

Příklad 2.2. Spočtěte derivaci funkce $f(x) = \frac{\pi}{\operatorname{tg} 2x}$.

Řešení.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\pi}{\operatorname{tg} 2x}\right)' &\stackrel{(1)}{=} \pi [(\operatorname{tg} 2x)^{-1}]' \\ &\stackrel{(2)}{=} -\pi (\operatorname{tg} 2x)^{-2} (\operatorname{tg} 2x)' \\ &\stackrel{(2)}{=} -\pi (\operatorname{tg} 2x)^{-2} \frac{1}{\cos^2 2x} (2x)' \\ &\stackrel{(3)}{=} -\frac{2\pi}{\sin^2 2x}. \end{aligned}$$

Byly použity následující vzorce a úpravy

(1) *Pravidlo pro derivování násobku konstantou*

$$(cf(x))' = cf'(x);$$

(2) *Pravidlo pro derivování složené funkce*

$$\begin{aligned} y(u) &= u^{-1} \\ u(x) &= \operatorname{tg} 2x \\ y(x) &= y(u(x)) = \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \\ y'(u) &= -u^{-2} \\ u'(x) &= \frac{2}{\cos^2 2x} \\ y'(x) &= y'(u) u'(x) = -\frac{1}{[u(x)]^2} \frac{2}{\cos^2 2x} = -\frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x} \frac{2}{\cos^2 2x}; \end{aligned}$$

(3)

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x} \frac{1}{\cos^2 2x} = \frac{\cos^2 2x}{\sin^2 2x} \frac{1}{\cos^2 2x} = \frac{1}{\sin^2 2x}.$$