

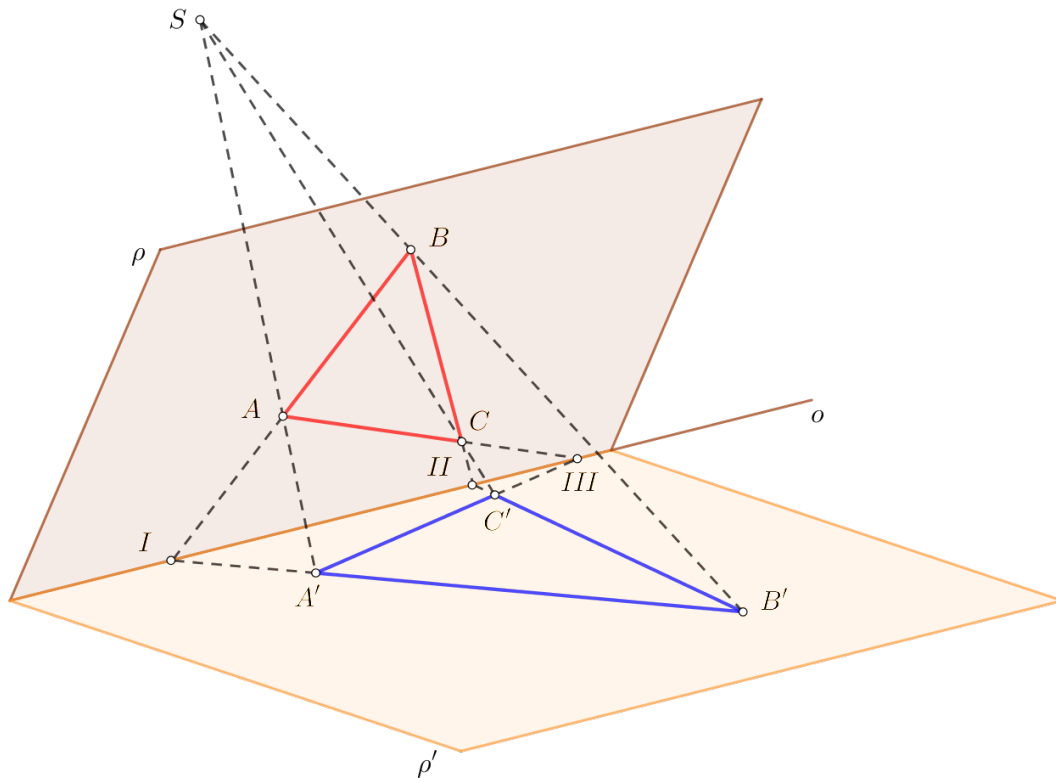
## VAC001 – Základy deskriptivní geometrie Perspektivní kolineace, perspektivní afinita.

Mgr. et Mgr. JAN ŠAFAŘÍK, Ph.D.

Fakulta stavební VUT v Brně

### Perspektivní kolineace

Je dána trojboká jehlanová plocha s vrcholem  $S$  a dvě různoběžné roviny  $\rho$  a  $\rho'$ . Rovina  $\rho$  protíná jehlanovou plochu v trojúhelníku  $ABC$  a rovina  $\rho'$  protíná jehlanovou plochu v trojúhelníku  $A'B'C'$ . Pokud  $\triangle ABC$  promítneme z bodu  $S$  do roviny  $\rho'$ , získáme  $\triangle A'B'C'$ . Máme zobrazení bodů a přímek roviny  $\rho$  do bodů a přímek roviny  $\rho'$ , ve kterém platí stejně jako v afinitě, že odpovídající si přímky se protínají na průsečnici rovin  $\rho$  a  $\rho'$ .



## Definice

Nechť jsou dány dvě různé vlastní roviny  $\rho$  a  $\rho'$  a vlastní bod  $S$  neležící v žádné z daných rovin. Středovým promítáním ze středu  $S$  se body a přímky roviny  $\rho$  zobrazí do bodů a přímek roviny  $\rho'$ . Toto zobrazení se nazývá **perspektivní kolineace** (dále jen kolineace) mezi rovinami  $\rho$  a  $\rho'$ . Průsečnice rovin  $\rho$  a  $\rho'$  se nazývá **osa kolineace**, bod  $S$  se nazývá **střed kolineace**. Kolineace je jednoznačně určena středem  $S$  a rovinami  $\rho$  a  $\rho'$ .

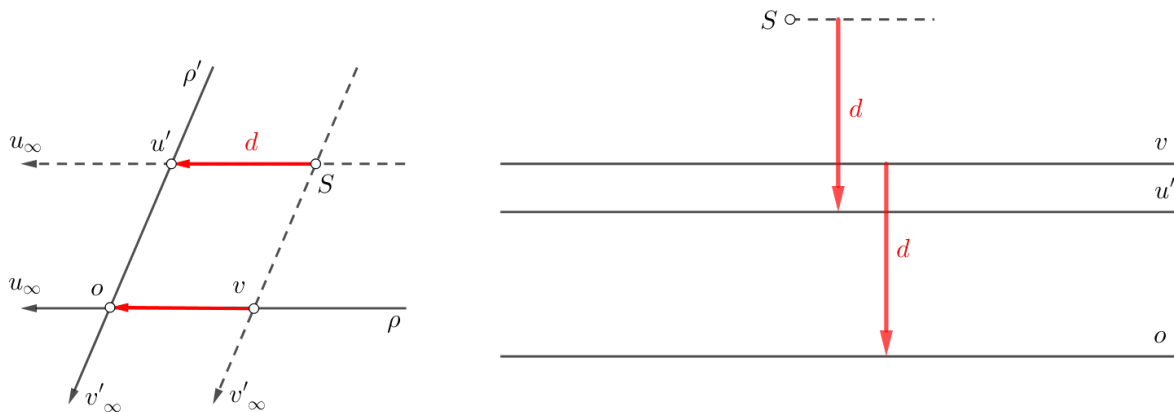
## Základní vlastnosti kolineace:

- Bodu (přímce) jedné roviny je přiřazen jediný bod (jediná přímka) druhé roviny. Bodu  $A$  ležícímu na přímce  $a$  v rovině  $\rho$  je přiřazen bod  $A'$  na přímce  $a'$  v rovině  $\rho'$ , přičemž  $a'$  je obrazem přímky  $a$  (incidence se zachovává).
- Dvojice kolineárně sdružených bodů leží na přímkách procházejících středem kolineace (tyto přímky nazýváme paprsky kolineace).
- Kolineárně sdružené přímky se protínají na ose kolineace. Osa kolineace je množina samodružných bodů.

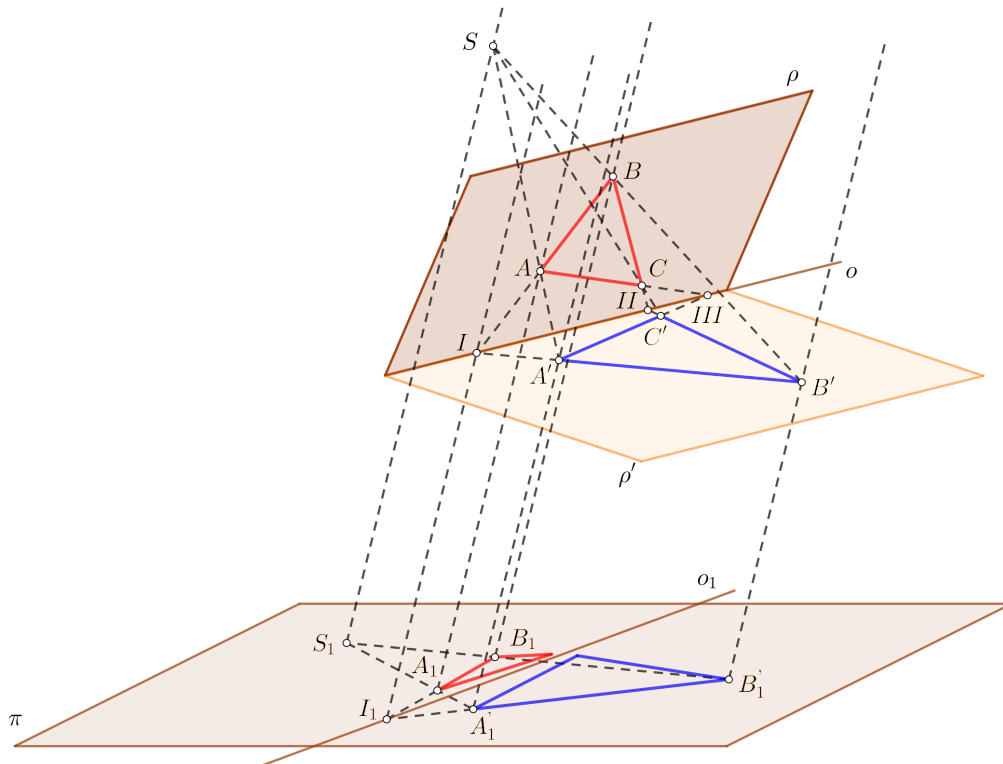
## Označení:

- $A \rightarrow A'$  bude vyjadřovat, že obrazem bodu  $A$  je bod  $A'$ .
- $A \leftrightarrow A'$  bude vyjadřovat, že  $A$  a  $A'$  jsou kolineárně sdružené body.
- $p \leftrightarrow p'$  bude vyjadřovat, že  $p$  a  $p'$  jsou kolineárně sdružené přímky.
- **Úběžník přímky** – obraz nevlastního bodu, je to vlastní bod.
- **Úběžnice roviny** – obraz nevlastní přímky roviny, je to množina úběžníků všech přímek roviny.

- Orientovaná vzdálenost středu kolineace od úběžnice jedné roviny je rovna orientované vzdálenosti úběžnice druhé roviny od osy kolineace.



Promítneme-li ve směru  $s^*$ , který není rovnoběžný s žádnou z rovin  $\rho$  a  $\rho'$ , kolineaci mezi rovinami  $\rho$  a  $\rho'$  do libovolné roviny  $\pi$  (která není rovnoběžná se směrem  $s^*$ ), získáme zobrazení nazývané **perspektivní kolineace v rovině**, dále jen kolineace.

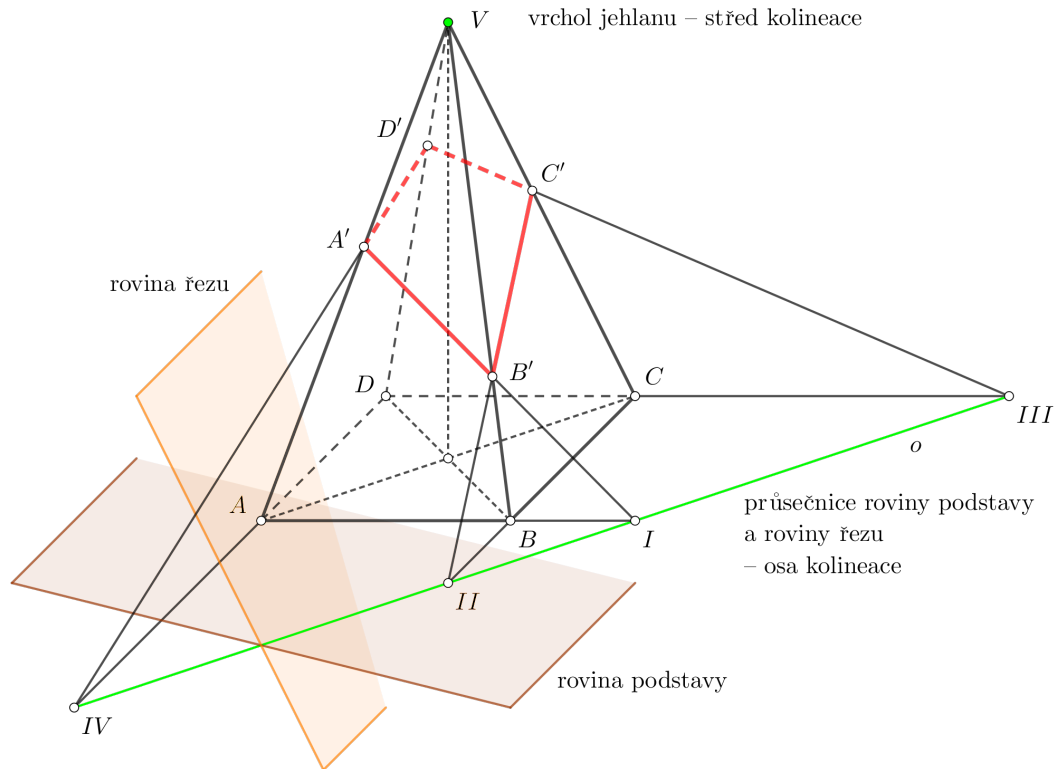


## Užití kolineace

Kolineaci budete využívat při sestrojování rovinných řezů jehlanů a kuželů. Mezi podstavou a řezem je kolineární vztah, osou kolineace je průsečnice roviny podstavy a roviny řezu, středem kolineace je vrchol tělesa.

## Postup při sestrojení řezu jehlanu nebo kužele:

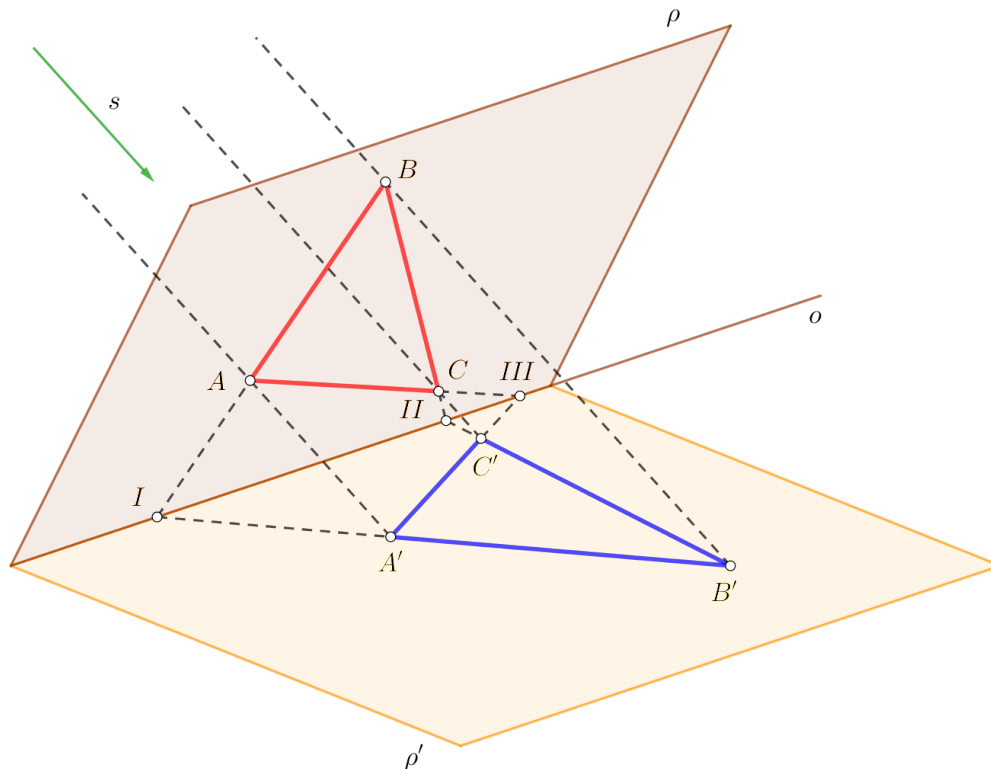
1. Určíme jeden bod řezu jako průsečík libovolné povrchky (nebo osy tělesa) s rovinou řezu.
2. Využitím vlastností kolineace určíme čáru řezu jako křivku kolineární ke křivce podstavy (osa kolineace: průsečnice roviny podstavy a roviny řezu, pár odpovídajících si bodů: nalezený bod řezu a bod podstavy na téže povrchové přímce).



# Perspektivní afinita

Je dána trojboká hranolová plocha, jejíž hrany  $a, b, c$  jsou rovnoběžné s daným směrem  $s$ . Dále jsou dány roviny  $\rho$  a  $\rho'$ , které se protínají v přímkce  $o$ . Rovina  $\rho$  protíná hranolovou plochu v  $\triangle ABC$ , rovina  $\rho'$  protíná hranolovou plochu v  $\triangle A'B'C'$ ,  $a(A, A') \parallel b(B, B') \parallel c(C, C') \parallel s$ .

$\alpha(a, b)$  je rovina stěny hranolové plochy. V této rovině leží jak přímka  $AB = \rho \cap \alpha$ , tak přímka  $A'B' = \rho' \cap \alpha$ . Průsečík přímek  $AB$  a  $A'B'$  (na obrázku označen  $I$ ) musí ležet na průsečnici  $o$  rovin  $\rho$  a  $\rho'$ , protože je to společný bod tří rovin  $\rho, \rho', \alpha$ . Můžeme také říci, že  $\triangle A'B'C'$  vznikl promítnutím  $\triangle ABC$  směrem  $s$  do roviny  $\rho'$ .



## Definice

Nechť jsou dány dvě různé vlastní roviny  $\rho$  a  $\rho'$  a směr promítání  $s$ , který není rovnoběžný s žádnou z daných rovin. Rovnoběžným promítáním ve směru  $s$  se body a přímky roviny  $\rho$  zobrazí do bodů a přímek roviny  $\rho'$ . Získáme tak geometrické zobrazení v prostoru nazývané **perspektivní afinita** (dále jen afinita) mezi rovinami  $\rho$  a  $\rho'$ . Průsečnice rovin  $\rho$  a  $\rho'$  se nazývá **osa afinity**, směr  $s$  nazýváme **směr afinity**.

## Základní vlastnosti finity:

- Bodu (přímce) jedné roviny je přiřazen jediný bod (jediná přímka) druhé roviny. Bodu  $A$  ležícímu na přímce  $a$  v rovině  $\rho$  je přiřazen bod  $A'$  na přímce  $a'$  v rovině  $\rho'$ , přičemž  $a'$  je obrazem přímky  $a$  (incidence se zachovává).
- Dvojice afinně sdružených bodů leží na přímkách rovnoběžných se směrem afinity (tyto přímky budeme nazývat paprsky afinity).
- Afinně sdružené přímky se protínají na ose afinity. Osa afinity je množina samodružných bodů.

## Další důležité vlastnosti afinity:

- Nevlastní přímce jedné roviny odpovídá nevlastní přímka druhé roviny.
- Dvě rovnoběžné přímky se zobrazí do rovnoběžných přímek.
- Průsečíku  $M$  různoběžných přímek  $p, q$  odpovídá průsečík  $M'$  odpovídajících přímek  $p', q'$ .
- Afinita zachovává (jako každé rovnoběžné promítání) dělicí poměr i dvojpoměr.
- Středu  $S$  úsečky  $AB$  odpovídá střed  $S'$  úsečky  $A'B'$  (důsledek předcházející vlastnosti).



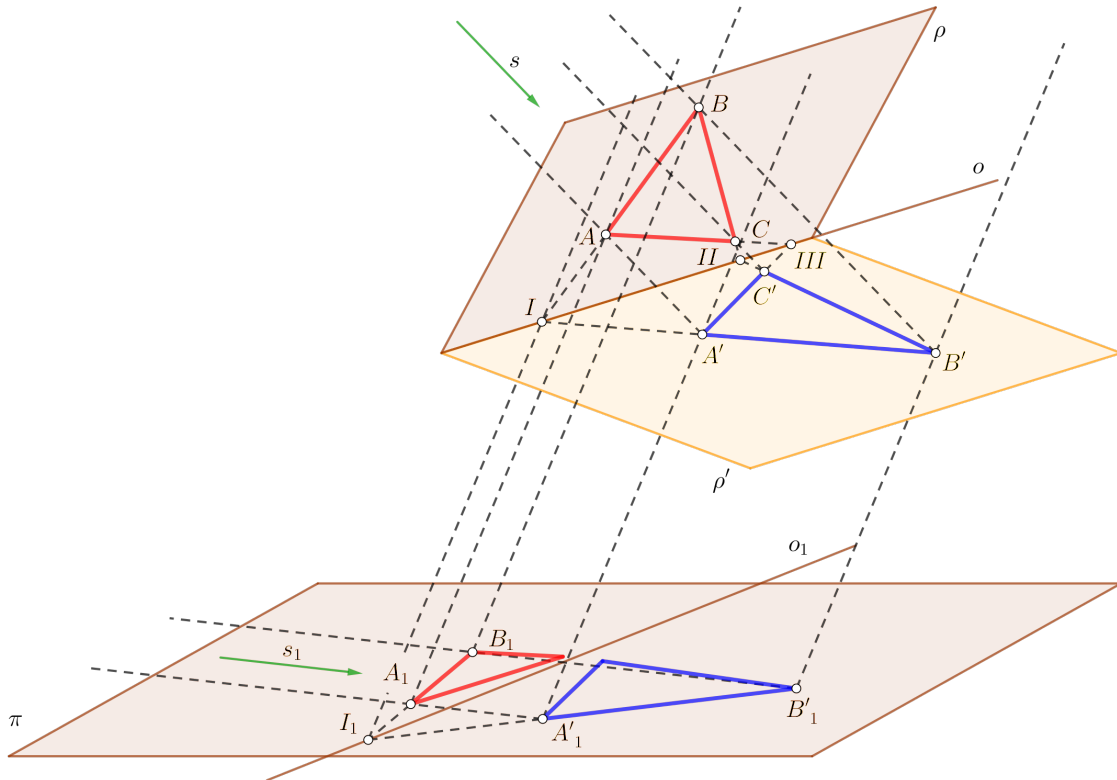
## Označení:

- $A \rightarrow A'$  bude vyjadřovat, že obrazem bodu  $A$  je bod  $A'$ .
- $A \leftrightarrow A'$  bude vyjadřovat, že  $A$  a  $A'$  jsou afinně sdružené body.
- $p \leftrightarrow p'$  bude vyjadřovat, že  $p$  a  $p'$  jsou afinně sdružené přímky.

## Afinita je dána:

- osou  $o$  a párem odpovídajících si bodů  $A, A'$ ; směr afinity je pak určen přímkou  $AA'$ ;
- osou  $o$ , směrem  $s$  a párem odpovídajících si přímek  $p, p'$  protínajících se na ose afinity;
- třemi páry afinně sdružených bodů, kde  $AA' \parallel BB' \parallel CC'$ .

Promítneme-li afinitu o směru  $s$  mezi rovinami  $\rho$  a  $\rho'$  libovolným směrem  $s^*$  různým od  $s$  ( $s^*$  není rovnoběžný s  $\rho$  ani s  $\rho'$ ) do libovolné roviny (která není rovnoběžná se směrem  $s^*$ ), získáme geometrické zobrazení nazývané **perspektivní afinita** v rovině (dále jen afinita).

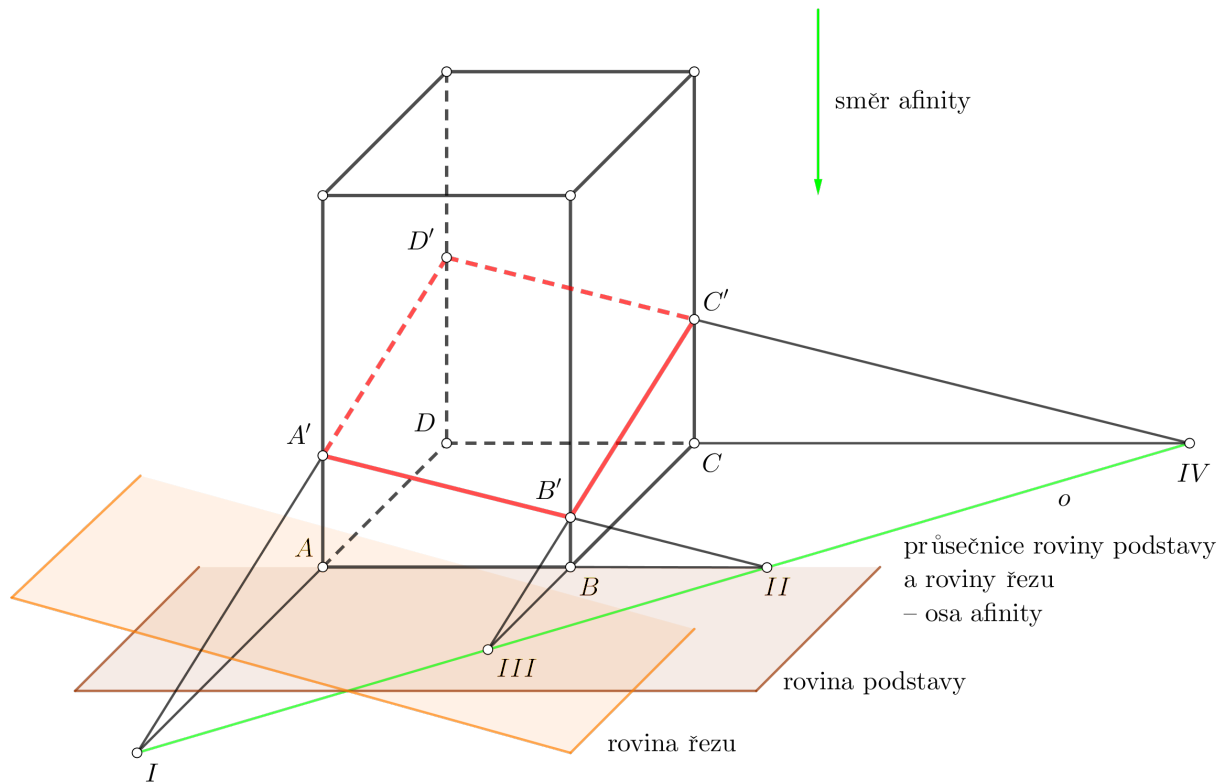


## Užití afinity

Afinitu budete využívat při sestrojování rovinných řezů hranolů a válců. Mezi podstavou a řezem je afinní vztah, osou afinity je průsečnice roviny podstavy a roviny řezu, směr afinity je směr povrchových přímek tělesa (všechny povrchové přímky hranolu, resp. válce jsou rovnoběžné).

## Postup při sestrojení řezu hranolu nebo válce:

1. Určíme jeden bod řezu jako průsečík libovolné povrchky (případně boční hrany hranolu) nebo osy tělesa s rovinou řezu.
2. Využitím vlastností afinity určíme čáru řezu jako křivku afinní ke křivce podstavy (osa afinity: průsečnice roviny podstavy a roviny řezu, pár odpovídajících si bodů: nalezený bod řezu a bod podstavy na téže povrchové přímce).



## Děkuji za pozornost!

