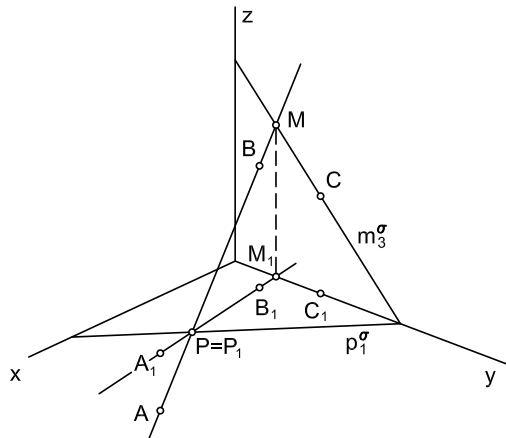
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny σ .



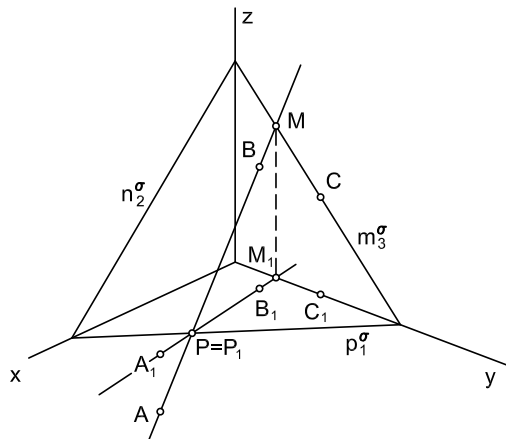
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny σ .



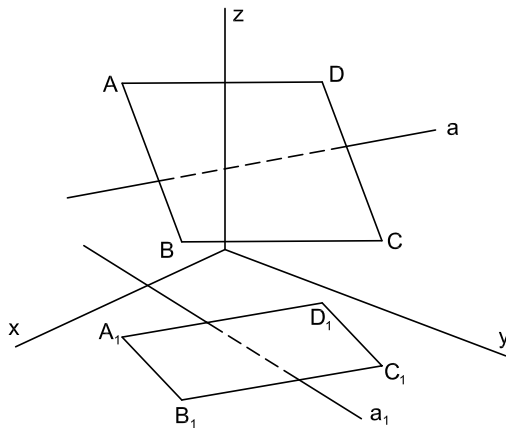
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C . Sestrojte stopy roviny σ .



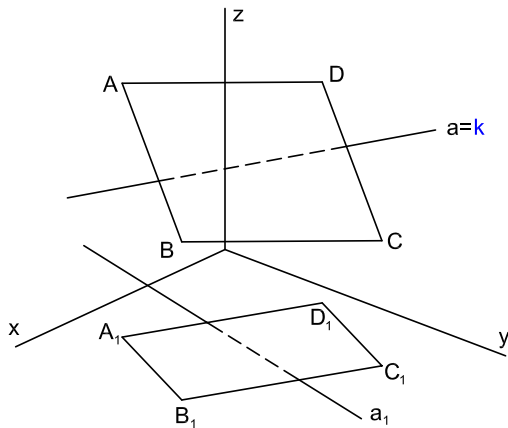
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a .



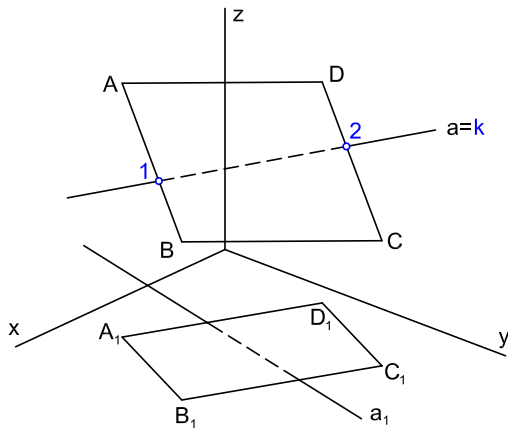
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a .



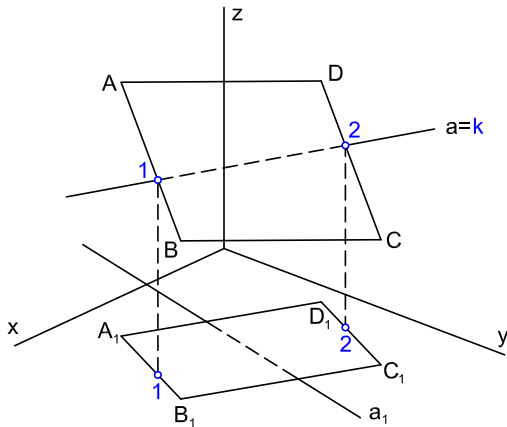
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a .



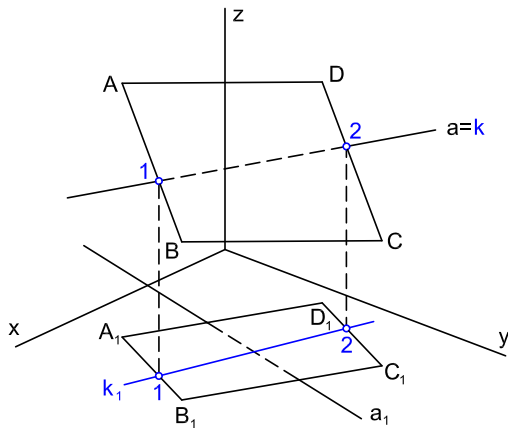
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a .



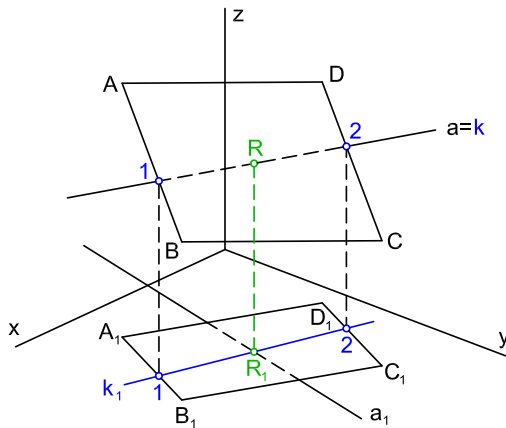
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a .



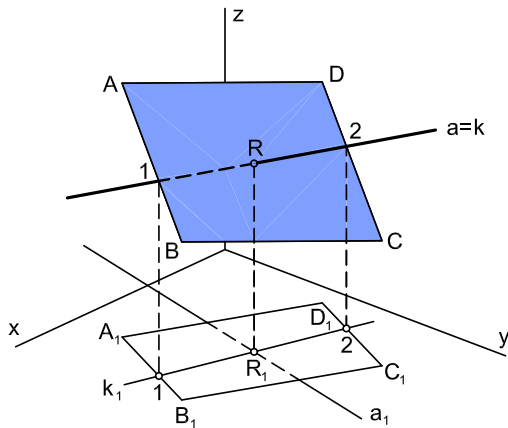
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a .



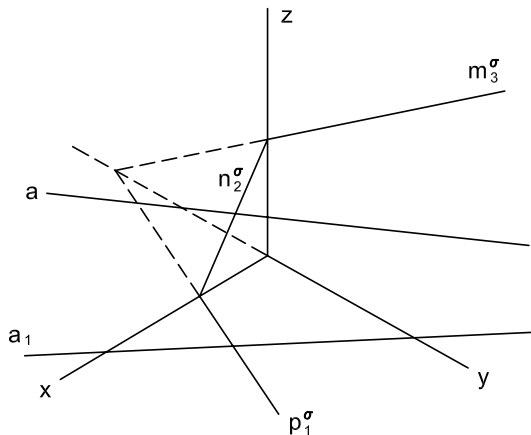
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a .



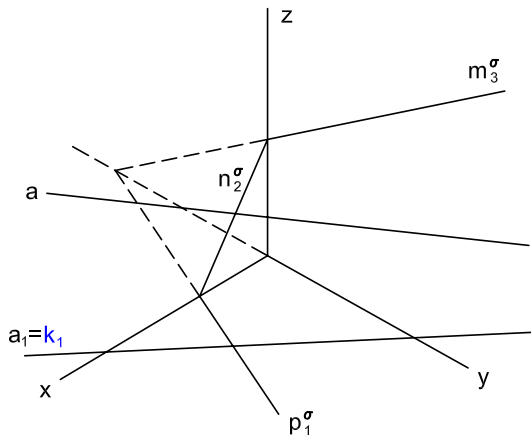
Příklad (5)

Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



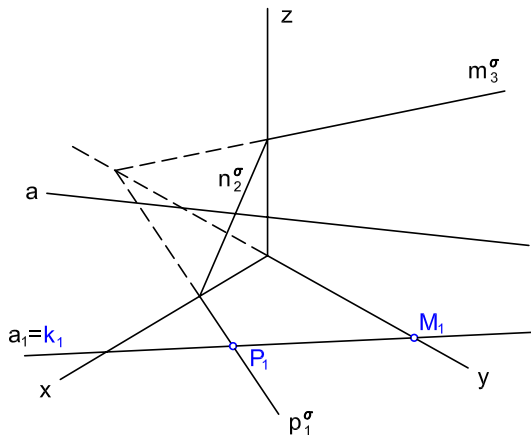
Příklad (5)

Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



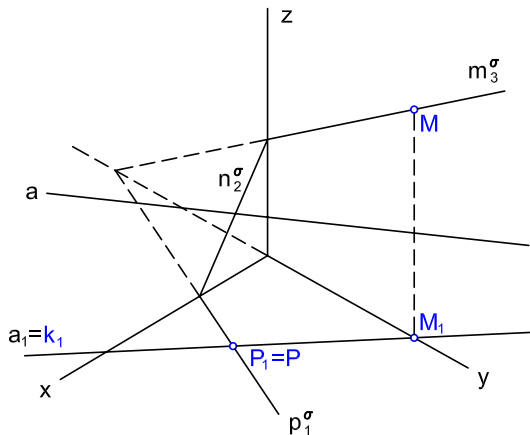
Příklad (5)

Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



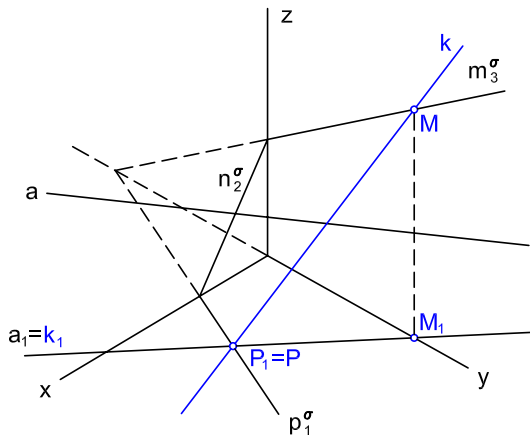
Příklad (5)

Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



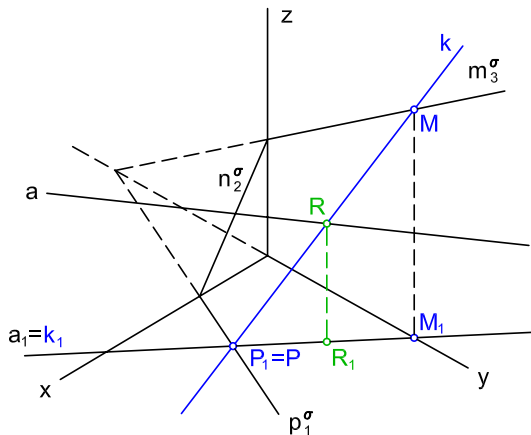
Příklad (5)

Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .

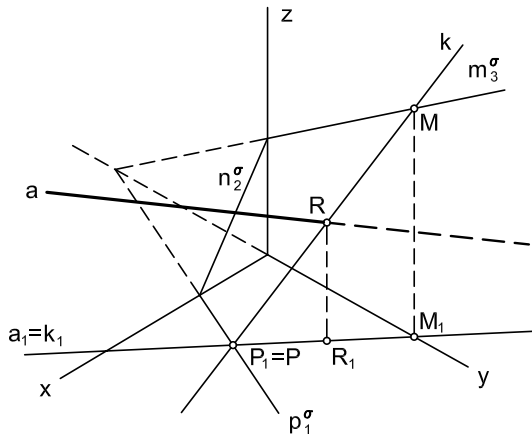


Příklad (5)

Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .

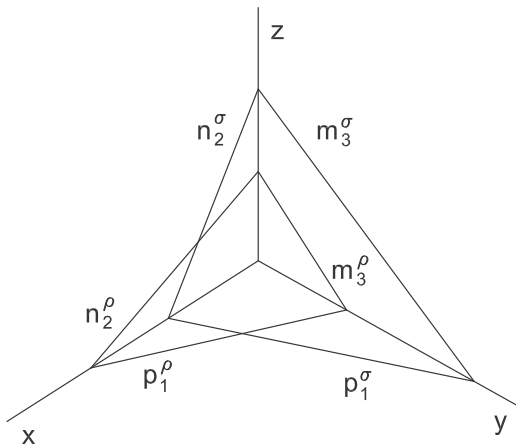


Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a .



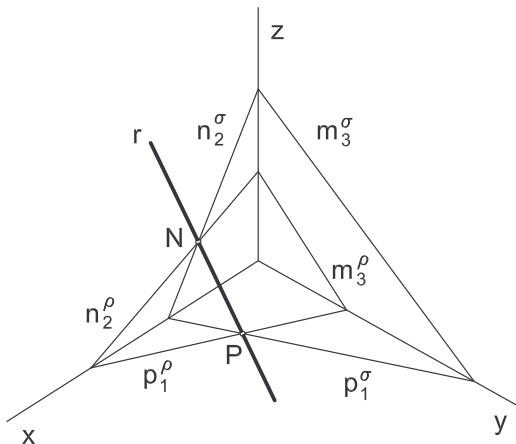
Příklad (6)

Sestrojte průsečnici rovin σ a ϱ , které jsou dány svými stopami.



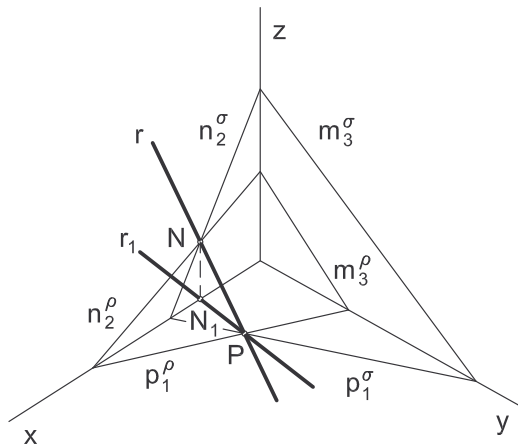
Příklad (6)

Sestrojte průsečnici rovin σ a ϱ , které jsou dány svými stopami.



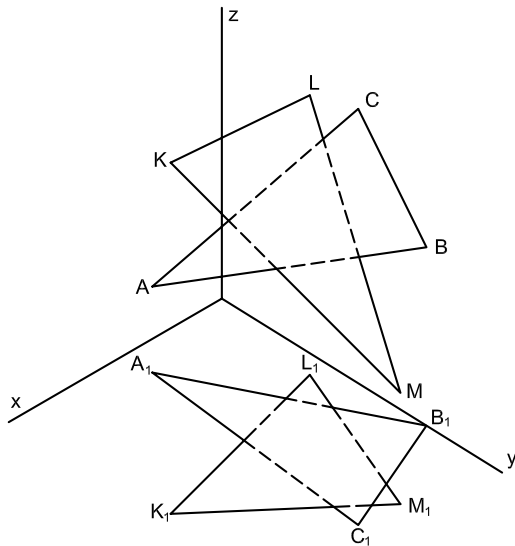
Příklad (6)

Sestrojte průsečnici rovin σ a ϱ , které jsou dány svými stopami.



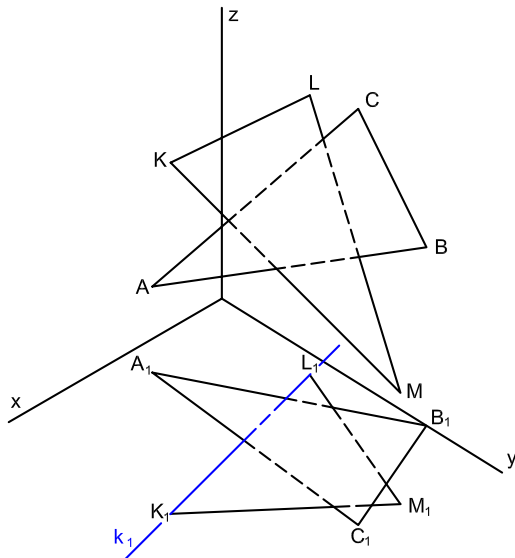
Příklad (7)

Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



Příklad (7)

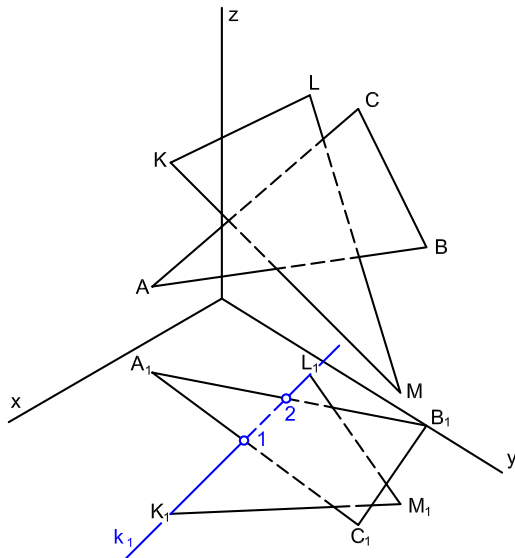
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

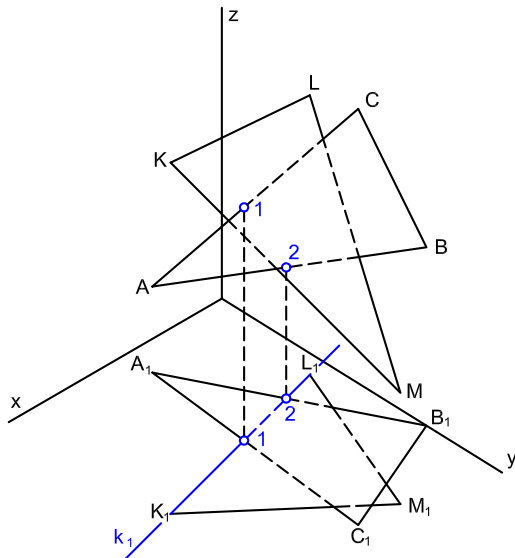
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

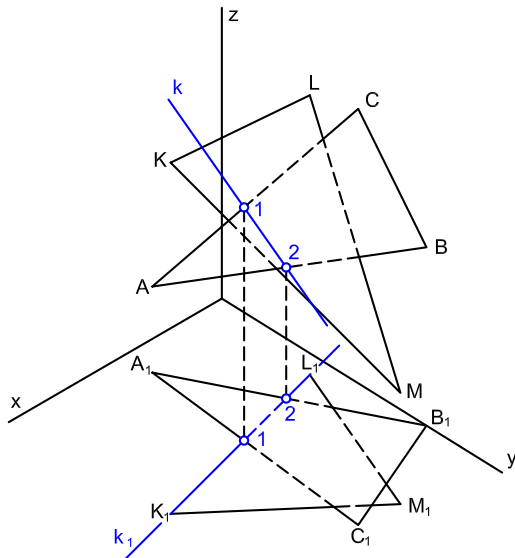
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

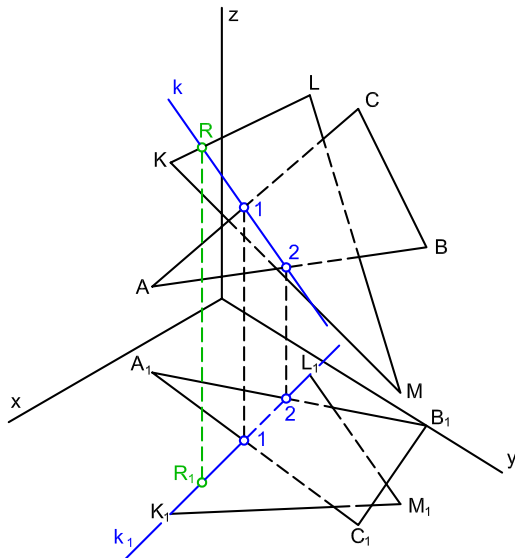
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

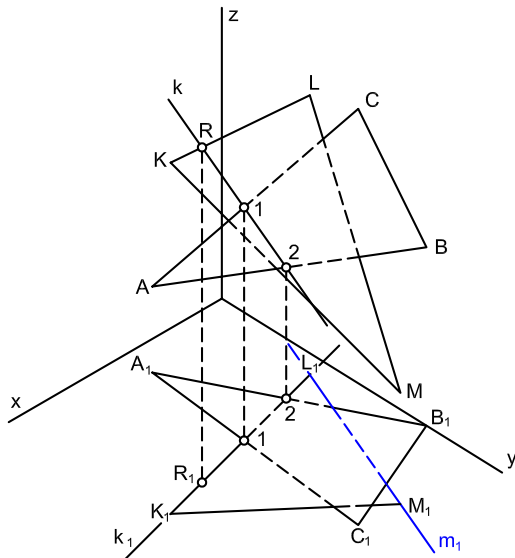
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

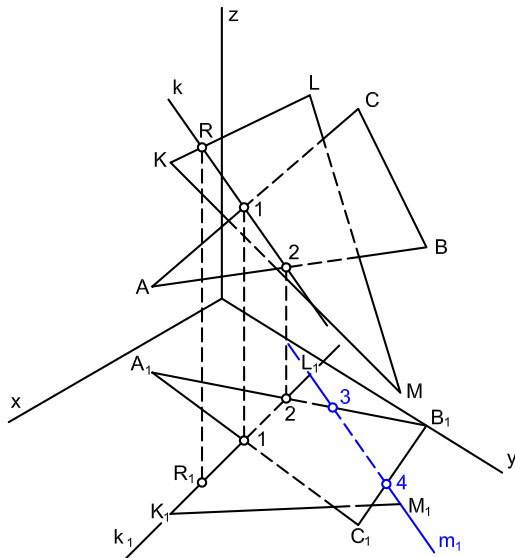
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$
pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

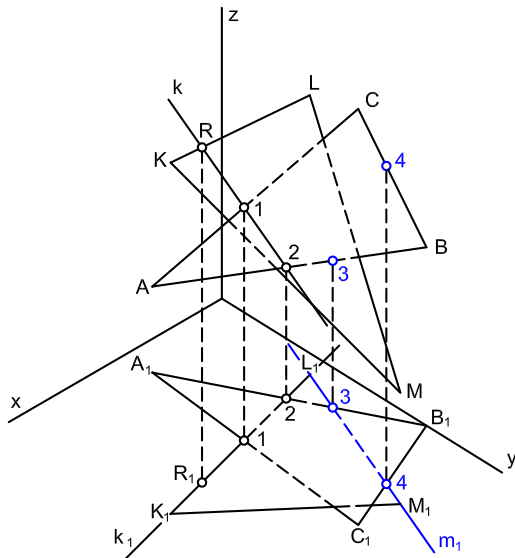
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$
pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

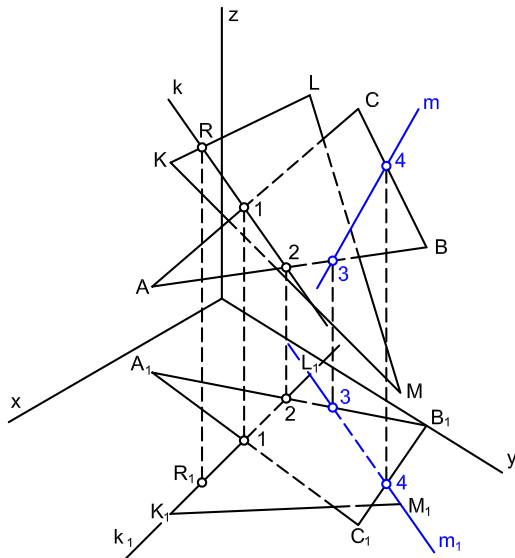
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$
pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

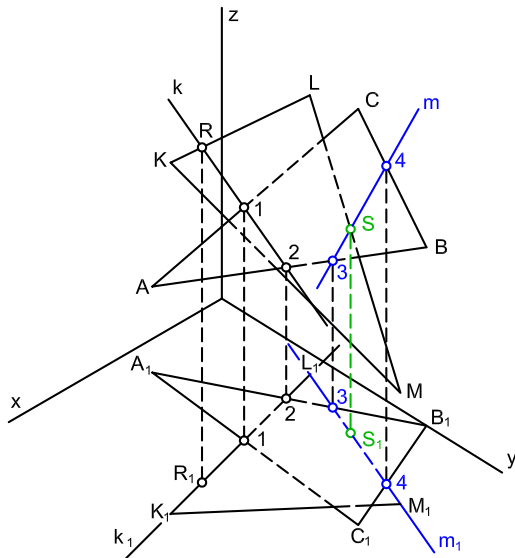
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$
pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

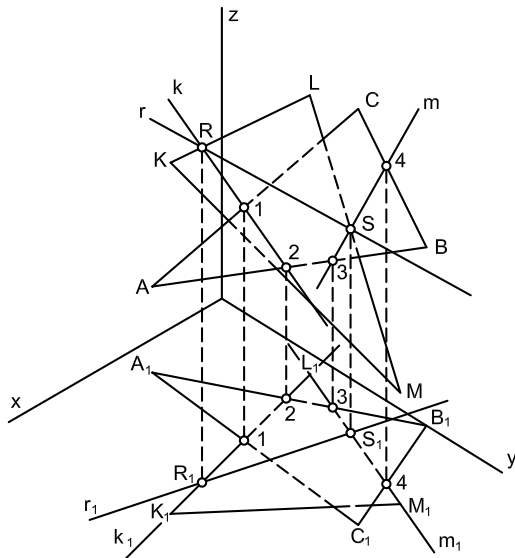
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$
pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

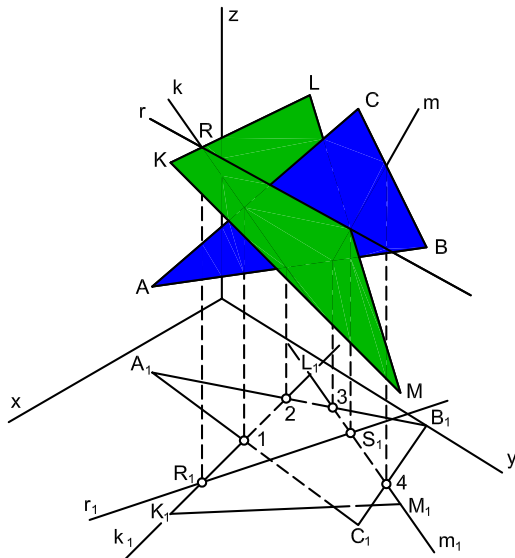
Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$
pomocí krycí přímky m
3. $r = RS$

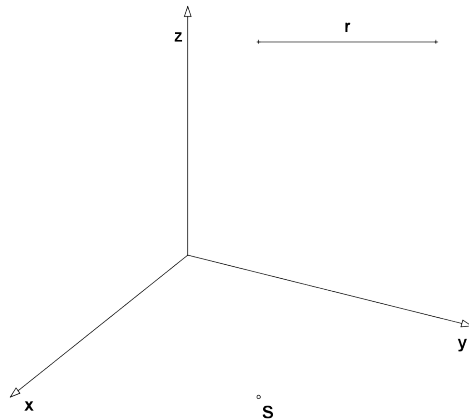
Příklad (7)

Sestrojte průsek trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$
pomocí krycí přímky m
3. $r = RS$

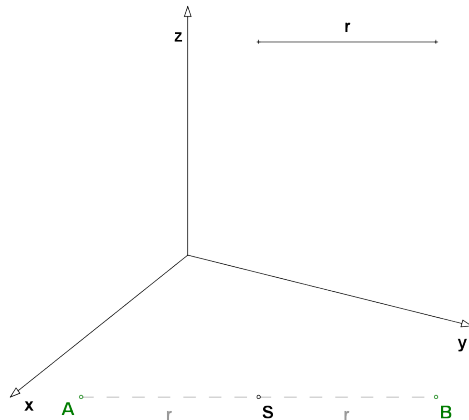
Kružnice $(S; r)$ se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.



Kružnice $(S; r)$ se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.

Postup řešení:

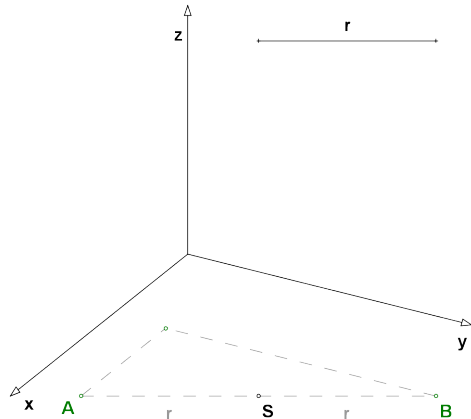
1. Průměr kružnice se zobrazí ve skutečné velikosti na kolmici k ose z vedené středem S .



Kružnice $(S; r)$ se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.

Postup řešení:

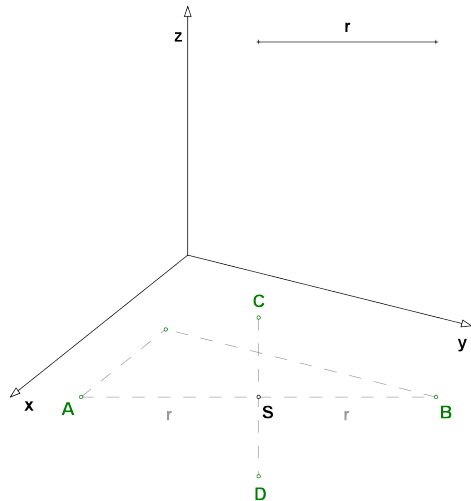
1. Průměr kružnice se zobrazí ve skutečné velikosti na kolmici k ose z vedené středem S .
2. Koncové body tohoto průměru jsou hlavní vrcholy zobrazované elipsy.



Kružnice ($S; r$) se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.

Postup řešení:

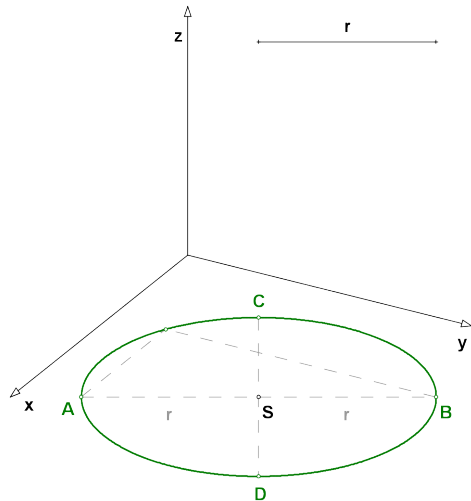
1. Průměr kružnice se zobrazí ve skutečné velikosti na kolmici k ose z vedené středem S .
2. Koncové body tohoto průměru jsou hlavní vrcholy zobrazované elipsy.
3. Průsečík rovnoběžek s osami x a y těmito hlavními vrcholy je dalším bodem elipsy.



Kružnice ($S; r$) se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.

Postup řešení:

1. Průměr kružnice se zobrazí ve skutečné velikosti na kolmici k ose z vedené středem S .
2. Koncové body tohoto průměru jsou hlavní vrcholy zobrazované elipsy.
3. Průsečík rovnoběžek s osami x a y těmito hlavními vrcholy je dalším bodem elipsy.
4. Vedlejší vrcholy elipsy získáme např. proužkovou konstrukcí.



Děkuji za pozornost!

