FACULTY OF CIVIL ENGINEERING institute of mathematics and descriptive geometry

Úvod do kartografie

Mgr. et Mgr. JAN ŠAFAŘÍK, Ph.D.

Fakulta stavební VUT v Brně

Základní literatura

FCE

- Talanda, Pavel: *Deskriptivní geometrie, vybrané kapitoly z kartografie pro obor geodezie*, Fakulta stavební VUT, Akademické nakladatelství CERM, Brno 2014.

Základní literatura

- Autorský kolektiv Ústavu matematiky a deskriptivní geometrie FaSt VUT v Brně: *Sbírka řešených příkladů z konstruktivní geometrie*, Fakulta stavební VUT v Brně, 2021.

https://www.geogebra.org/m/ejhn4jay

Doporučená literatura

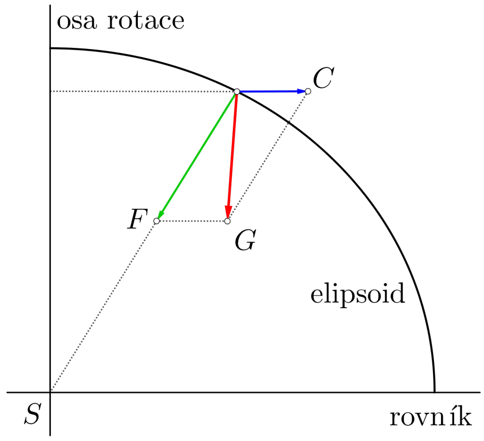
- Černý, Jaroslav – Kočandrlová, Milada: *Konstruktivní geometrie*, Vydavatelství ČVUT, Praha 1998.
- Drábek, Karel – Harant, František – Setzer, Ota: *Deskriptivní geometrie II*, ANTL/ALFA, Praha 1979.
- Finda, Jaromír: *Kartografická zobrazení*, Diplomová práce, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita v Brně, Brno 2005. https://is.muni.cz/th/dv9gw/.
- Juklová Lenka: *Aplikace deskriptivní geometrie, Základy kartografie a cyklografie*, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc 2013.
- Klapka Jiří - Piska, Rudolf - Zezula, Jaromír: *Deskriptivní geometrie, II. díl (se základy kartografie a stereotomie)*, Vysoké učení technické, Fakulta inženýrského stavitelství, SNTL, Praha 1953.

Doporučená literatura

- Medek, Václav – Zámožík, Jozef: *Konštruktívna geometria pre technikov*, ALFA, Bratislava 1978.
- Nguyen, Viet Bach: *Kartografické projekce*, Ročníková práce z deskriptivní geometrie, Gymnázium Christiana Dopplera, Praha 2012. http://www.machu.euweb.cz/g-nguyen.pdf.
- Piska, Rudolf: *Úvod do geometrie kartografických zobrazení*, Fakulta stavební VUT v Brně, Ediční středisko VUT, Brno 1975.
- Pohanková, Dana: *Geometrická azimutální zobrazení v kartografii*, Bakalářská práce, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita v Brně, Brno 2014. https://is.muni.cz/th/i5oap/.
- Švec, Rudolf: *Kartografické zobrazovací methody*, Vyšší pedagogická škola České BUdějovice, SPN, n.p., 1957.

Základní pojmy

Země je fyzikální těleso. Při formování jejího tvaru působila zemská přitažlivost $\overrightarrow{F}$ a odstředivá síla $\overrightarrow{C}$ (vlivem rotace). Výslednicí obou sil je síla zemské tíže $\overrightarrow{G}$, která vlivem skládání sil nesměřuje z bodů zemského povrchu přímo do středu země.



Země je fyzikální těleso. Tvar matematického modelu je dán uzavřenou plochou, která je v každém svém bodě kolmá na směr tíže a splývá s hladinou ideálně klidných moří (teoreticky protaženou i pod pevniny). Zvlnění je odhadováno na $\pm 50\,$m. Tuto plochu nazýváme **geoid** (zvaná podle J. B. Listinga (1873)).

Základní pojmy

Složitá plocha geoidu se nahrazuje:

- **rotačním zploštělým elipsoidem**, osa rotace splývá s osou rotace Země, pro $r = 50\,$cm koule v délce vedlejší osy odchylka jen $2\,$mm,
- **kulovou plochou**, $r = 6370,3\,$km (podle Bessela),
- **trojosým elipsoidem**, potřebujeme-li větší přesnost.

Referenční plochy – plochy, na kterých provádíme výpočty:

- rovina (kruh o poloměru asi 8 km),
- koule,
- elipsoid.

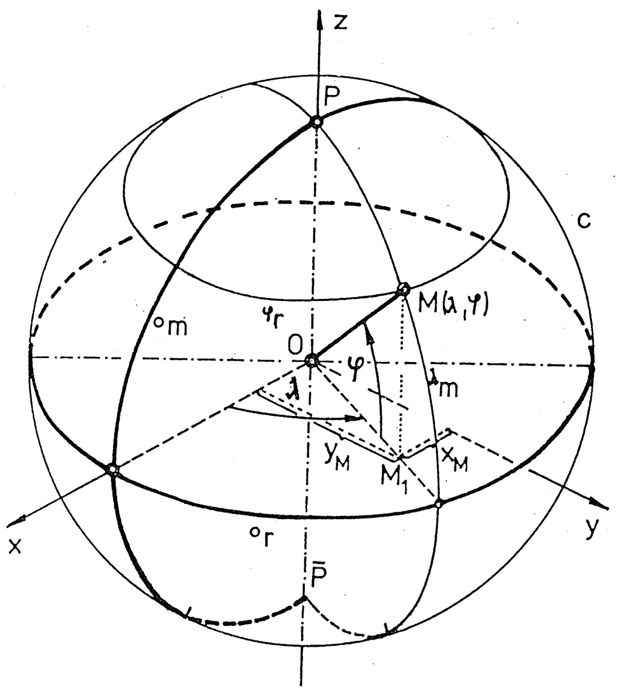
Základní pojmy

V dalším budeme pokládat za zmenšené modely zeměkoule **kulové globy** s použitím podobnosti $1 : M$

Vlastnosti:

1. Všechny délky zmenšeny v poměru $1 : M$.
2. Úhly na globu se shodují s příslušnými úhly na originálu (kulové ploše o $r = 6370,3\,\mathrm{km}$).
3. Všechny plochy zmenšeny v poměru $1 : M^2$.

Zeměpisné souřadnice



Zeměpisné souřadnice

Polohu bodu M na kulové ploše (globu) určujeme tzv. **zeměpisnými (geografickými)** souřadnicemi:

1. **zeměpisnou délkou** λ,
2. **zeměpisnou šířkou** φ.

λ, φ – sférické (křivočaré) souřadnice na kulové ploše.

Zeměpisné souřadnice

V kartézské souřadnicové soustavě se středem O ve středu globu je vztah mezi pravoúhlými souřadnicemi bodu $M[x_M, y_M, z_M]$ a jeho zeměpisnými souřadnicemi:

$$
\begin{aligned}
x_M &= \overline{OM_1} \cdot \cos\lambda = r \cdot \cos\varphi \cdot \cos\lambda \\
y_M &= \overline{OM_1} \cdot \sin\lambda = r \cdot \cos\varphi \cdot \sin\lambda \\
z_M &= \overline{M_1M} = r \cdot \sin\varphi
\end{aligned}
$$

Pevné λ, proměnné φ ... bod M opíše hlavní kružnici (poledník, meridián).
Pevné φ, proměnné λ ... bod M opíše rovnoběžkovou kružnici.

Poledníky (meridiány) tvoří soustavu Σ^m hlavních kružnic globu, procházejících dvěma pevnými diametrálními body P, $\overline{P}$ globu, tzv. **severním** a **jižním pólem**.
Spojnice obou pólů se nazývá **osa globu**.

Soustava Σ^r kružnic globu, ležících v rovinách kolmých na osu $o = P\overline{P}$, se nazývá **soustava rovnoběžek**.

Obě soustavy tvoří **ortogonální (pravoúhlou) síť**.

Obě kružnice procházející bodem M se protínají dvakrát. Pro odstranění nejednoznačnosti uvažujeme polovinu, **poledník** ${}^{\lambda}m$.

- Pro $\lambda = 0$ označme ${}^{o}m$ **nultý poledník** (greenwichský).
- Poledník ${}^{o}m$ rozdělí kulovou plochu na **východní** a **západní polokouli**.
- $\lambda \in \langle 0, \pi \rangle$ – poledníky **východní délky**.
- $\lambda \in \langle -\pi, 0 \rangle$ – poledníky **západní délky**.

Kartografická síť

- Pro $\varphi = 0$ označme jako **rovník** ${}^o r$ (ekvator).
- Rovník ${}^o r$ rozdělí kulovou plochu na **severní** a **jižní polokouli**.
- Pro $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ označujeme jako **póly** (rovnoběžka nultého poloměru).
- $\varphi \in \left\langle 0, \pm\frac{\pi}{2} \right\rangle$ – rovnoběžky **severní** (**jižní**) šířky.
- φ – sférická vzdálenost od rovníku.

Kartografická síť – systém poledníků a rovnoběžek

Kartografická zobrazení

Pro praxi je vhodnější zobrazení zemského tělesa do mapy. Pro zjednodušení si představujeme, že zobrazujeme globus, tj. model zeměkoule zmenšený v měřítku $1 : M$, do mapy.
Mapa přebírá měřítko globu.

Kartografické zobrazení

Kartografickým zobrazením nazýváme způsob odvození mapy (do roviny nebo na rozvinutelnou plochu).
Je-li zobrazení zprostředkováno promítáním, budeme je označovat jako **kartografická projekce**.

Kartografická zobrazení

Vlastnost:
Kulová plocha není rozvinutelná. Proto žádné zobrazení globu do mapy nemůže současně zachovat

1. délky oblouků všech čar (v měřítku $1 : M$),
2. velikosti všech úhlů,
3. velikosti všech ploch (v měřítku $1 : M^2$).

Nelze zachovat v plném rozsahu podm. 1., neexistuje mapa veskrze délkojevná. Je možné splnit u obrazů některých křivek na mapě.

Kartografická zobrazení

Zobrazení úhlojevné (konformní, stejnoúhlé)

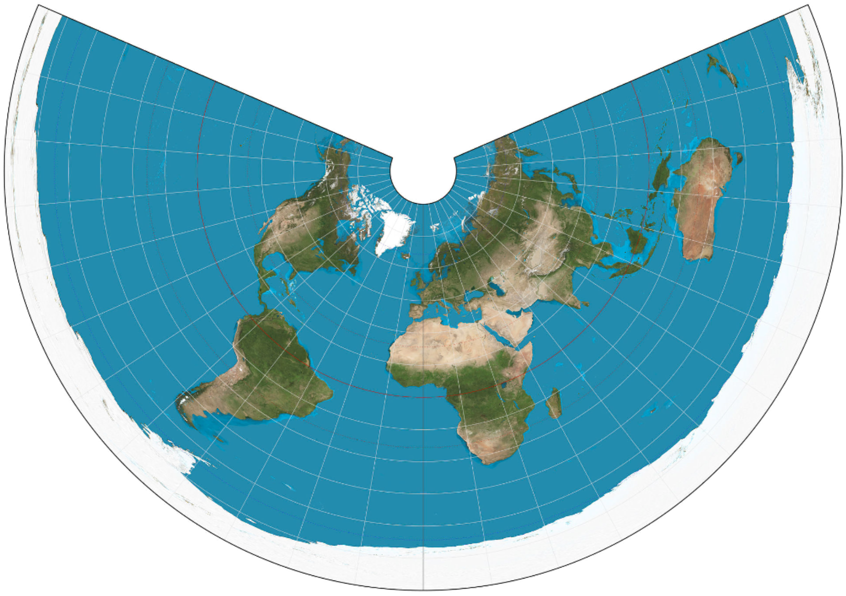
Libovolné dva směry procházející týmž bodem, svírají na mapě stejný úhel jako ve skutečnosti. Dostatečně malý útvar na globu se zobrazí do podobného útvaru v mapě – tzv. **podobnost v malém**. Od místa k místu se poměr podobnosti mezi originálem a obrazem mění.

Plochojevné (ekvivalentní, stejnoplochá) zobrazení

Plošné obsahy sférického obrazce a jeho rovinného obrazu v konstantním poměru velikostí. Nehledí se na podobnost.

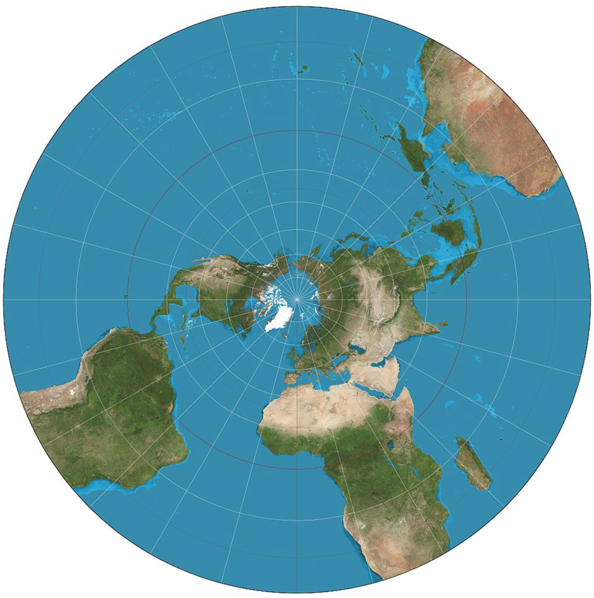
Neexistuje mapa současně úhlojevná a plochojevná. Existují mapy, které 2., 3. splňují jen přibližně.

Délkojevné zobrazení



Ptolemaiovo zobrazení (Ptolemaios, 1. stol. př.n.l.)
délkojevné podél poledníků, délkojevné dotykové rovnoběžky $\varphi°$, velmi používané pro geogr. mapy (40 % mapy ve školním atlase), zkreslení přibývá rychleji k pólu než k rovníku.

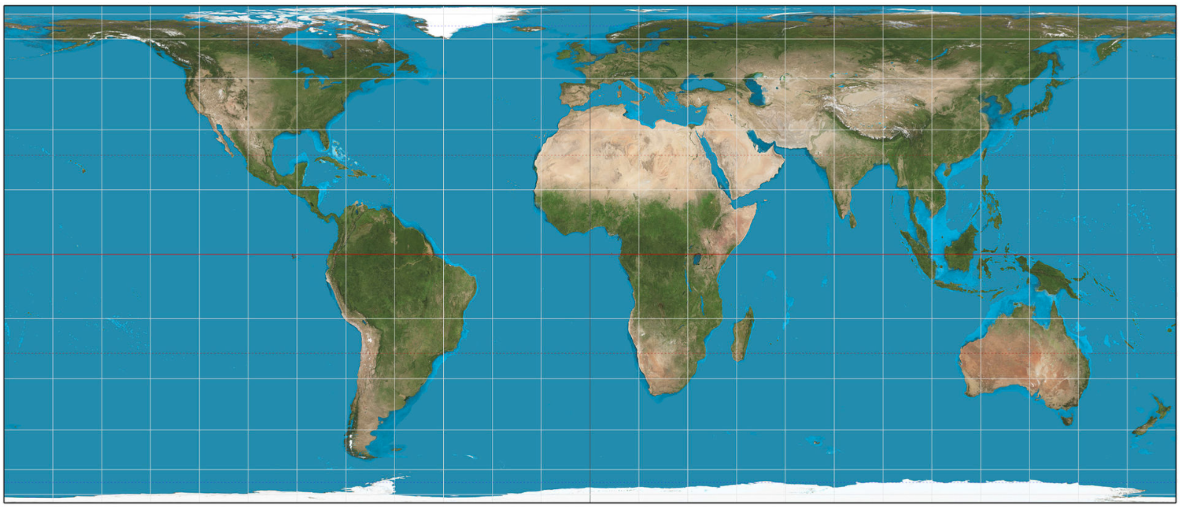
Úhlojevné zobrazení



Stereografické zobrazení (Hipparchos z Nikeje, 2. stol. př.n.l.)

všechny kružnice na glóbu se zobrazují opět jako kružnice, poloměr obrazu rovníku je 2r (poloměr polokoule), úhlojevné, užití v geodézii a astronomii

Plochojevné zobrazení



Behrmannovo zobrazení (W. Behrmann, 1909)

aplikace Lambertova zobrazení pro $\varphi^\circ = \pm 30^\circ$*, plochojevné, délkojevné podél* $\pm 30^\circ$

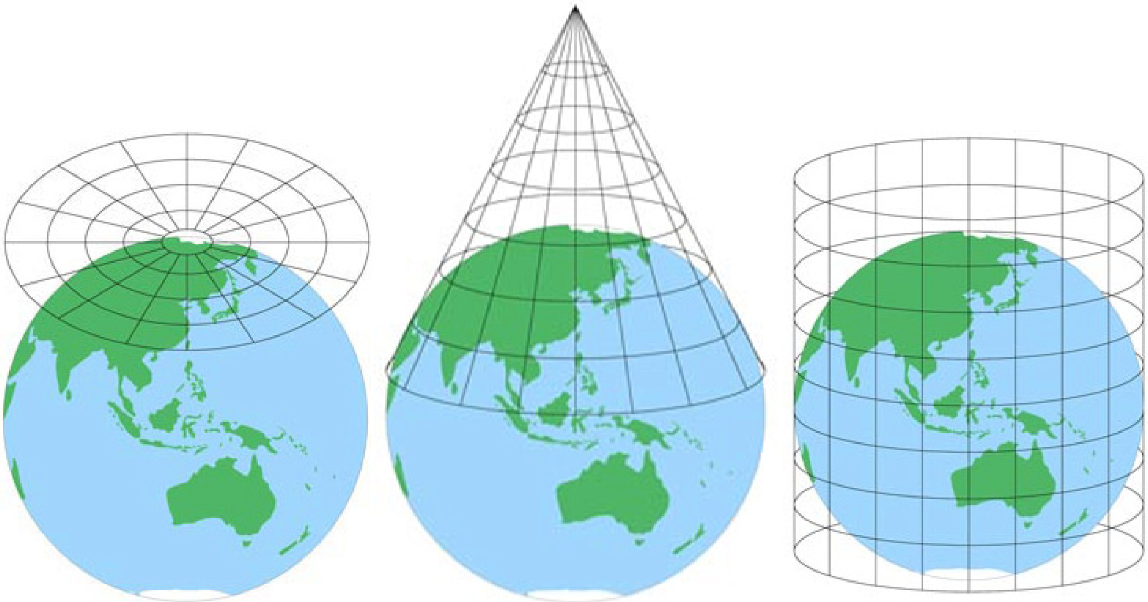
Základní kartografická zobrazení

Podle vzhledu zobrazovací plochy:

1. **Azimutální** – zobrazení na rovinu (do mapy), obvykle tečnou nebo procházející středem globu.
2. **Válcová** – zobrazení globu na rotační válcovou plochu. Osa válcové plochy prochází středem globu (válec tečný, případně protíná globus).
3. **Kuželová** – zobrazení globu na rotační kuželovou plochu. Osa kuželové plochy prochází středem globu (kuželová plocha tečná, případně protíná globus)

Ad 2., 3. následně se rozvinou do roviny.

Základní kartografická zobrazení

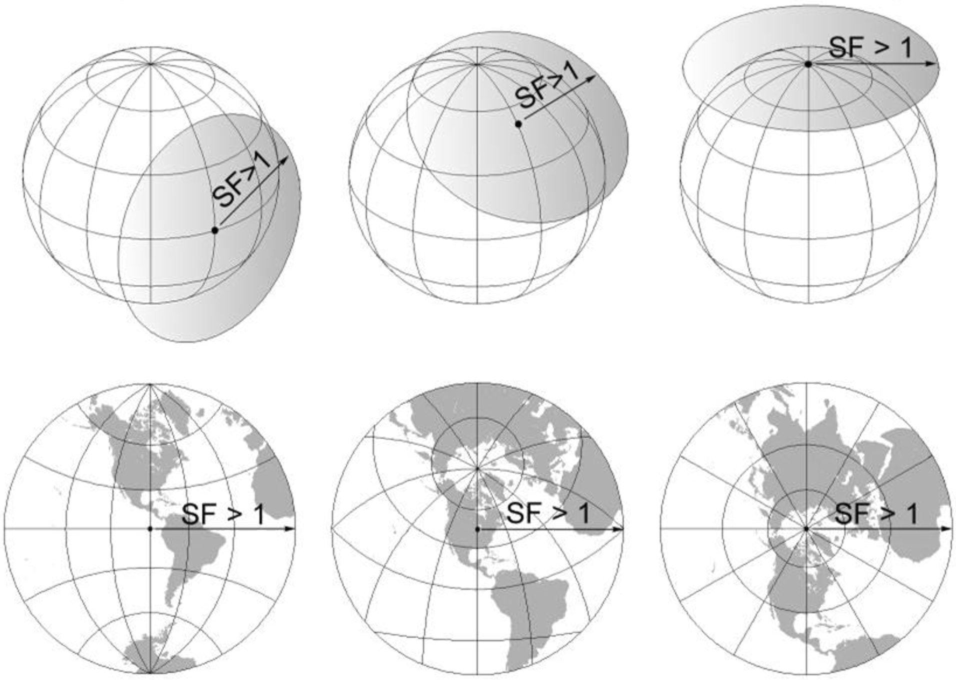


Základní kartografická zobrazení

Podle polohy plochy, na kterou globus zobrazujeme vzhledem k ose $P\overline{P}$:

1. **Polární** (normální) – normála roviny mapy, osa válce nebo osa kužele se ztotožňuje s osou globu.
2. **Rovníková** (ekvatoreální, transverzální) – normála roviny mapy, osa válce nebo osa kužele leží v rovině rovníku.
3. **Obecná** (horizontální) – obecná poloha k ose globu.

Základní kartografická zobrazení



Perspektivní azimutální zobrazení

Mapy odvozené středovým promítáním nazýváme **perspektivní**.

Perspektivní azimutální zobrazení

- Projekce globu na rovinu π ze středu promítání S.
- Střed S volíme na hlavním promítacím paprsku s procházejícím středem globu O.
- Průsečík s s globem značíme T.
- Průmětna π zpravidla tečná rovina globu v bodě T, případně s touto tečnou rovinou rovnoběžná (procházející středem O globu).
- Bod T v tečné rovině, resp. jeho průmět do roviny mapy nazveme **středem mapy**. Volíme jej za střed pravoúhlé souřadné soustavy v rovině mapy.

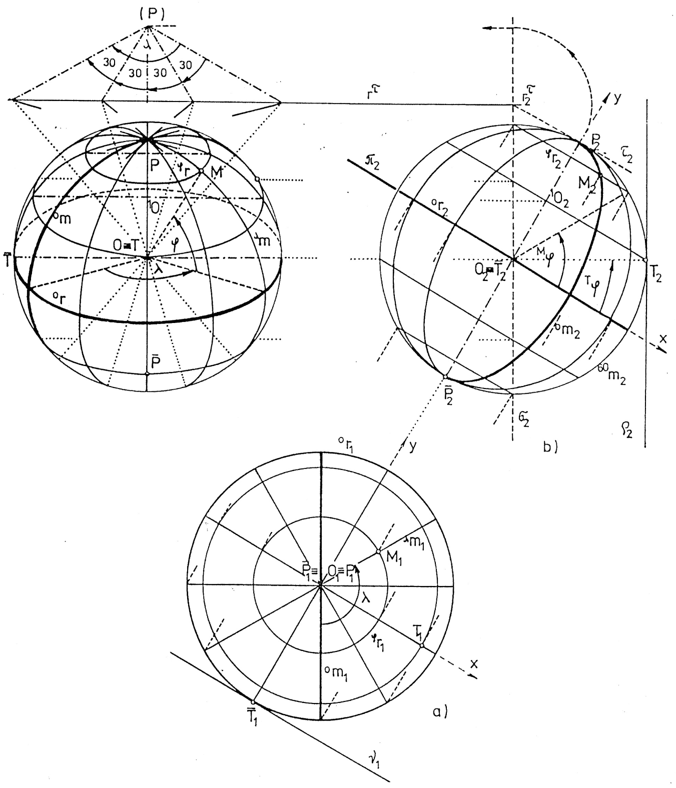
Perspektivní azimutální zobrazení

Pozorovatel je v tom poloprostoru, ve kterém není střed globu.

Podle polohy středu promítání na přímce s:

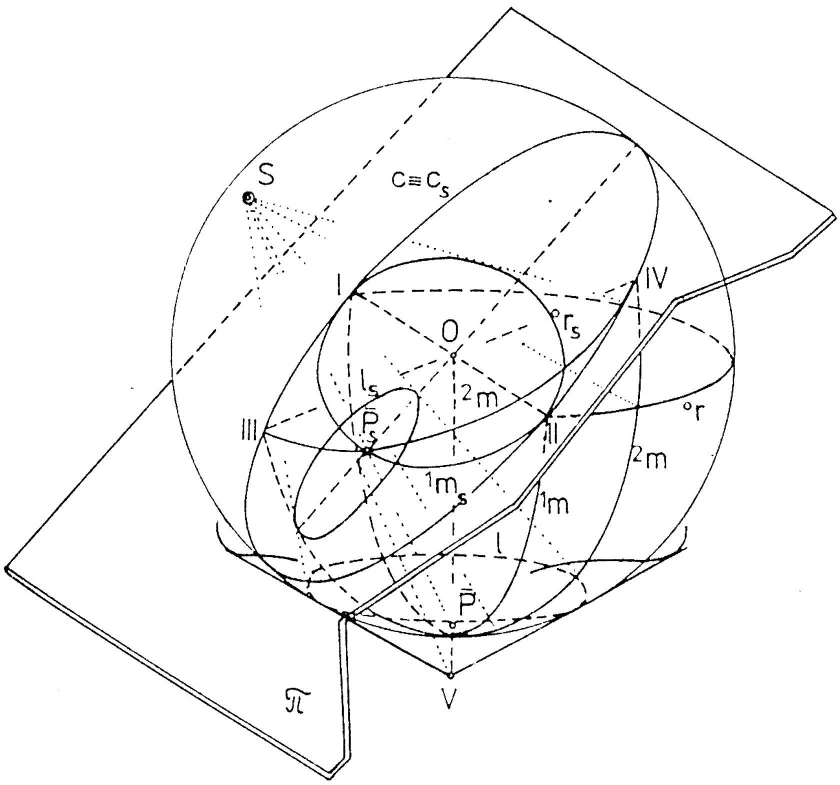
1. **Ortografická** – nevlastní bod přímky s (rovnoběžné promítání).
2. **Stereografická** – S bodem globu.
3. **Gnomonická** – S ve středu globu.
4. **Scenografická** – S vně globu.

Ortografická projekce



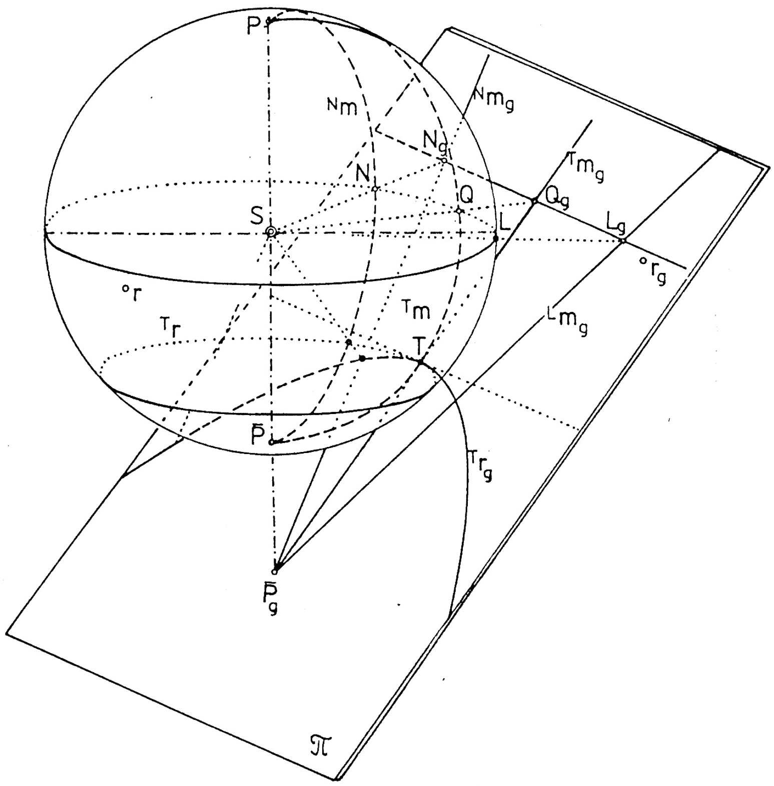
Ortografická projekce

Stereografická projekce



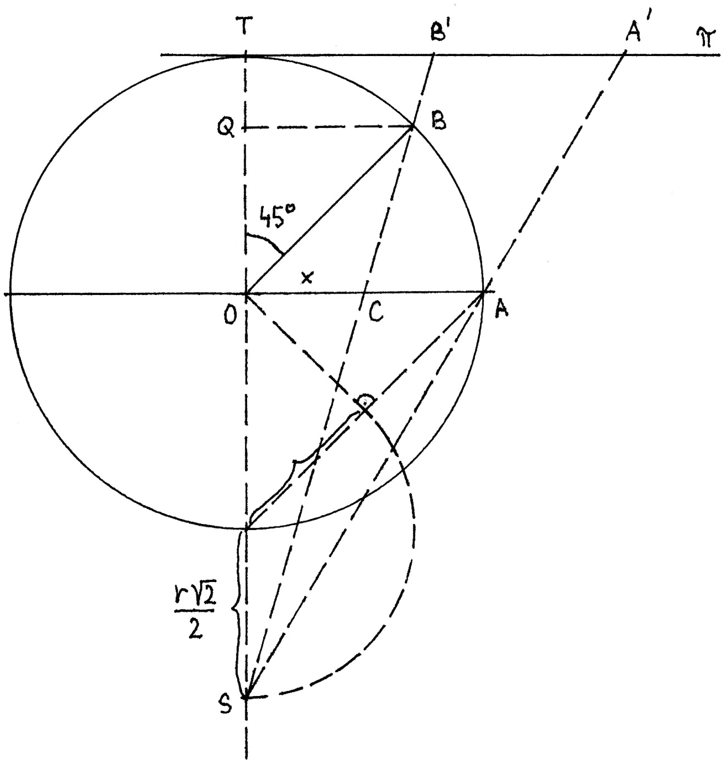
Stereografická projekce

Gnomonická projekce



Gnomonická projekce

Scenografická projekce

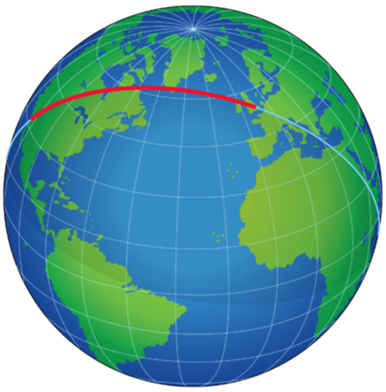


Scenografická projekce

Další významné křivky na referenčních plochách

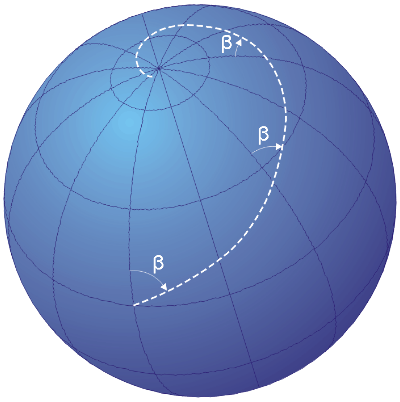
Ortodroma

Nejkratší spojnice dvou bodů na referenční kulové ploše, je částí hlavní kružnice v rovině OAB.



Loxodroma

Je křivka na referenční ploše, která protíná v celém svém průběhu poledníky pod stejným úhlem. Každá loxodroma s azimutem jiným než 0° , 90° , 180°, 270° vytváří na referenční ploše spirálu, která se neustále přibližuje zemskému pólu, ale teoreticky je nekonečně dlouhá.



Děkuji za pozornost!