Kolmá axonometrie
Úvod

Mgr. et Mgr. JAN ŠAFAŘÍK, Ph.D.

Fakulta stavební VUT v Brně

Základní literatura

- Autorský kolektiv Ústavu matematiky a deskriptivní geometrie FaSt VUT v Brně: *Deskriptivní geometrie, verze 4.0 pro I. ročník Stavební fakulty Vysokého učení technického v Brně*, Soubor CD-ROMů Deskriptivní geometrie, Fakulta stavební VUT v Brně, 2012. ISBN 978-80-7204-626-3.

Základní literatura

- Autorský kolektiv Ústavu matematiky a deskriptivní geometrie FaSt VUT v Brně: *Sbírka řešených příkladů z konstruktivní geometrie*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2021.

https://www.geogebra.org/m/ejhn4jay

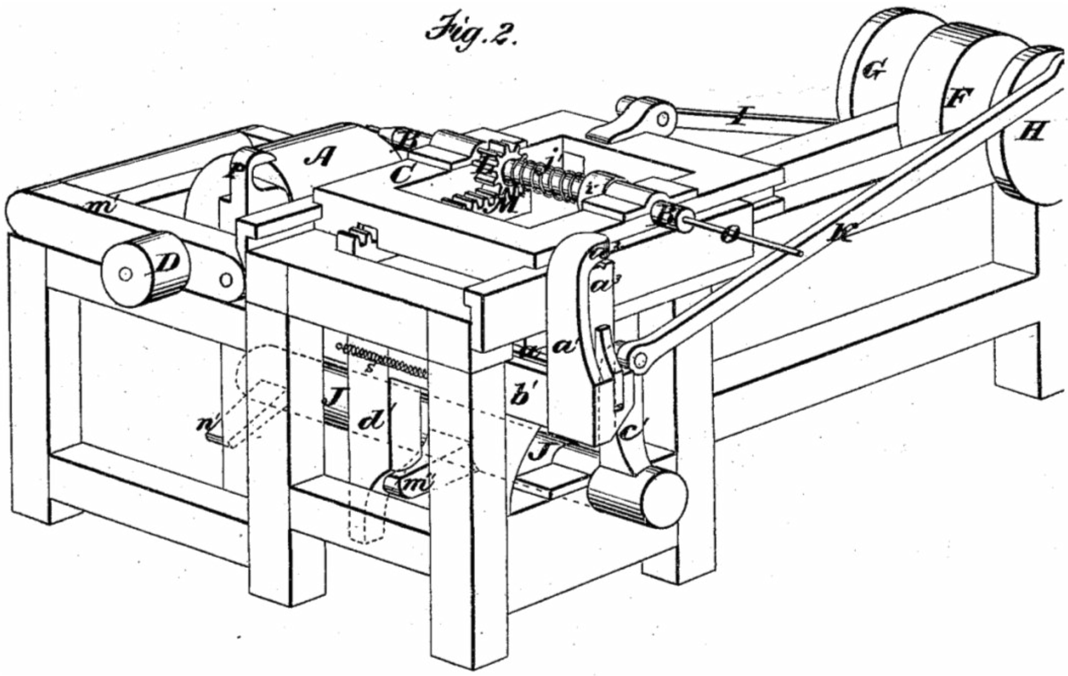
GeoGebra

- Provazníková, Marie: *Pravoúhlá axonometrie - úvod*, Mendelova univerzita, http://user.mendelu.cz/provazni/prednasky/axonometrie_uvod.pdf

Ukázky použití axonometrie

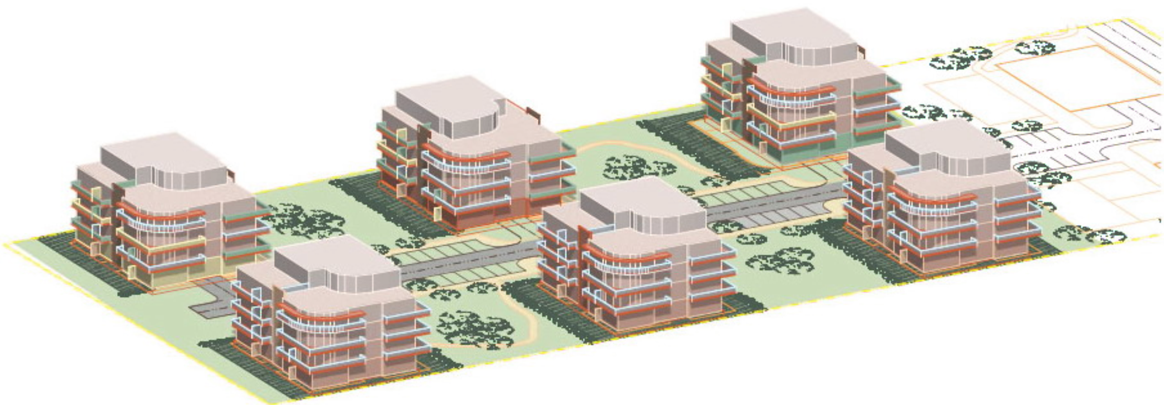
Ilustrace Tosa Micuokiho ze 17. století, mající znaky axonometrické projekce.

Ukázky použití axonometrie



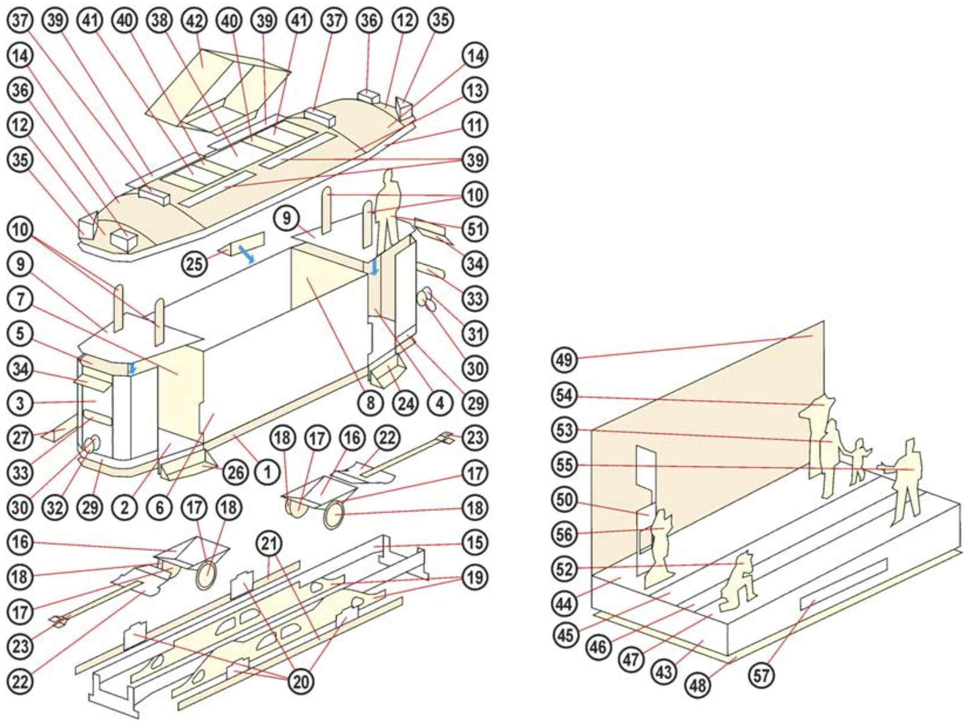
Ukázka axonometrie – dimetrie na výkresu petentu (US Patent – 1874).

Ukázky použití axonometrie



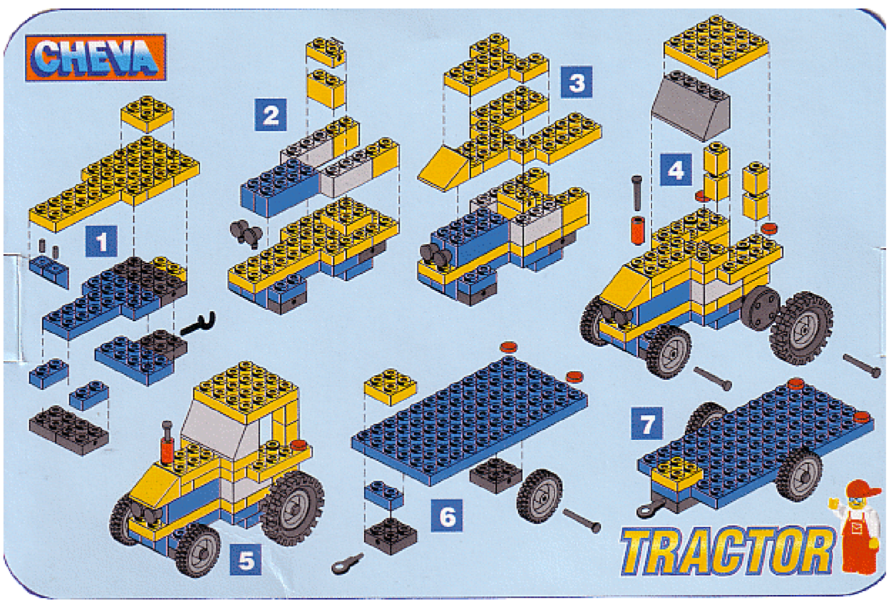
Zastavovací studie.

Ukázky použití axonometrie



Popisy a návody na montáž.

Ukázky použití axonometrie

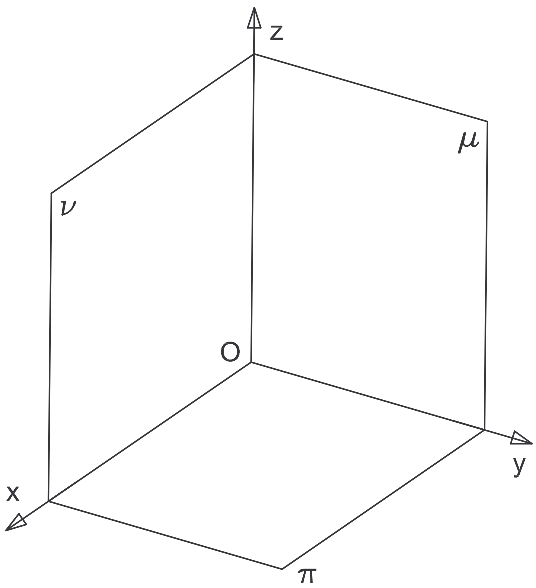


Popisy a návody na montáž.

Ukázky použití axonometrie

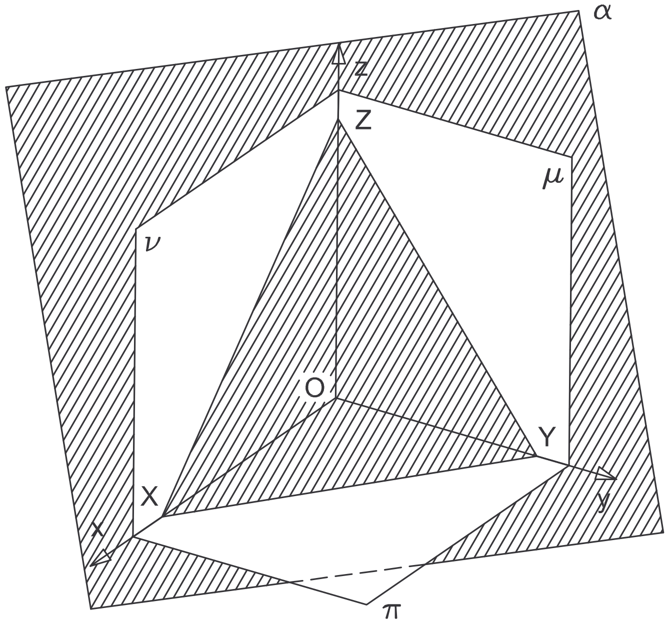
Prostředí počítačových her.

Princip axonometrie



π . . . půdorysna
ν . . . nárysna
μ . . . bokorysna

Princip axonometrie

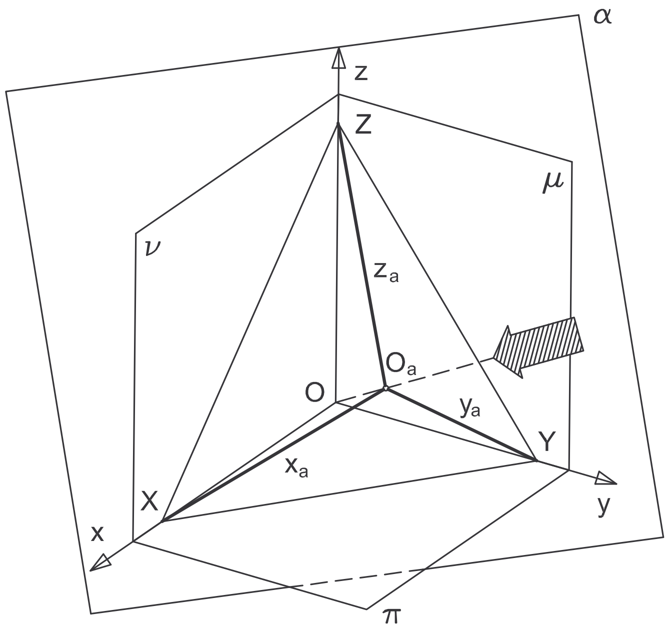


$\alpha \ldots$ axonometrická průmětna

α protíná všechny tři osy x, y, z v bodech X, Y, Z

$\Delta XYZ \ldots$ axonometrický trojúhelník

Princip axonometrie

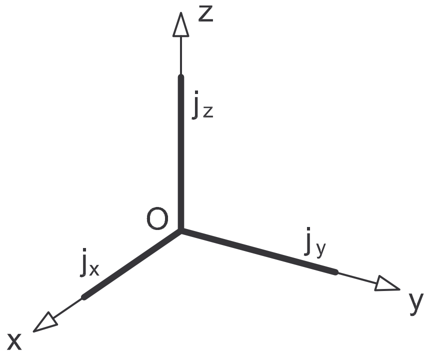


objekty v prostoru promítáme kolmo do roviny α

do roviny α promítáme i půdorysy, nárysy a bokorysy

do roviny α promítneme i osy x, y, z

Princip axonometrie



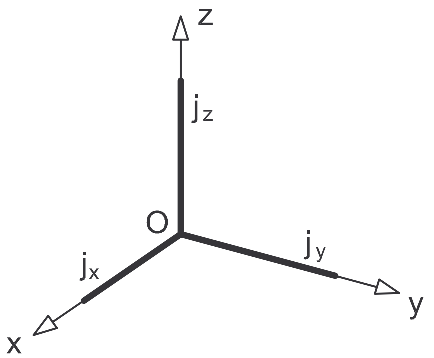
Průmětem os x, y, z vzniká axonometrický osový kříž

$$\langle O, x, y, z \rangle.$$

Průmětem jednotkové úsečky j na osách x, y, z jsou axonometrické jednotky

$$j_x, j_y, j_z.$$

Princip axonometrie



Průmětem os x, y, z vzniká axonometrický osový kříž

$$\langle O, x, y, z \rangle.$$

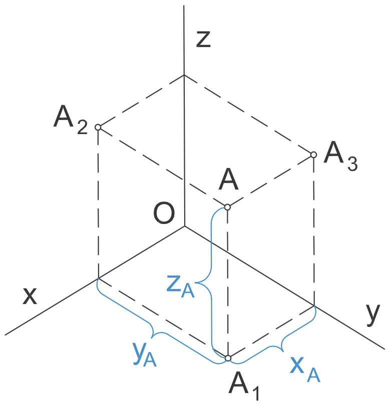
Průmětem jednotkové úsečky j na osách x, y, z jsou axonometrické jednotky

$$j_x, j_y, j_z.$$

Věta (Pohlkeova věta)

Každé tři úsečky v rovině, které mají společný jeden krajní bod, a které neleží v jedné přímce, jsou rovnoběžným průmětem tří vzájemně kolmých a stejně dlouhých úseček, které mají společný jeden krajní bod.

Průmět bodu



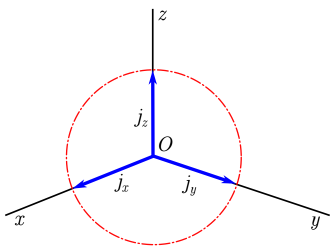
souřadnicový kvádr bodu A:
$A\ldots$ axonometrický průmět
$A_1\ldots$ axonometrický půdorys
$A_2\ldots$ axonometrický nárys
$A_3\ldots$ axonometrický bokorys

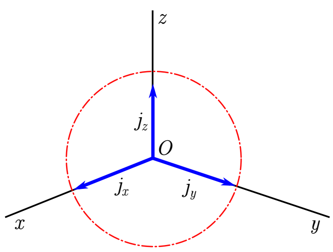
- $A[a_1, a_2, a_3] \Rightarrow x_A = a_1 \cdot j_x,\ y_A = a_2 \cdot j_y,\ z_A = a_3 \cdot j_z$,
- x_A, y_A, z_A jsou tzv. redukované souřadnice bodu A.
- Pro určení bodu stačí 2 průměty, zpravidla A, A_1.
- Spojnice bodů A, A_1 je tzv. ordinála.

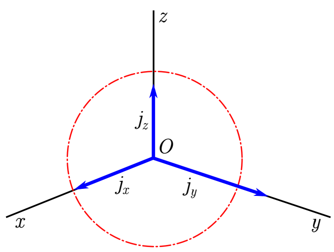
Typy axonometrií

1. Podle velikosti jednotek j_x, j_y, j_z:

izometrie	dimetrie	trimetrie
$j_x = j_y = j_z$	$j_x = j_y \vee j_x = j_z \vee j_y = j_z$	$j_x \neq j_y \neq j_z$







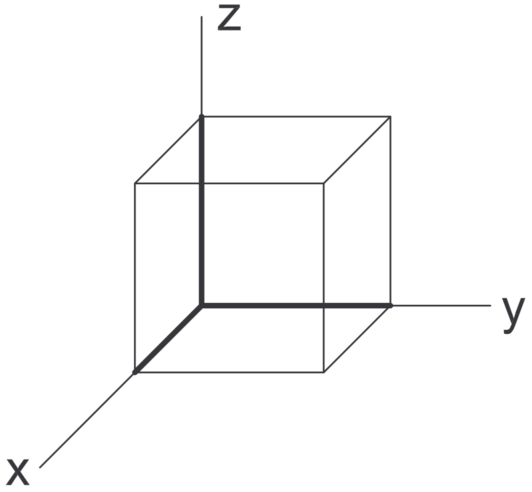
2. Podle směru promítání
   - $s \perp \alpha$ pravoúhlá axonometrie
   - $s \not\perp \alpha$ šikmá (kosoúhlá) axonometrie

Speciální axonometrie

Volné rovnoběžné promítání

$j_x : j_y : j_z = 1 : 2 : 2$

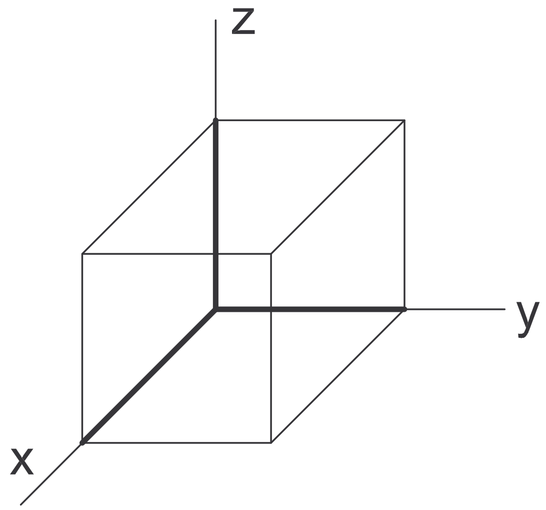
$\angle(x,z) = 135°,\ \angle(y,z) = 90°$



Kavalírní promítání

$j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$

$\angle(x,z) = 135°,\ \angle(y,z) = 90°$

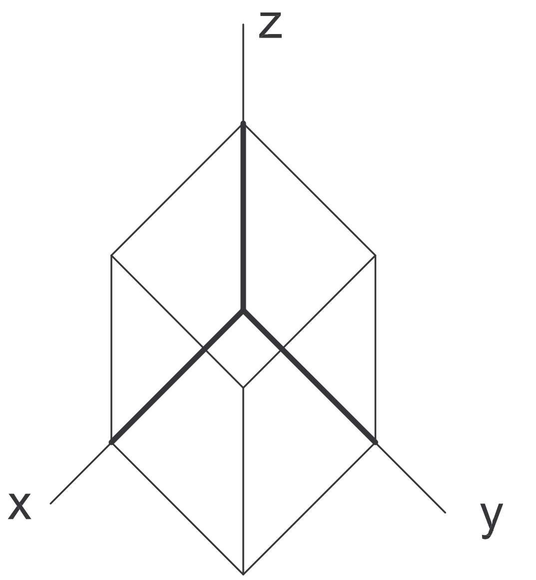


Speciální axonometrie

Vojenská perspektiva

$j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$

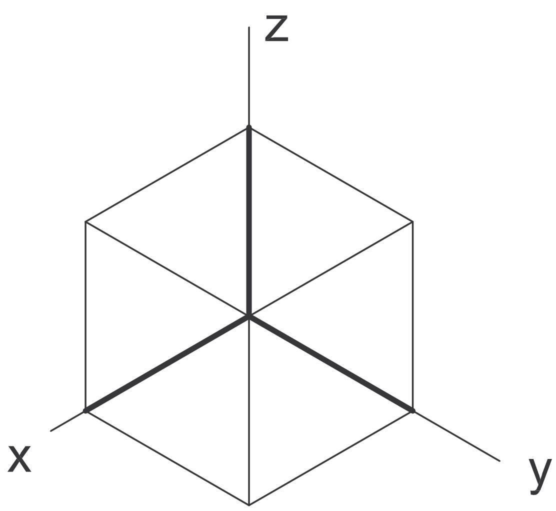
$\angle(x,z) = 135°,\ \angle(y,z) = 135°$



Technická izometrie

$j_x : j_y : j_z = 1 : 1 : 1$

$\angle(x,z) = 120°,\ \angle(y,z) = 120°$

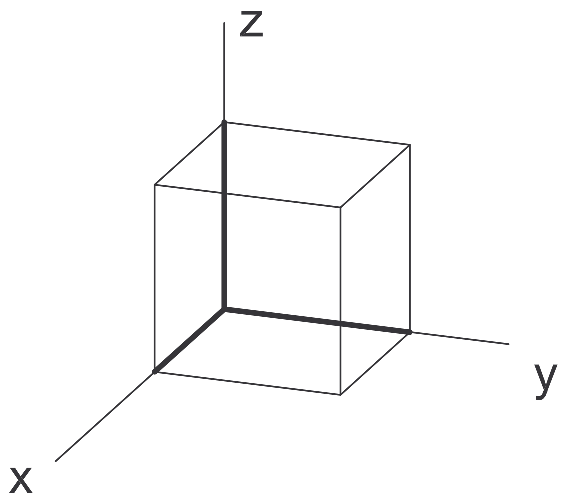


Speciální axonometrie

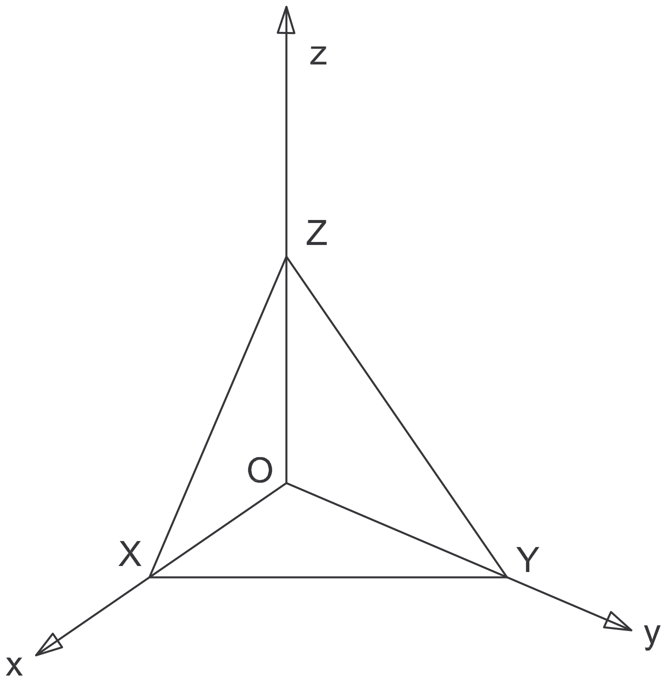
Technická dimetrie (inženýrská perspektiva)

$$j_x : j_y : j_z = 1 : 2 : 2$$

$$\angle(x, z) = 132°, \ \angle(y, z) = 97°$$



Pravoúhlá axonometrie

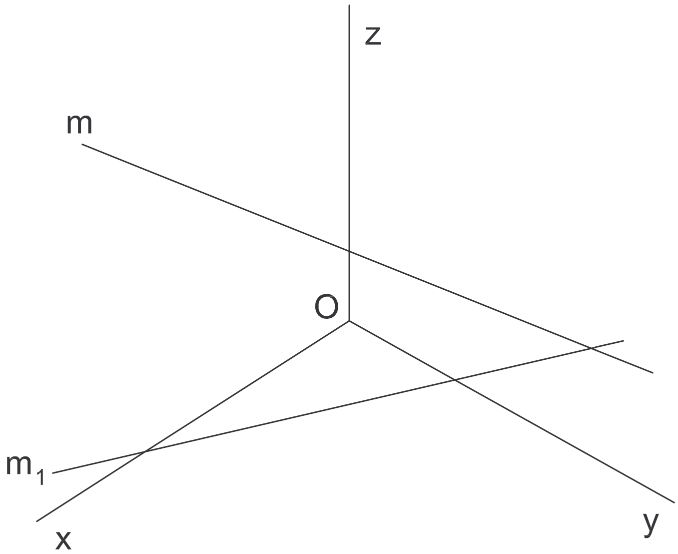


$s \perp \alpha$

obecně trimetrie:

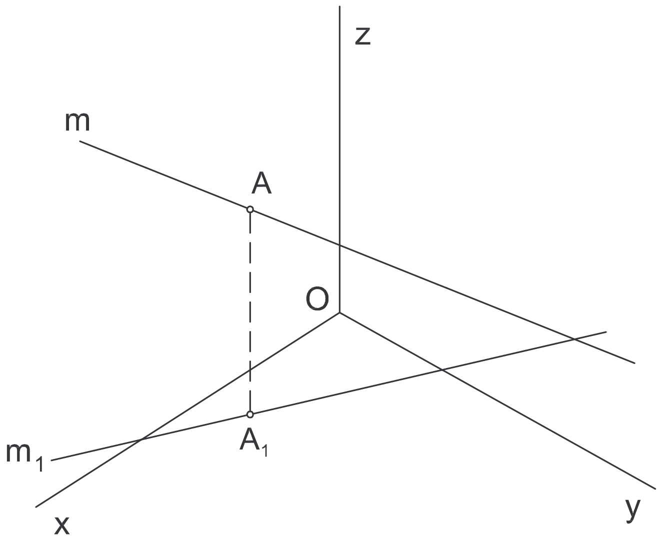
$$j_x \neq j_y \neq j_z$$

osy x, y, z se promítají do výšek trojúhelníka ΔXYZ



K určení přímky stačí její dva libovolné průměty, zpravidla používáme axonometrický průmět a půdorys.

Průmět přímky

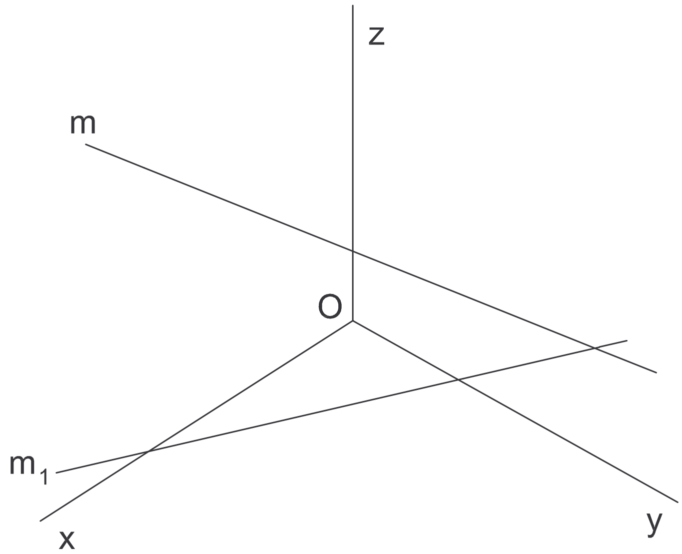


Bod ležící na přímce se zobrazí do bodu na přímce v každém průmětu.

Průmět přímky

Příklad (1)

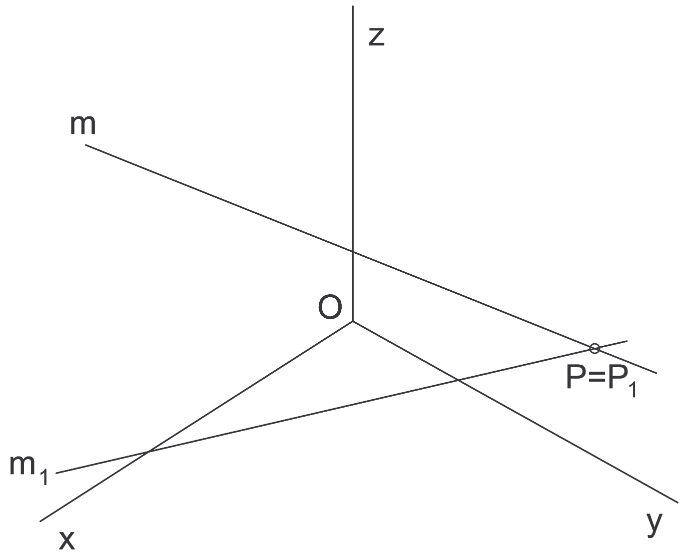
Sestrojte stopníky přímky m, která je dána axonometrickým průmětem m a axonometrickým půdorysem m_1.



Průmět přímky

Příklad (1)

Sestrojte stopníky přímky m, která je dána axonometrickým průmětem m a axonometrickým půdorysem m_1.

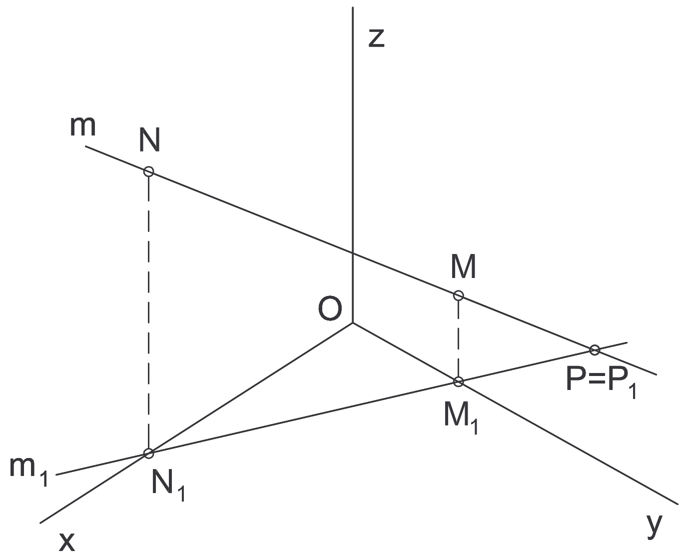


$P \ldots$ půdorysný stopník

Průmět přímky

Příklad (1)

Sestrojte stopníky přímky m, která je dána axonometrickým průmětem m a axonometrickým půdorysem m_1.

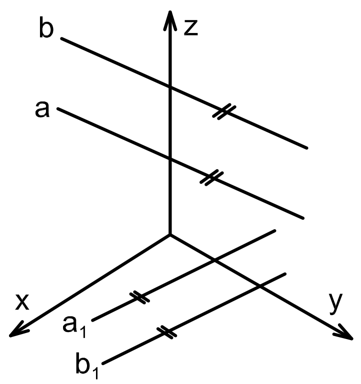


$P \dots$ půdorysný stopník

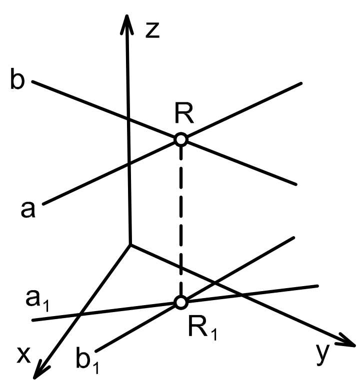
$M \dots$ bokorysný stopník

$N \dots$ nárysný stopník

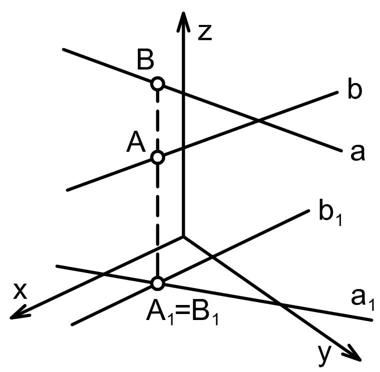
Vzájemná poloha dvou přímek



rovnoběžky



různoběžky

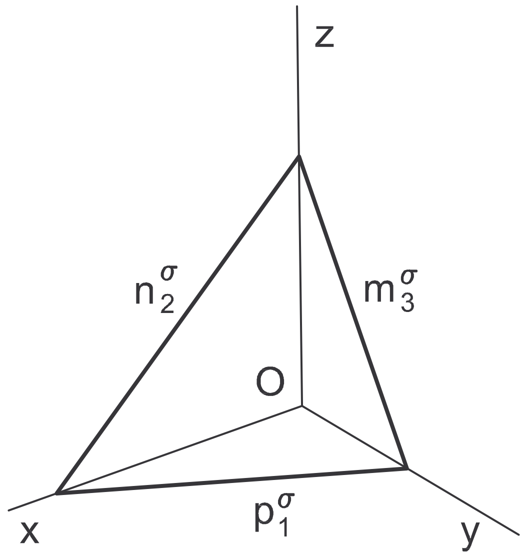


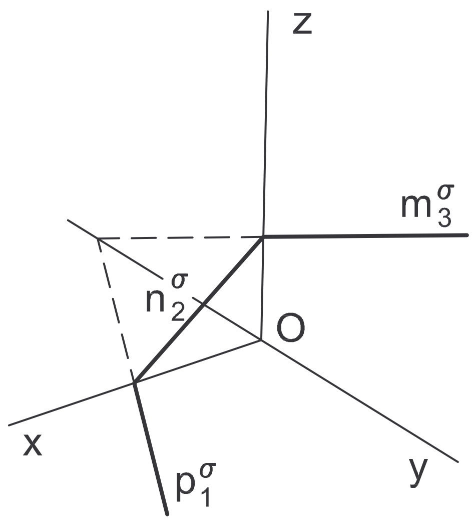
mimoběžky

Zobrazení roviny

Rovina se zadává

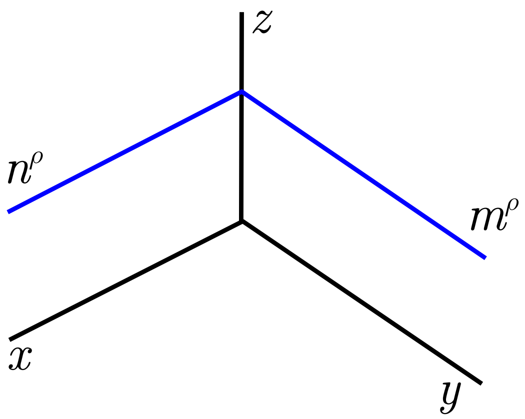
- sdruženými průměty určujících prvků (2 různoběžky, 2 rovnoběžky, bod + přímka, 3 body)
- pomocí stop:



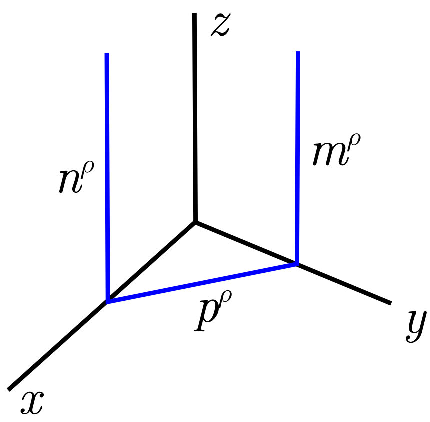


Zobrazení roviny

Zvláštní polohy roviny:



rovina rovnoběžná s π

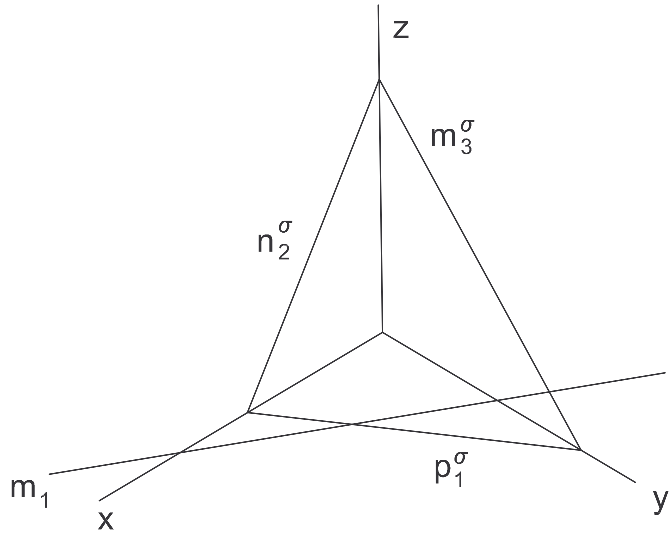


rovina kolmá k π

Přímka v rovině

Příklad (2)

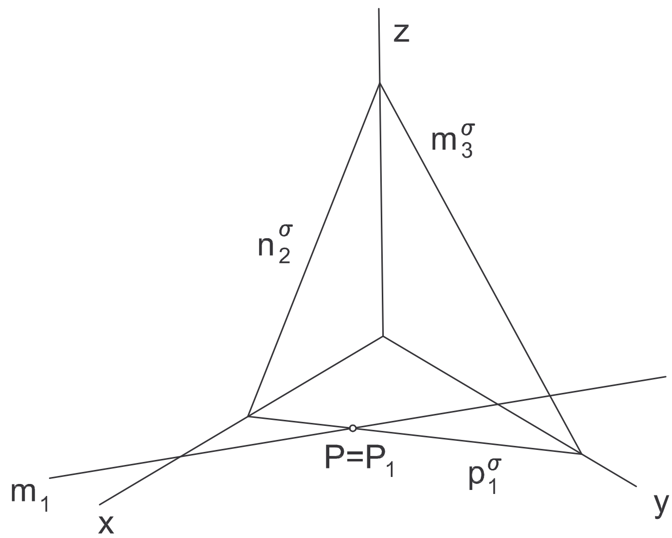
Je dána rovina σ svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky m, $m \in \sigma$, je-li dáno m_1.



Přímka v rovině

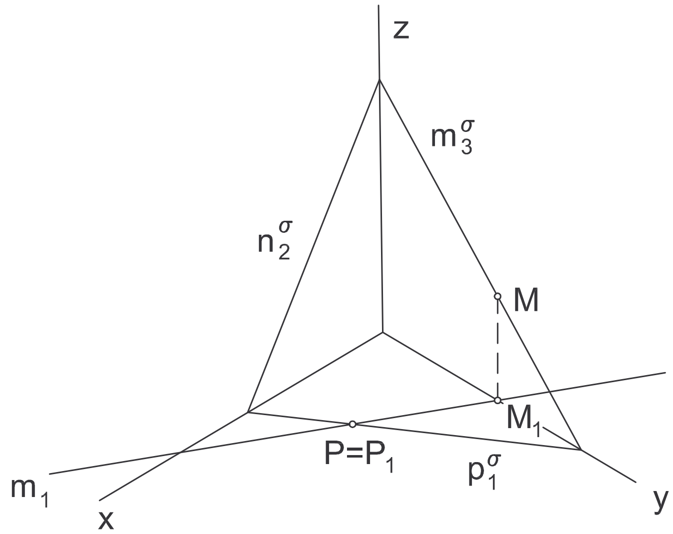
Příklad (2)

Je dána rovina σ svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky m, $m \in \sigma$, je-li dáno m_1.



Příklad (2)

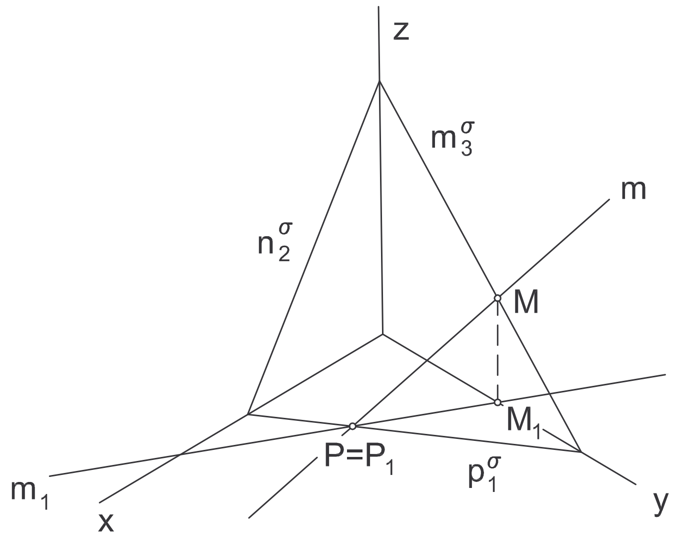
Je dána rovina σ svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky m, $m \in \sigma$, je-li dáno m_1.



Přímka v rovině

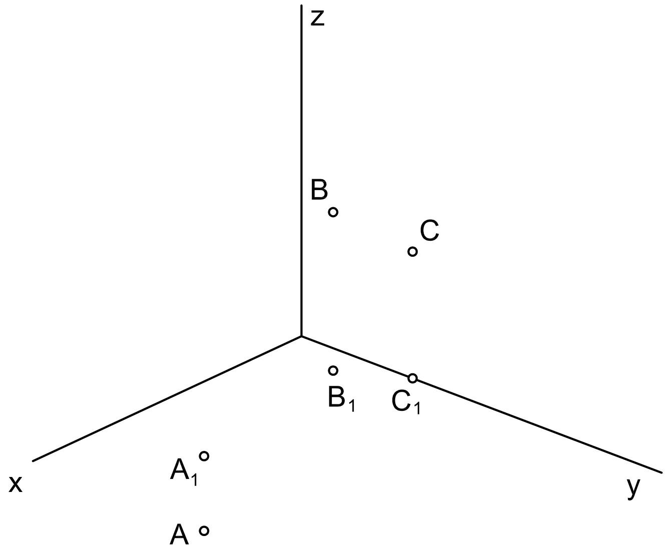
Příklad (2)

Je dána rovina σ svými stopami. Sestrojte axonometrický průmět přímky m, $m \in \sigma$, je-li dáno m_1.



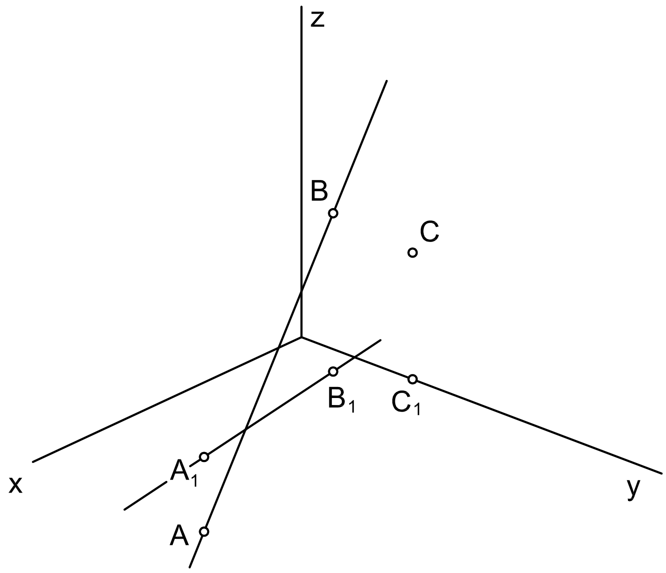
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C. Sestrojte stopy roviny σ.



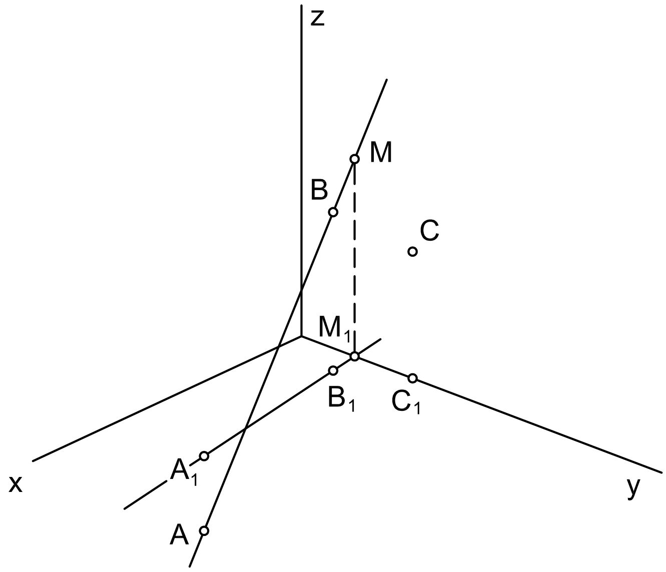
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C. Sestrojte stopy roviny σ.



Příklad (3)

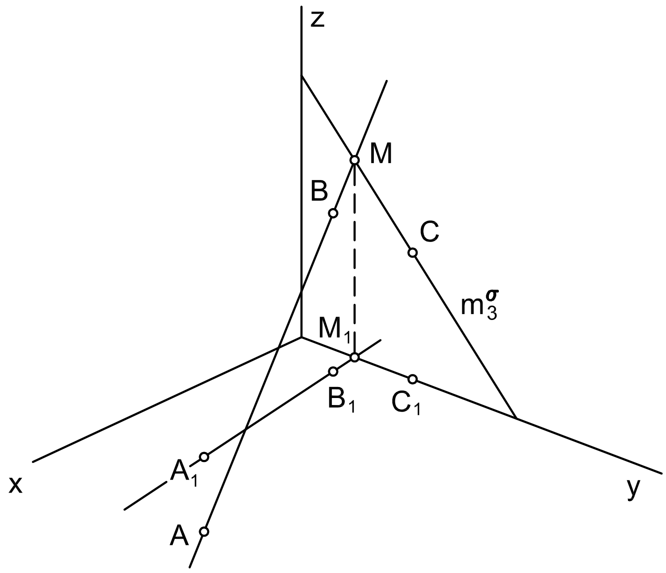
Rovina σ je dána třemi body A, B, C. Sestrojte stopy roviny σ.



Přímka v rovině

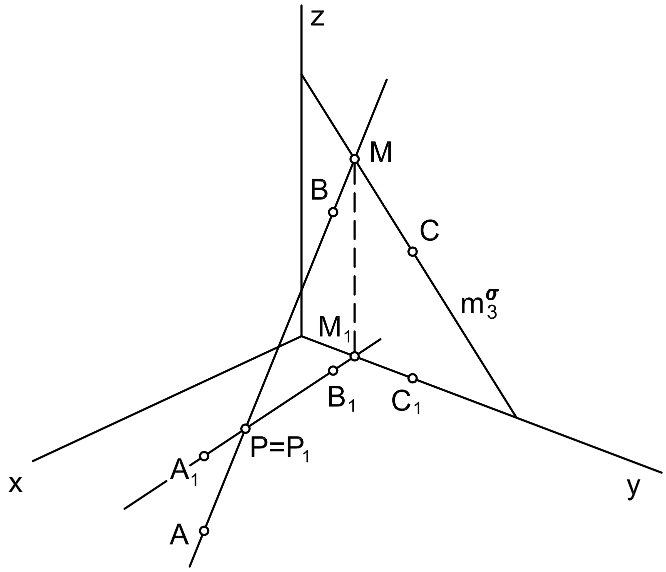
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C. Sestrojte stopy roviny σ.



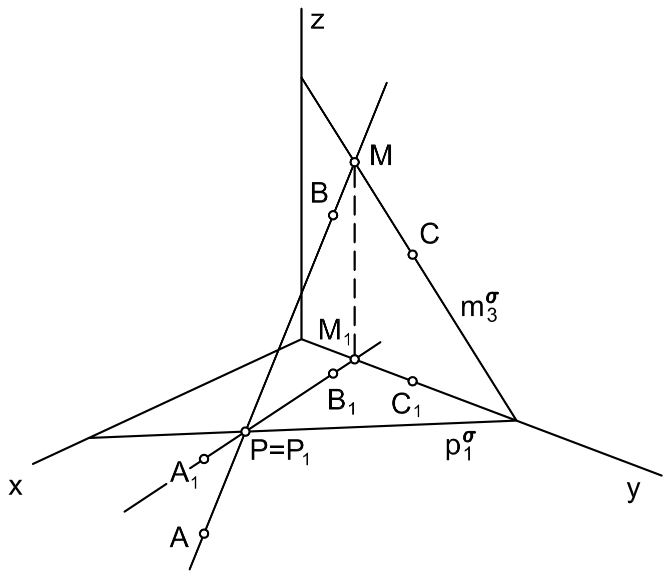
Příklad (3)

Rovina σ je dána třemi body A, B, C. Sestrojte stopy roviny σ.



Příklad (3)

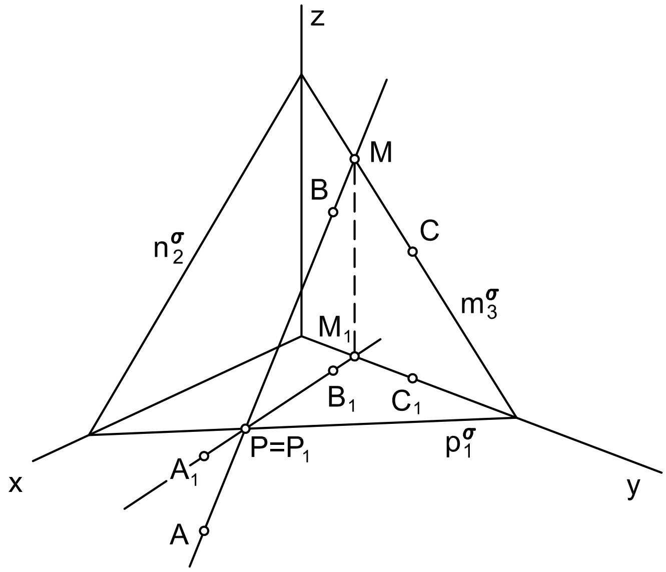
Rovina σ je dána třemi body A, B, C. Sestrojte stopy roviny σ.



Přímka v rovině

Příklad (3)

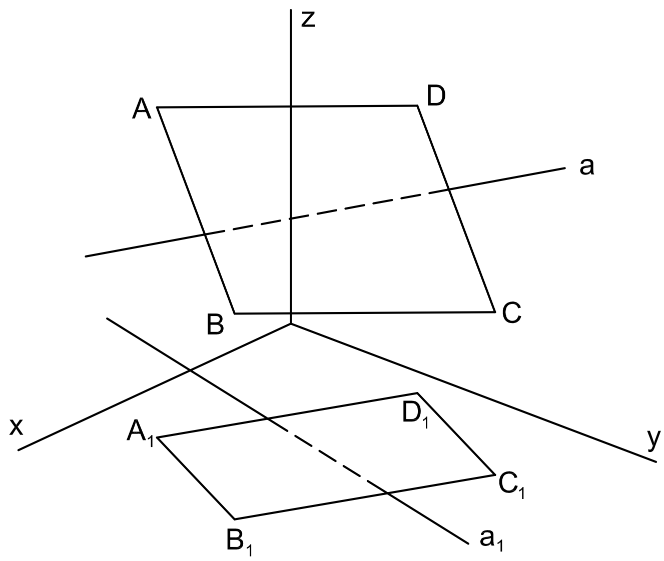
Rovina σ je dána třemi body A, B, C. Sestrojte stopy roviny σ.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

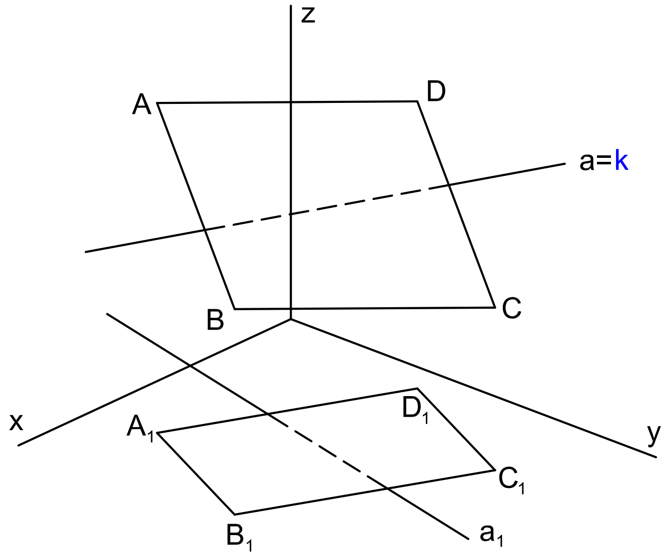
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a.



Příklad (4)

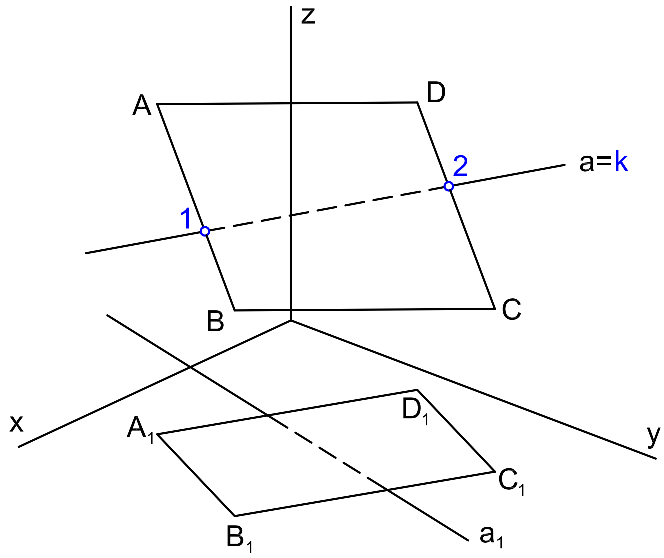
Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

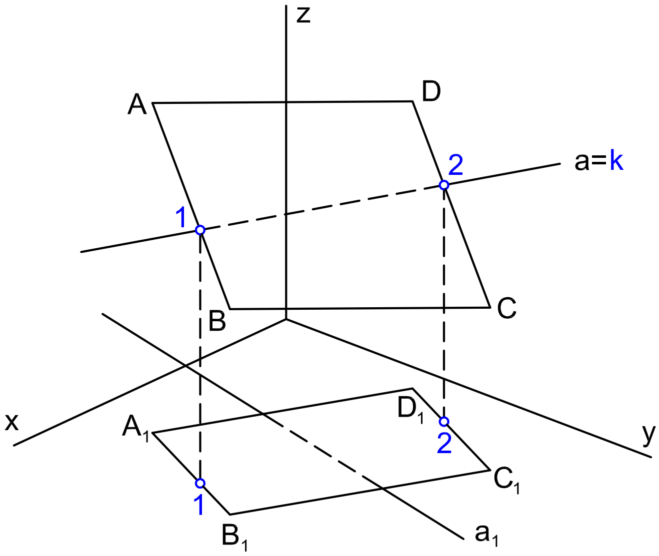
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a.



Příklad (4)

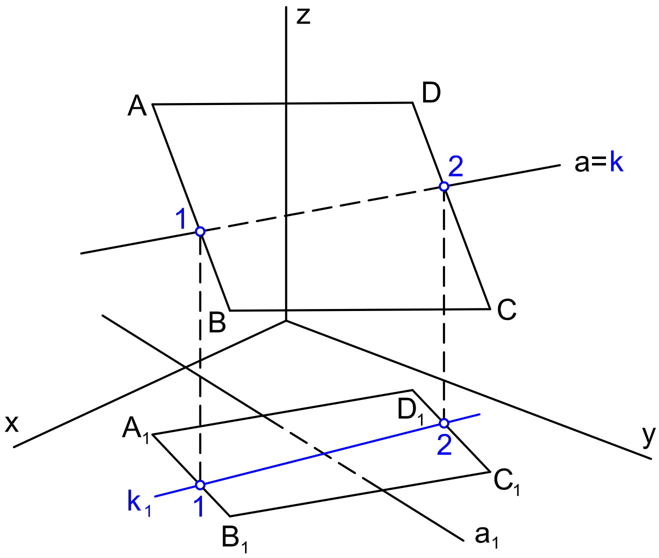
Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

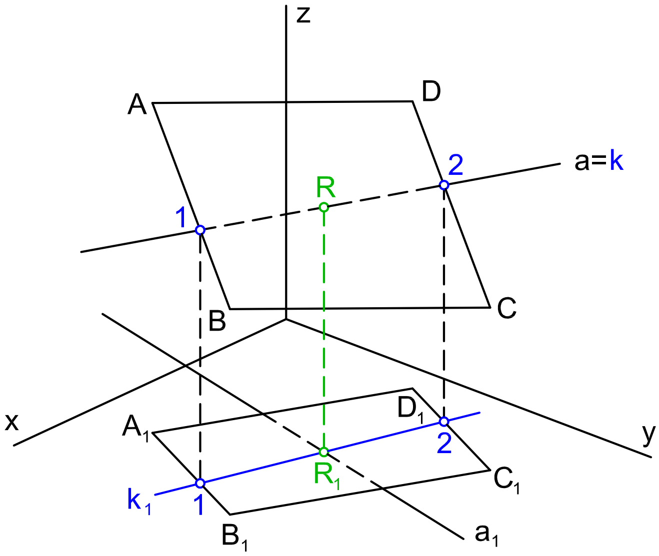
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a.



Příklad (4)

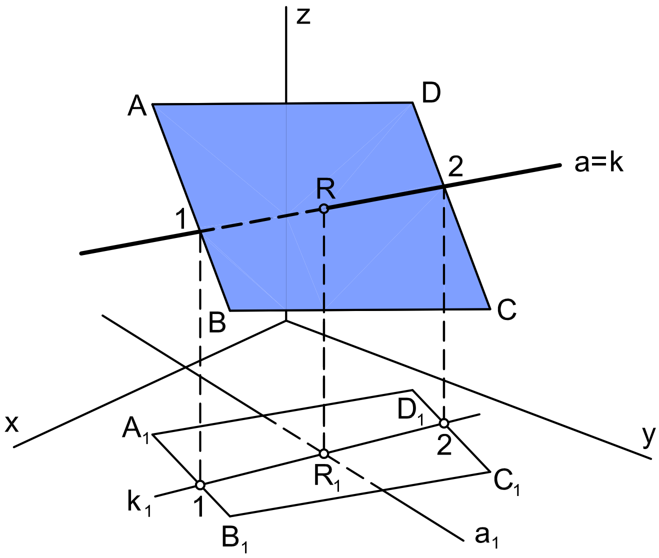
Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

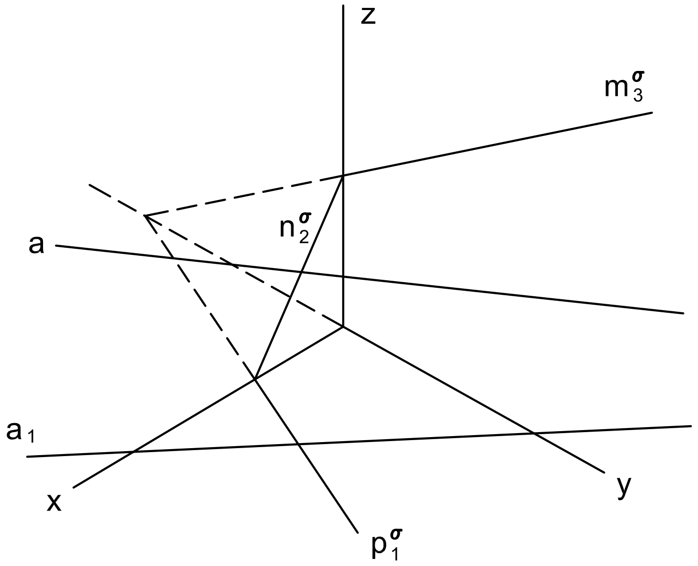
Příklad (4)

Sestrojte průsečík přímky a s rovnoběžníkem $ABCD$. Vyznačte viditelnost přímky a.



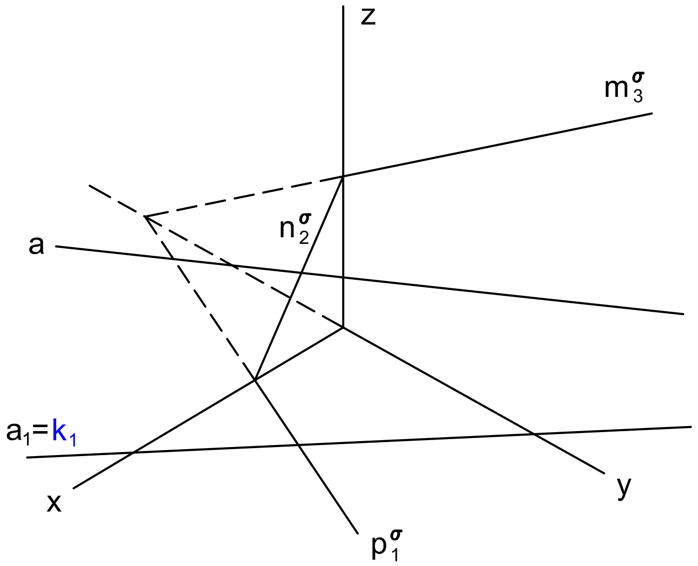
Příklad (5)

Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a.



Příklad (5)

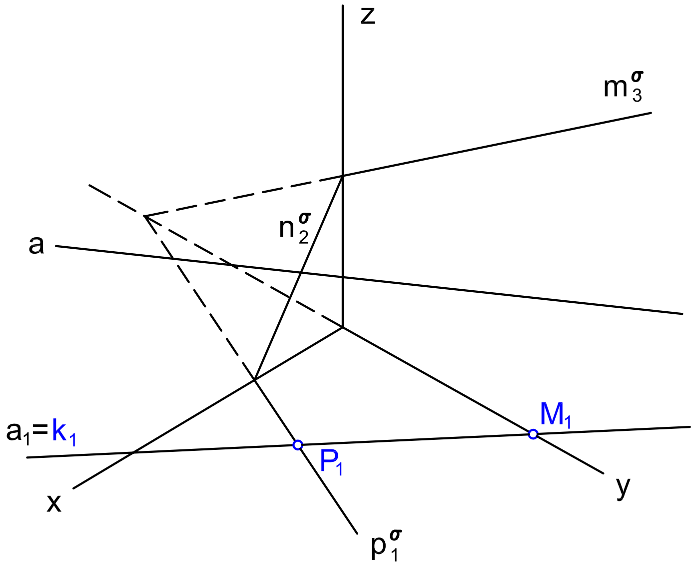
Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

Příklad (5)

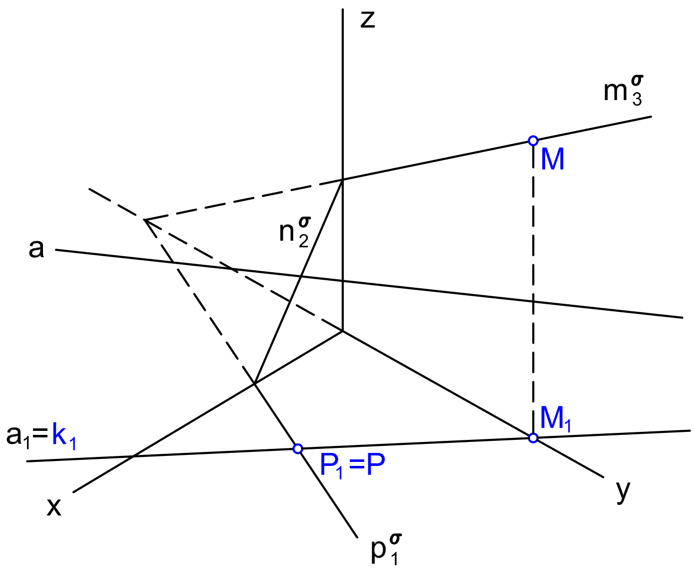
Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

Příklad (5)

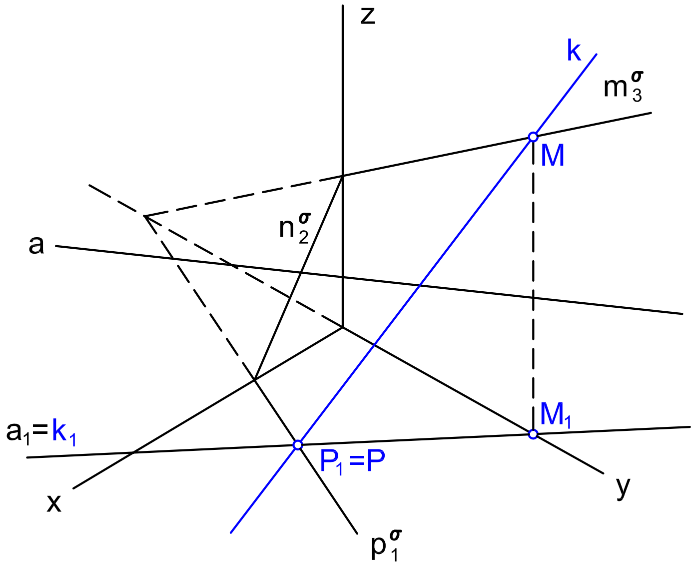
Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

Příklad (5)

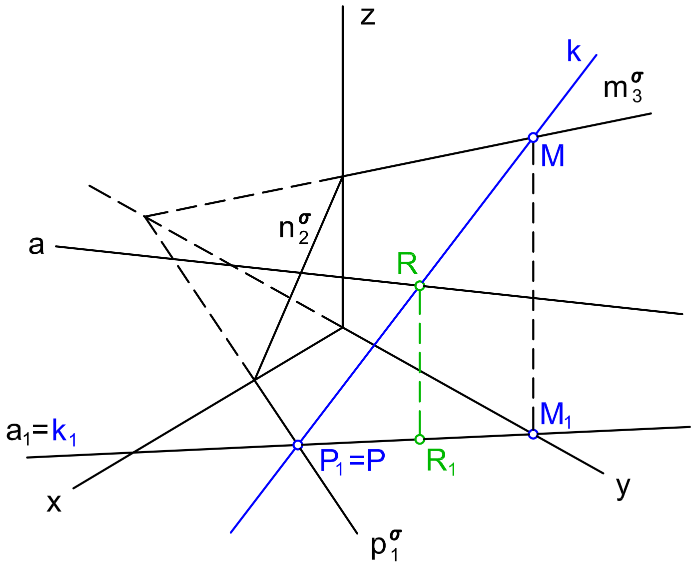
Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

Příklad (5)

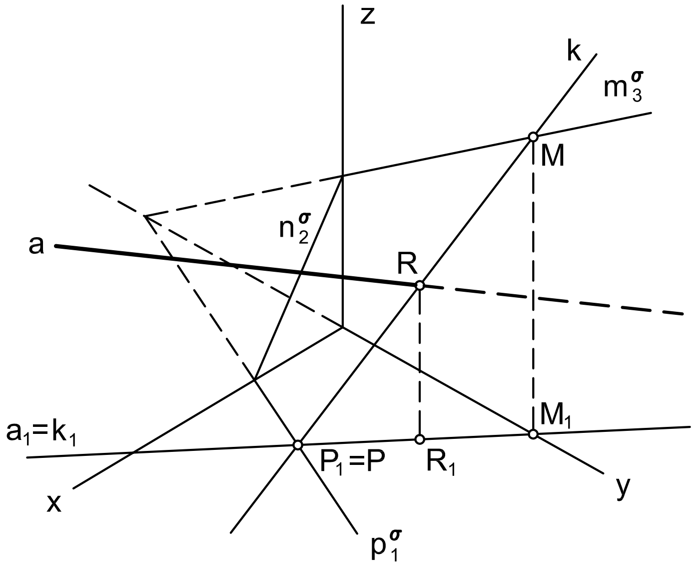
Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a.



Průsečík přímky s rovinou – metoda krycí přímky

Příklad (5)

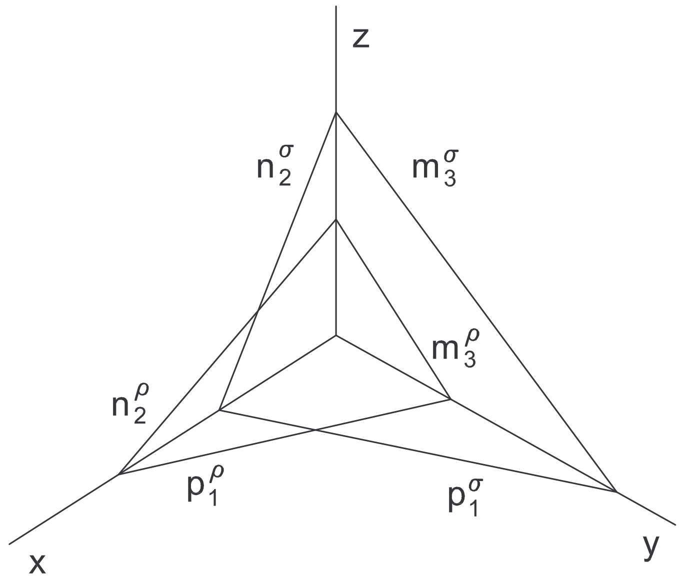
Sestrojte průsečík přímky a s rovinou σ danou stopami a vyznačte viditelnost přímky a.



Vzájemná poloha dvou rovin

Příklad (6)

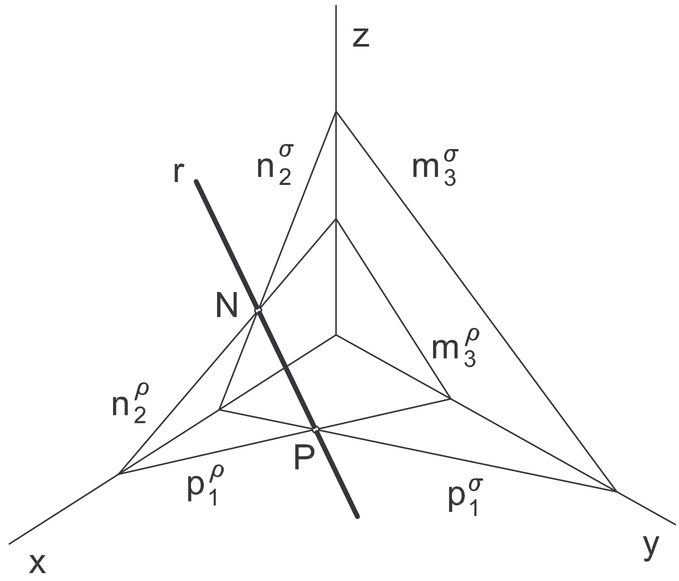
Sestrojte průsečnici rovin σ a ϱ, které jsou dány svými stopami.



Vzájemná poloha dvou rovin

Příklad (6)

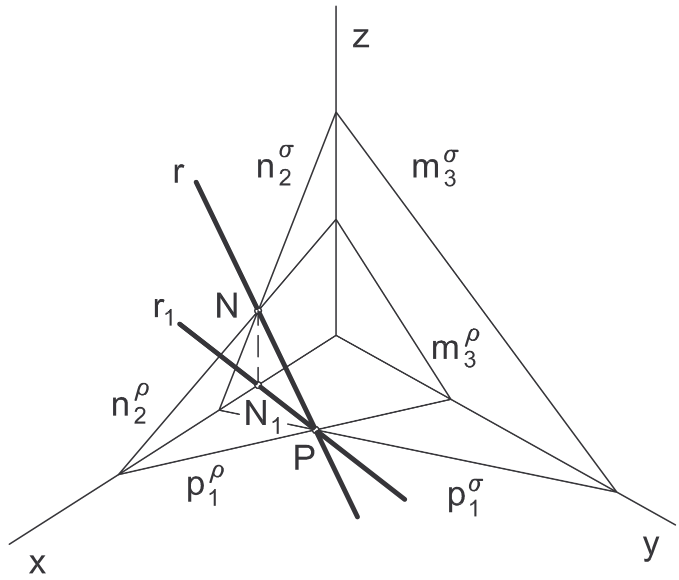
Sestrojte průsečnici rovin σ a ϱ, které jsou dány svými stopami.



Vzájemná poloha dvou rovin

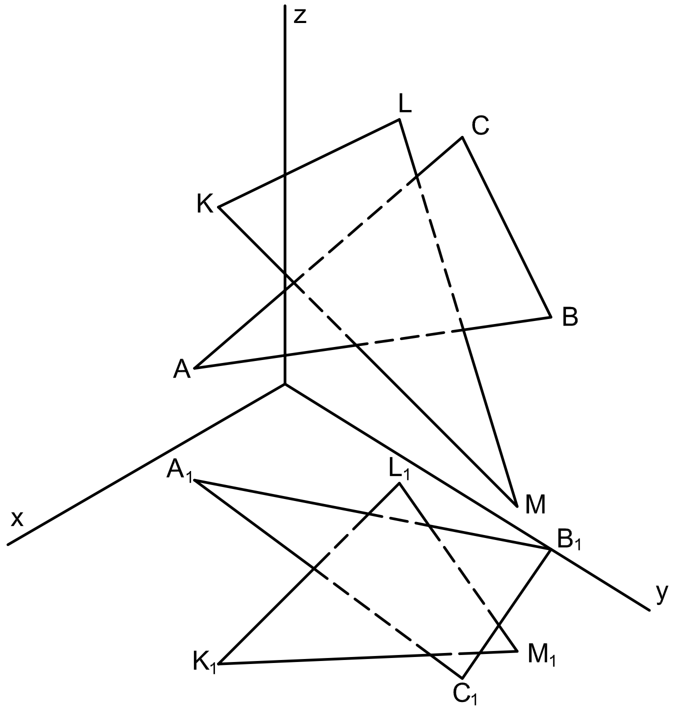
Příklad (6)

Sestrojte průsečnici rovin σ a ϱ, které jsou dány svými stopami.



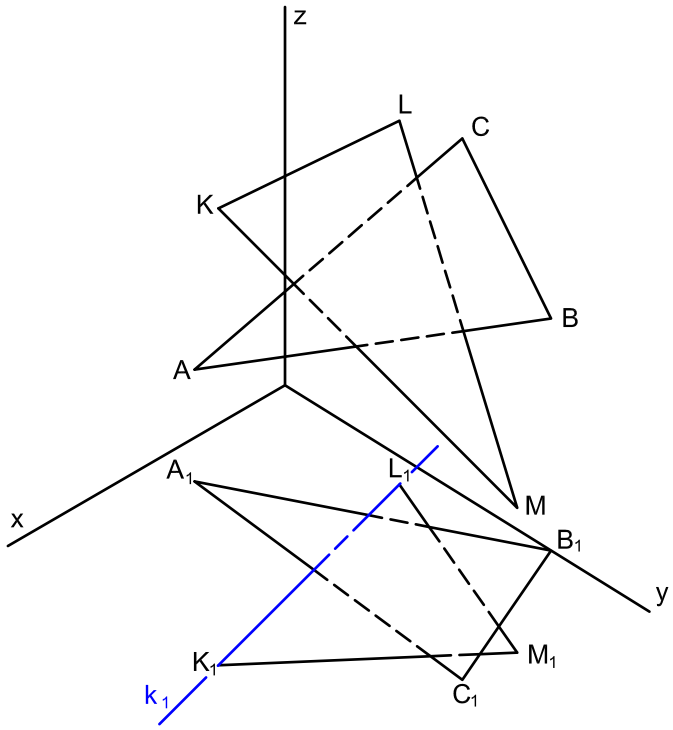
Příklad (7)

Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



Příklad (7)

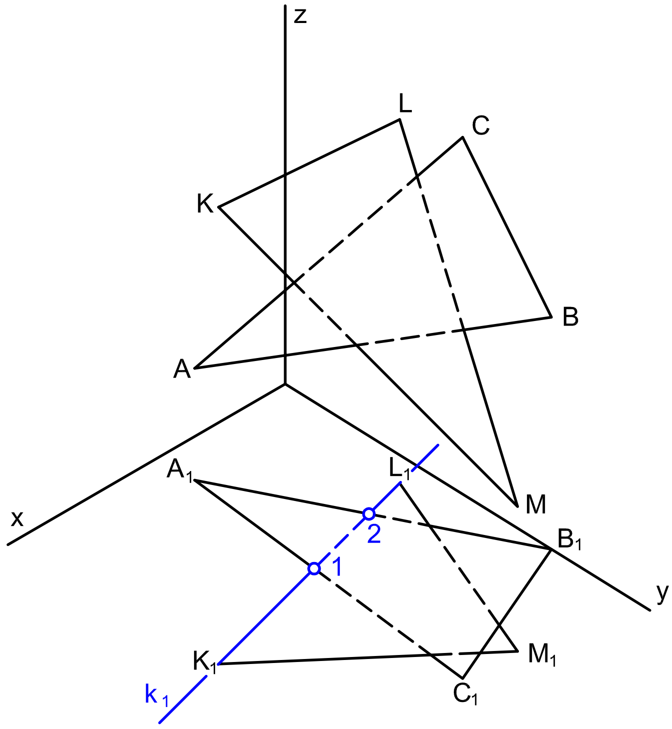
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$ pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

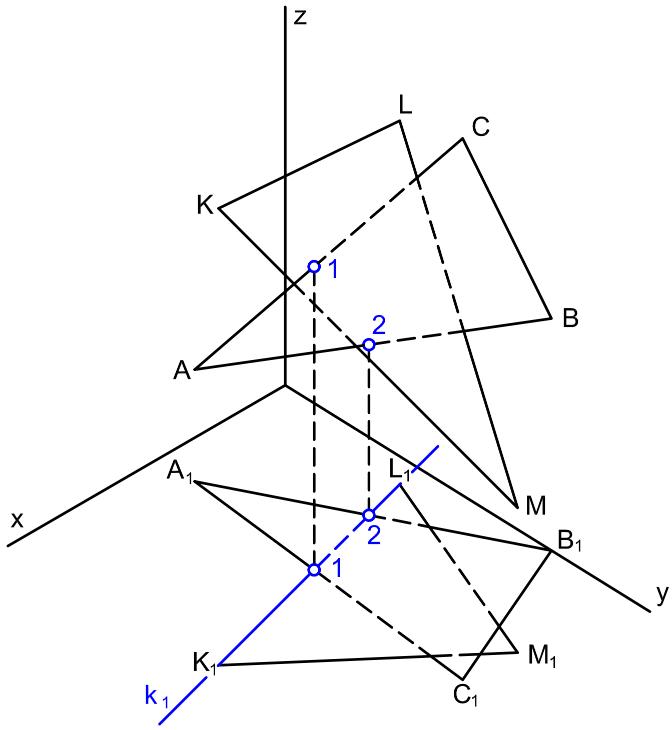
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
   pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

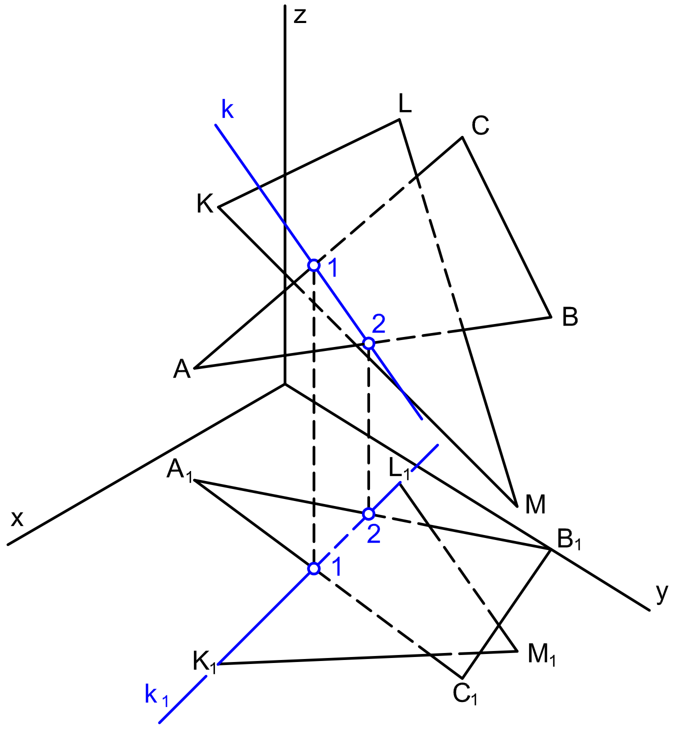
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
   pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

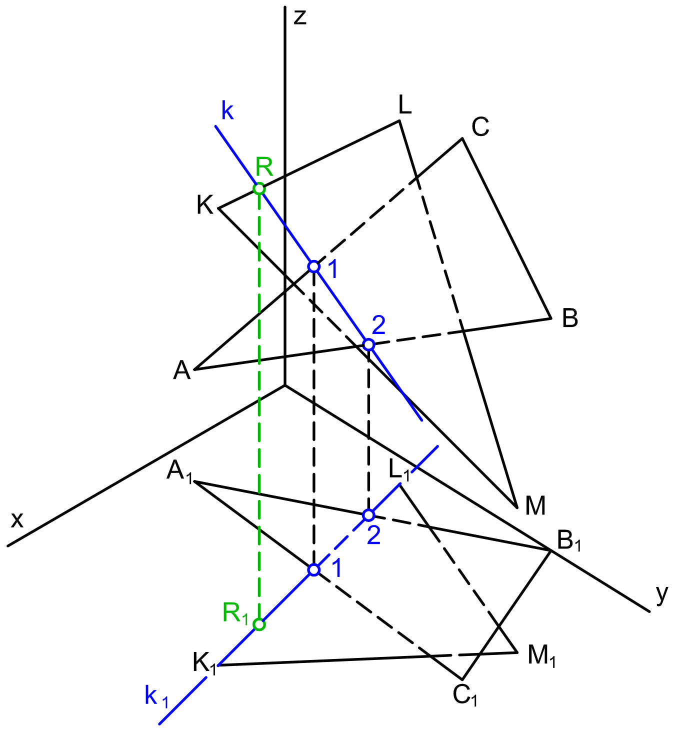
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
   pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

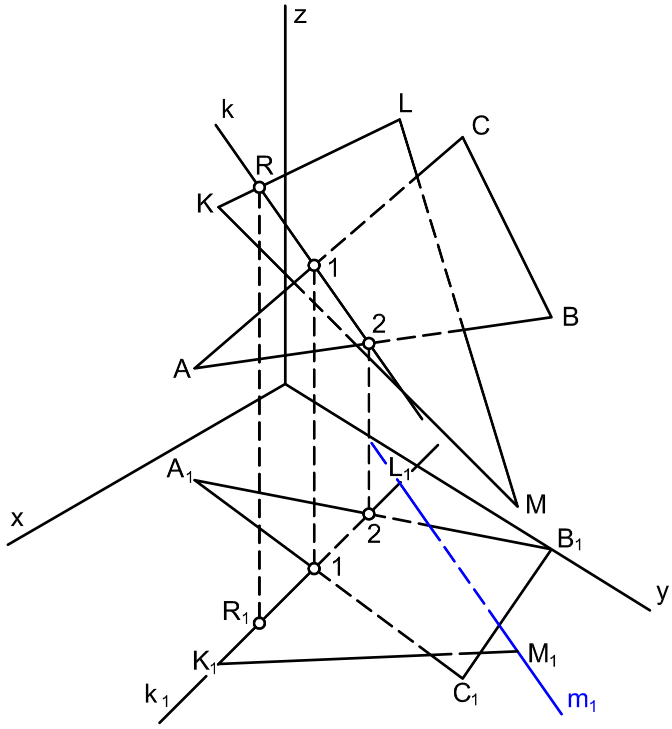
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
   pomocí krycí přímky k

Příklad (7)

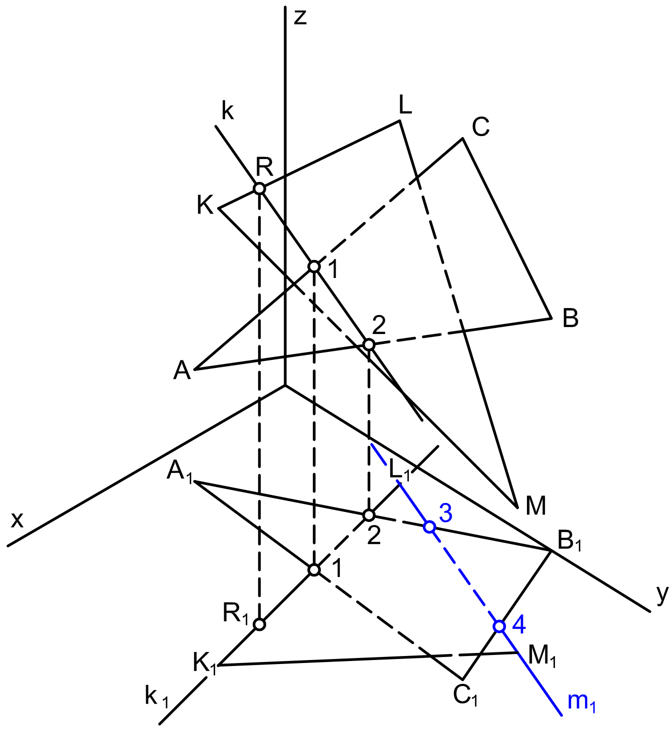
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
   pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$
   pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

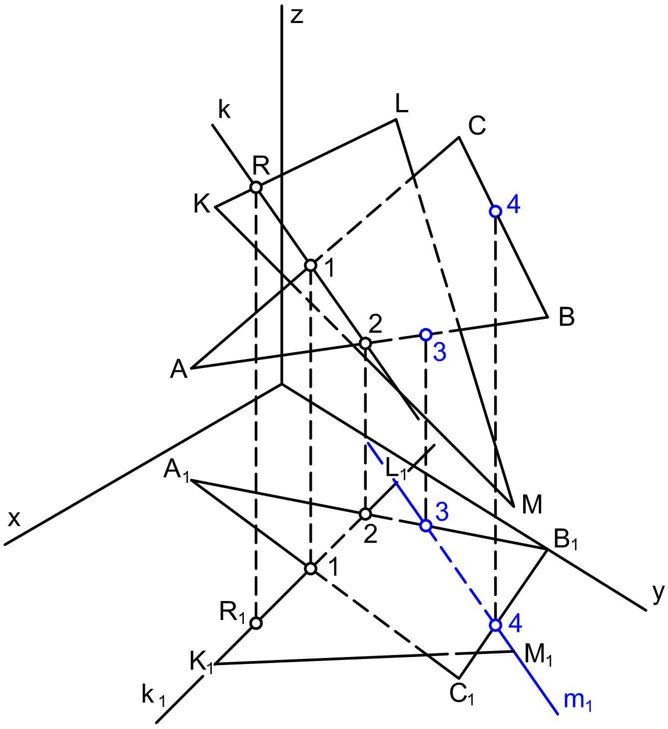
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$
   pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$
   pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

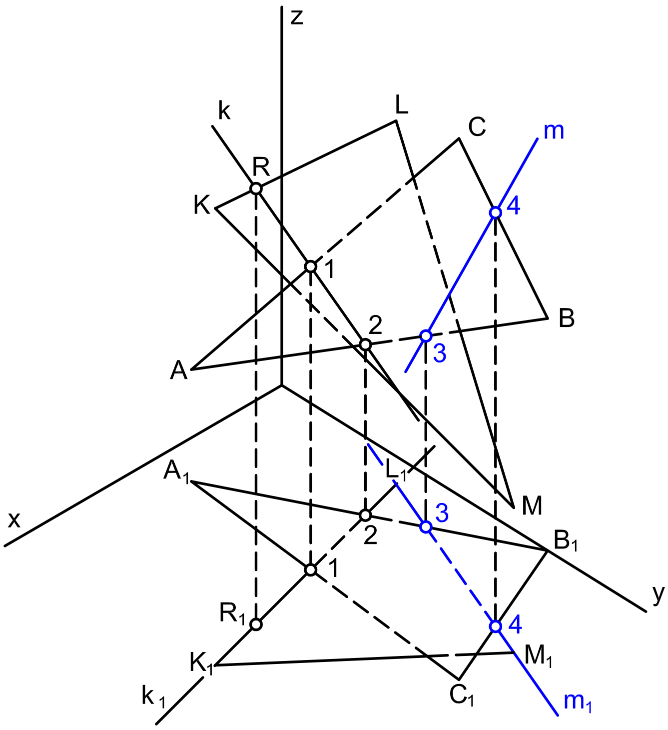
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$ pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$ pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

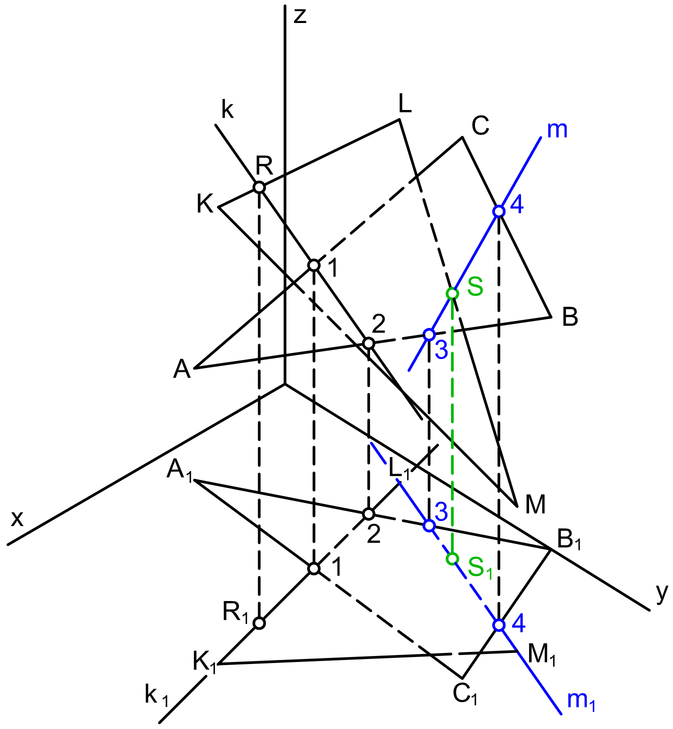
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$ pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$ pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

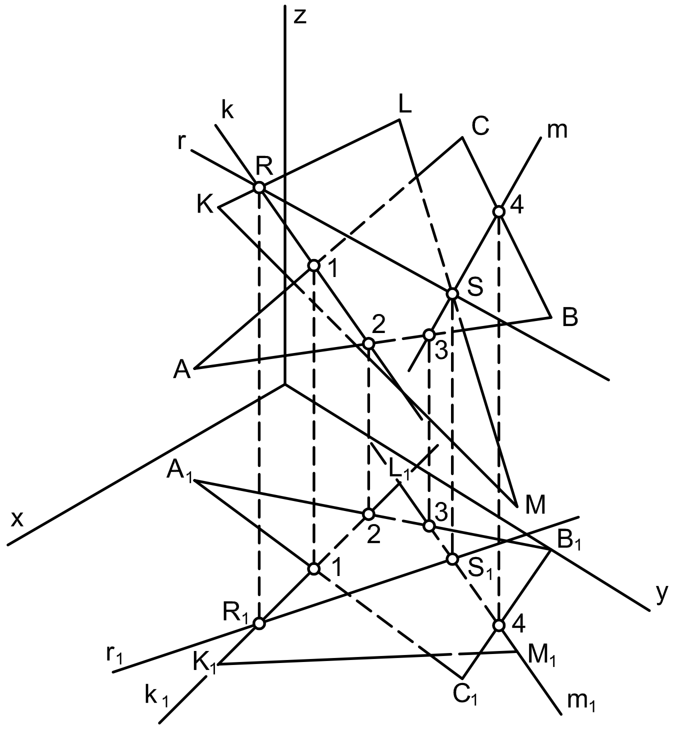
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$ pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$ pomocí krycí přímky m

Příklad (7)

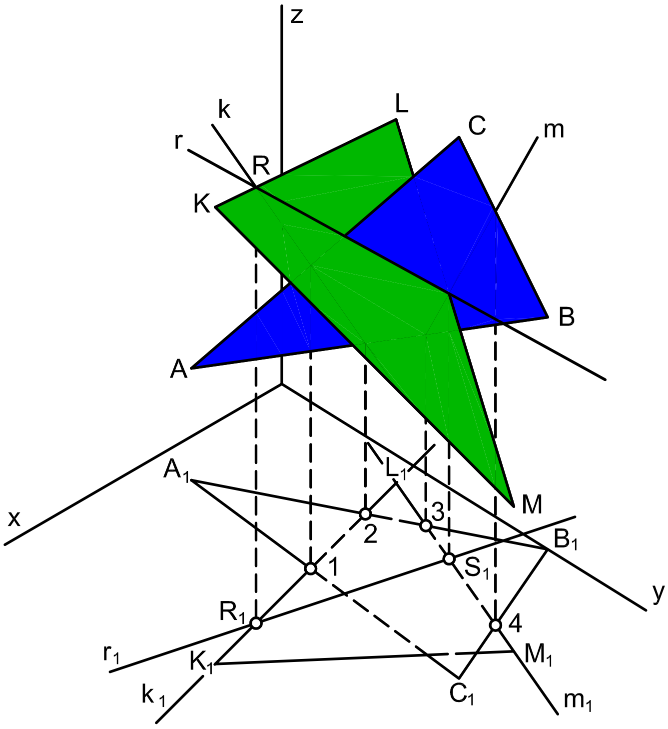
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$ pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$ pomocí krycí přímky m
3. $r = RS$

Příklad (7)

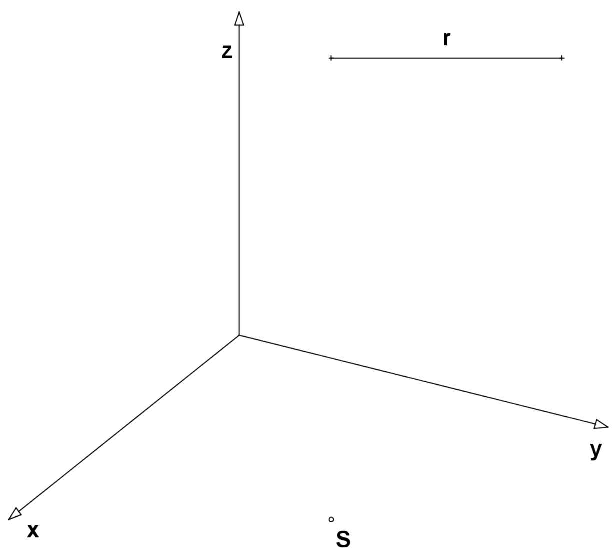
Sestrojte průsek trojúhelníků ΔABC a ΔKLM.



1. $KL \cap ABC = \{R\}$ pomocí krycí přímky k
2. $ML \cap ABC = \{S\}$ pomocí krycí přímky m
3. $r = RS$

Zobrazení kružnice ležící v souřadných rovinách

Kružnice $(S; r)$ se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.

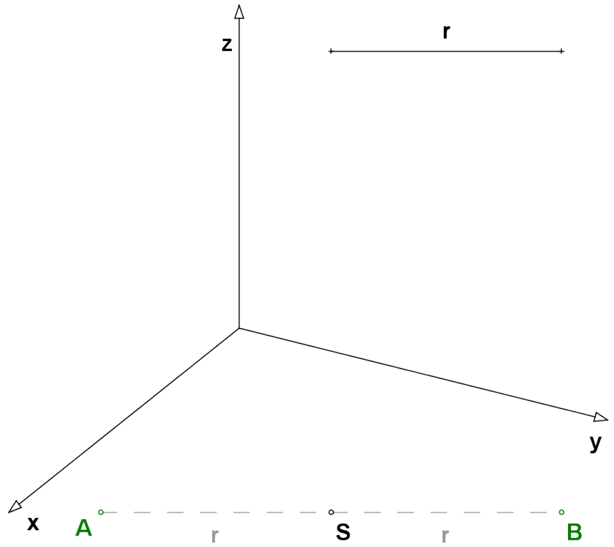


Zobrazení kružnice ležící v souřadných rovinách

Kružnice $(S; r)$ se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.

Postup řešení:

1. Průměr kružnice se zobrazí ve skutečné velikosti na kolmici k ose z vedené středem S.

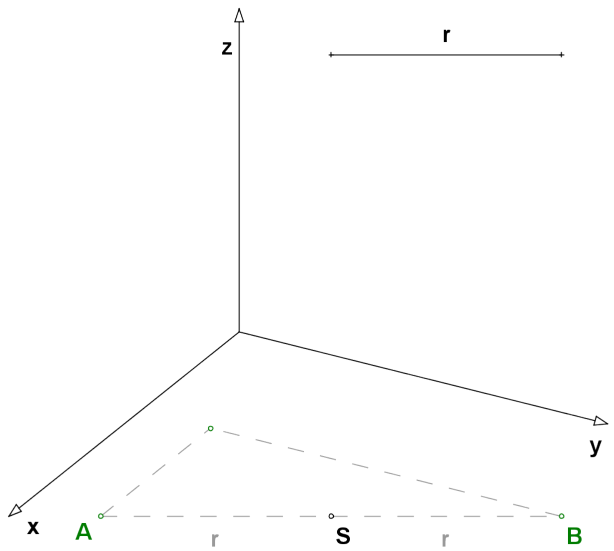


Zobrazení kružnice ležící v souřadných rovinách

Kružnice $(S; r)$ se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.

Postup řešení:

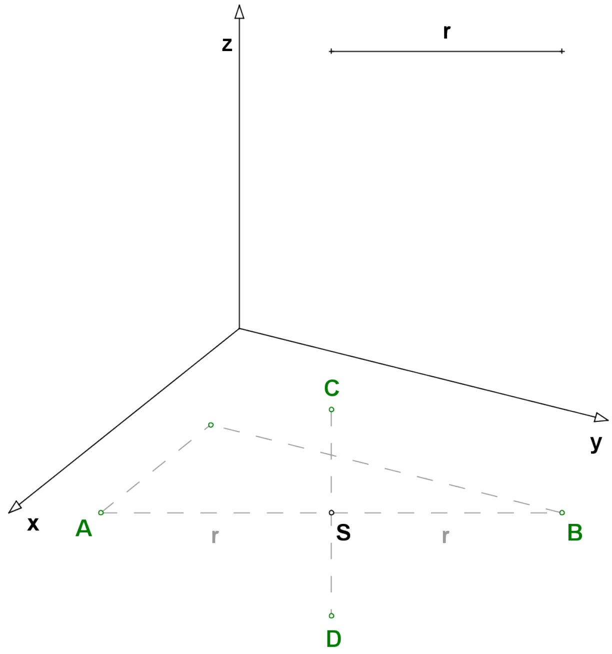
1. Průměr kružnice se zobrazí ve skutečné velikosti na kolmici k ose z vedené středem S.
2. Koncové body tohoto průměru jsou hlavní vrcholy zobrazované elipsy.



Kružnice $(S; r)$ se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.

Postup řešení:

1. Průměr kružnice se zobrazí ve skutečné velikosti na kolmici k ose z vedené středem S.
2. Koncové body tohoto průměru jsou hlavní vrcholy zobrazované elipsy.
3. Průsečík rovnoběžek s osami x a y těmito hlavními vrcholy je dalším bodem elipsy.

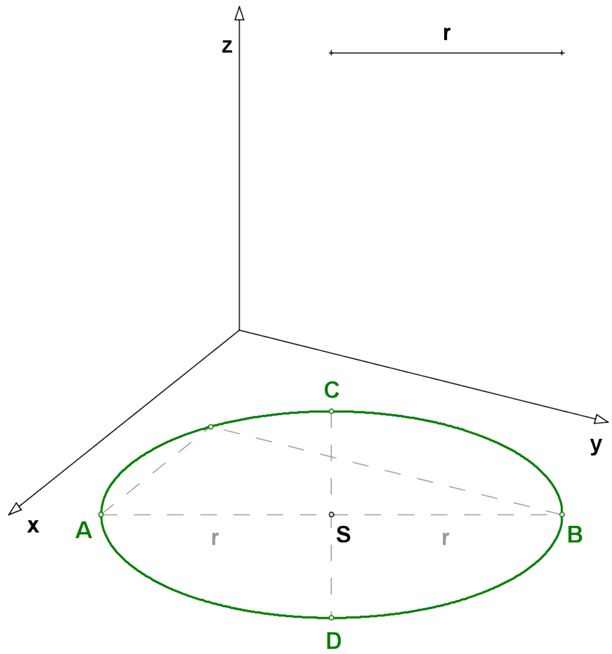


Zobrazení kružnice ležící v souřadných rovinách

Kružnice $(S; r)$ se zobrazuje v pomocných průmětnách jako elipsa.

Postup řešení:

1. Průměr kružnice se zobrazí ve skutečné velikosti na kolmici k ose z vedené středem S.
2. Koncové body tohoto průměru jsou hlavní vrcholy zobrazované elipsy.
3. Průsečík rovnoběžek s osami x a y těmito hlavními vrcholy je dalším bodem elipsy.
4. Vedlejší vrcholy elipsy získáme např. proužkovou konstrukcí.



Děkuji za pozornost!