Vysoké učení technické v Brně **Stavební fakulta**

ÚSTAV MATEMATIKY A DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

Matematika 0A1

Cvičení, zimní semestr

Samostatné výstupy

Jan Šafařík

Brno

Obsah

1. Výstup č.1

Elementární úpravy matice, hodnost matice.

viz Jirásek, F. - Kriegelstein, E. - Tichý, Z.: *Sbírka řešených příkladů z matematiky I*, SNTL/ALFA, Praha 1987. *Příklad 2.8, str.84*.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \\ 7 & -8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \\ 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$$

Pozn.: Lze s výhodou využít vlastnosti, že $h(A) = h(A^T)$

[$h(A) = 3$]

2. Výstup č.2a

Gaussova eliminační metoda

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.o, str.67.*

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr}
x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & - & 4x_4 & + & 2x_5 & = & -2 \\
x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & & & - & x_5 & = & -3 \\
x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & - & 3x_4 & & & = & 10 \\
 & & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & - & 2x_5 & = & -5 \\
2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & + & x_4 & + & 4x_5 & = & 1
\end{array}$$

[řešení neexistuje]

3. Výstup č.2b

Determinanty druhého a třetího řádu.

- Na příkladě dvou lineárních rovnic o dvou neznámých ukázat řešení soustav lineárních rovnic pomocí determinantů - Cramerovy vzorce.

$$x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$$

$|A|$ ... determinant soustavy,
$|A_i|$ ... determinant, kde i-tý sloupec nahradíme sloupcem pravých stran rovnic soustavy.

viz Novotný J.: *Matematika I4 - Lineární algebra*, CERM, FAST VUT Brno 1995. *Příklad 1, str.30.*

$$\begin{array}{rcrcr}
2x_1 & - & 3x_2 & = & 3 \\
x_1 & + & 6x_2 & = & 4
\end{array}$$

[$(2; \frac{1}{3})$]

- Řešení determinantů druhého a třetího řádu pomocí *Sarussova pravidla.*

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.4, str.60.*

$$A = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & 6 \end{vmatrix}.$$

[90]

4. Výstup č.3

Determinanty n-tého řádu, rozvoj determinantu podle řádku nebo sloupce. Pravidla pro počítání s determinanty.

viz Jirásek, F. - Kriegelstein, E. - Tichý, Z.: *Sbírka řešených příkladů z matematiky I*, SNTL/ALFA, Praha 1987. *Příklad 2.33b, str.109.*

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 4 & 8 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 9 & 6 & 9 & 7 \\ 2 & 6 & 5 & 3 & 6 \\ 4 & 12 & 7 & 12 & 9 \end{vmatrix}$$

[18]

5. Výstup č.4a

Cramerovo pravidlo pro řešení systému lineárních algebraických rovnic.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.f, str.67.*

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 5 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & 11 \end{array}$$

[$(2; -2; 3)$]

6. Výstup č.4b

Inverzní matice.

Jordanova metoda výpočtu. Výpočet pomocí adjungované matice.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.e, str.64.*

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -9 & 5 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

[$A^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & -42 & -1 \\ 1 & -5 & 0 \\ -7 & 33 & 1 \end{pmatrix}$]

7. Výstup č.5a

Maticové rovnice.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 4.b, str.65.*

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} A \cdot X \cdot B &= C && / \ \cdot B^{-1} \text{ zprava} \\ A \cdot X &= C \cdot B^{-1} && / \ \cdot A^{-1} \text{ zleva} \\ X &= A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1} \end{aligned}$$

[$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$]

8. Výstup č.5b

Lineární závislost a nezávislost aritmetických vektorů.

viz Jirásek, F. - Kriegelstein, E. - Tichý, Z.: *Sbírka řešených příkladů z matematiky I*, SNTL/ALFA, Praha 1987. *Příklad 2.71b, str.147.*

(1) Zjistěte, zda jsou dané vektory lineárně závislé.
$\vec{a}(3; -8; 1)$,$\vec{b}(-6; 16; -2)$.

[lineárně závislé]

(2) Zjistěte, zda jsou dané vektory lineárně závislé.
$\vec{a}(3; 0; 1; 0)$, $\vec{b}(0; 3; 0; 1)$, $\vec{c}(0; 1; 0; 3)$, $\vec{d}(1; 0; 3; 0)$.

[lineárně nezávislé]

9. Výstup č.6

Vlastní čísla a vlastní vektory čtvercové matice.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.a, str.71.*

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

[$\lambda_1 = 1$, $(4s; -s)^T$; $\lambda_2 = -2$, $(t; -t)^T$]

10. Výstup č.7a

Skalární a vektorový součin vektorů.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 12, str.86.*

Spočtěte obsah rovnoběžníka $ABCD$, kde $A[4;-3;6]$, $B[0;1;0]$, $D[-2;-2;2]$.

[$P = 30$]

11. Výstup č.7b

Smíšený součin vektorů.

viz Jirásek, F. - Kriegelstein, E. - Tichý, Z.: *Sbírka řešených příkladů z matematiky I*, SNTL/ALFA, Praha 1987. *Příklad 2.63, str.143.*

Vypočtěte objem čtyřstěnu s vrcholy $A[2;4;5]$, $B[1;0;0]$, $C[0;2;0]$, $D[0;0;3]$.

[$V = \frac{1}{6}|[\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}]| = \frac{14}{3}$]

12. Výstup č.8a

Rovina v $\mathbb{E}_3$.

- rovnice roviny (obecná, parametrická, úseková)
- vzdálenost bodu od roviny
- úhel rovin
- vzájemná poloha rovin

viz Horňáková, D.: *Matematika I6 - Analytická geometrie*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
Příklad 1.4.1, str.16.

Najděte rovnici roviny jdoucí počátkem a body $A[3;-2;1]$, $B[1;4;0]$.

[$4x - y - 14z = 0$]

13. Výstup č.8b

Přímka v $\mathbb{E}_3$.

- rovnice přímky (parametrická, jako průsečnice dvou rovin)
- vzdálenost bodu od přímky
- úhel přímek

viz Horňáková, D.: *Matematika I6 - Analytická geometrie*, CERM, FAST VUT Brno 1995.
Příklad 1.7.3, str.27.

Najděte kolmý průmět bodu $A[4;-3;1]$ na rovinu $\rho : x + 2y - z - 3 = 0$.

[$B[5;-1;0]$]

14. Výstup č.9

Následující cvičení se píše první zápočtová písemka, proto nebude zadán žádný výstup. Místo toho se řádně `:-)` připravujte na písemku.

15. Výstup č.10

Reálná funkce jedné reálné proměnné, explicitní a parametrické zadání funkce. Základní vlastnosti funkcí. Složená a inverzní funkce.

- Základní vlastnosti funkcí
  - omezenost
  - monotonie
  - sudost, lichost
  - periodicita
  - prostá funkce
  - inverzní funkce
  - složená funkce
- Ukázka pojmů na konkrétních příkladech.

viz Tryhuk, V.: *Matematika I2 - Reálná funkce jedné reálné promenné*, CERM, FAST VUT Brno 1994.

16. Výstup č.11

Polynom, rozklad polynomu v komplexním a reálném oboru. Znaménko polynomu.

viz Tryhuk, V.: *Matematika I2 - Reálná funkce jedné reálné promenné*, CERM, FAST VUT Brno 1994. *Příklad 5, str.27.*

Zjistěte, zda má polynom $f : y = x^5 - x^4 - 15x^3 + 5x^2 + 34x - 24$ celočíselné kořeny.

K hledání kořenů použijte Hornerovo schema.

[$f : y = (x-1)^2(x-4)(x+2)(x+3)$]

17. Výstup č.12

Vlastní čísla a vlastní vektory čtvercové matice.Racionální funkce, znaménko racionální funkce.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.15 a 1.27, str.7.*

Určete znaménko $\mathrm{sgn} f(x)$ funkce f.

a) $f(x) = \dfrac{x^6 - 4}{x^2 - 4x + 4}$ $\qquad \mathrm{sgn} f(x) = \begin{cases} + & (-\infty; -\sqrt[3]{2}) \cup (\sqrt[3]{2}; \infty) \\ - & (-\sqrt[3]{2}; \sqrt[3]{2}) \end{cases}$

b) $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 + x}{x^6 + 4}$ $\qquad \mathrm{sgn} f(x) = \begin{cases} - & (-\infty; 0) \\ + & (0; \infty) \end{cases}$

18. Výstup č.13

Rozklad racionální funkce v parciální zlomky.

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 1*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta/skripta.pdf.
Příklad 13, str.122.

Rozložte racionální funkci na součet parciálních zlomků nebo na součet polynomu a parciálních zlomků.

$$y = \frac{x^2}{x^4 - 1}$$

$$[\ \frac{x^2}{x^4 - 1} = \frac{\frac{1}{4}}{x - 1} - \frac{\frac{1}{4}}{x + 1} + \frac{\frac{1}{2}}{x^2 + 1}\ ]$$

19. Výstup č.14

Limita a spojitost funkce.

- definice pojmu limita (viz přednáška)
- vlastnosti limit, věty o limitách (viz přednáška)

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.13, 1.4, 2.1, 2.9 a 3.11, str.13-14.*

Vypočtěte limity funkcí:

a) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x^3}-8}$ $\quad$ [$\dfrac{1}{12}$]

$\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}$ $\quad$ [$-\dfrac{2}{5}$]

b) $\lim\limits_{x\to 0} \arccos \dfrac{2x}{1+x^2}$ $\quad$ [$\dfrac{\pi}{2}$]

$\lim\limits_{x\to 1} \operatorname{tg} \dfrac{2x^2-3x-1}{5x^2-6x+1}\pi$ $\quad$ [1]

c) $\lim\limits_{x\to \pi/2} \dfrac{x}{\cos x}$ $\quad$ [neexistuje]

20. Výstup č.15

Derivace, pravidla pro derivování, derivace elementárních funkcí

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.2, str.20.*

S použitím definice derivace určete derivaci $f'(x)$ funkce.

$$f(x) = \frac{x-1}{3x^2}$$

$$[\ \mathcal{D}(f) = \mathbb{R}, f'(x) = \frac{2-x}{3x^3}, \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)\ ]$$

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 2.2, str.20.*

Určete derivaci $f'(x)$.

$$f(x) = 2x^3 - \frac{5}{3x^2} + 3 - 4\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}$$

$$[\ \mathcal{D}(f) = (0; \infty), f'(x) = 6x^2 + \frac{10}{3x^3} - \frac{8}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{8x\sqrt[4]{x}}, \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)\ ]$$

21. Výstup č.16a

Derivace složené funkce.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 5.5, 5.6, str.22.*

a) $f(x) = \sqrt{2\cos x - 1}$

[$\mathcal{D}(f) = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\langle -\frac{\pi}{3}+2k\pi, \frac{\pi}{3}+2k\pi\rangle, f'(x) = -\frac{\sin x}{\sqrt{2\cos x-1}}, \mathcal{D}(f') = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\langle -\frac{\pi}{3}+2k\pi, \frac{\pi}{3}+2k\pi\rangle$]

b) $f(x) = 5^{x^2-2x+1}$

[$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}, f'(x) = 2(x-1)(\ln 5)5^{x^2-2x+1}, \mathcal{D}(f') = \mathcal{D}(f)$]

22. Výstup č.16b

Geometrický význam derivace (Rovnice tečny a normály ke grafu funkce)

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.1, str.32.*

Najděte tečny t a normály n ke grafu funkce $y = f(x)$.

$f(x) = x^2 + 4x + 1$ v bodě $A[0; ?]$

[$t: 4x - y + 1 = 0; n: x + 4y - 4 = 0$]

23. Výstup č.17

Následující cvičení se píše druhá zápočtová písemka, proto nebude zadán žádný výstup. Místo toho se opět řádně připravujte na písemku. Nezapomeňte, že čím více získáte bodů v písemkách, tím máte lepší odrazový můstek k získání zápočtu. Navíc se vám body ze cvičení budou započítávat i do celkového hodnocení zkoušky.

24. Výstup č.18a

Diferenciál funkce, výpočet diferenciálů vyšších řádů.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 1.1, str.33.*

Najděte přírůstek funkce $\triangle f$ a diferenciál df v čísle x_0 pro přírůstek $\triangle x$.

$f(x) = x^3 - 4x^2 - 10x - 12$, $x_0 = 0$, $\triangle x = 0.2$

[$\triangle f = -2.152$, $df(x_0) = -2$]

25. Výstup č.18b

Taylorův polynom.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 2.2, str.35.*

Napište následující funkci užitím Taylorova polynomu n-tého stupně v okolí bodu x_0.

$f(x) = \ln x$, $x_0 = 4$, $n = 3$

[$T_3(x) = \ln 4 + \dfrac{x-4}{4} - \dfrac{(x-4)^2}{32} + \dfrac{(x-4)^3}{192}$]

26. Výstup č.19a

L'Hospitalovo pravidlo.

viz Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000. *Příklad 5.1, 5.3, str.16.*

Vypočtěte s použitím L'Hospitalova pravidla:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x^3-2x^2+2x-1}$ [2]

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^{2x}}{x^3}$ [∞]

27. Výstup č.19b

Asymptoty grafu funkce.

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 1*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta/skripta.pdf.
Příklad 38b, str.148.

Najděte všechny asymptoty ke grafu funkce.

$y = \dfrac{x}{2x-1} + x$ [$y = x + \dfrac{1}{2}$; $x = \frac{1}{2}$]

28. Výstup č.20

Na následující cvičení nebude zadán žádný samostatný výstup. Bude se probírat látka týkající se průběhu funkce. Všichni si nastudujte potřebný teoretický základ ze cvičení. Budu vyvolávat a kontrolovat znalost potřebných pojmu a postupů.

29. Výstup č.21a

Neurčitý integrál.

Integrace úpravou.

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.
Příklad 3a, 3b, 3c, str.10.

Vypočítejte integrály:

a) $\displaystyle\int (6x^5 - 2x^3 + 11x^2 + 3)\ dx$ $\qquad [\ x^6 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{11}{2}x^3 + 3x + C\ ]$

b) $\displaystyle\int \frac{3x^2 + 4x + 2}{5x}\ dx$ $\qquad [\ \frac{3}{10}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{2}{5}\ln|x| + C\ ]$

c) $\displaystyle\int (3\sin x - 2\cosh x)\ dx$ $\qquad [\ -3\cos x - 2\sinh x + C\ ]$

30. Výstup č.21b

Integrace metodou substituce.

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.
Příklad 7g, str.14.

Vypočítejte neurčitý integrál:

$\displaystyle\int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x}\ dx$ $\qquad [\ \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} + C\ ]$

31. Výstup č.22

Integrace metodou per-partes.

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.
Příklad 8b, 8c, str.18.

Vypočítejte integrály:

a) $\int 2x^3 \ln x \; dx$ $\qquad$ $[\ \frac{x^4}{2} \ln x - \frac{x^4}{8} + C\ ]$

b) $\int 3x \cos 5x \; dx$ $\qquad$ $[\ \frac{3}{5} x \sin 5x + \frac{3}{25} \cos 5x + C\ ]$

32. Výstup č.23

Integrace racionální funkce.

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.
Příklad 13, str.25.

Vypočítejte integrál:

$$\int \frac{3x-1}{x^2+4x+10}\,dx \qquad \left[\ \frac{3}{2}\ln(x^2+4x+10)-\frac{7}{\sqrt{6}}\operatorname{arctg}\frac{x+2}{\sqrt{6}}+C\ \right]$$

33. Výstup č.24a

Integrace iracionálních funkcí.

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.
Příklad 20, str.32.

Vypočítejte integrál:

$$\int \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}\,dx \qquad \left[\ 12\left(\frac{\sqrt[12]{x^9}}{9}-\frac{\sqrt[12]{x^7}}{7}+\frac{\sqrt[12]{x^5}}{5}-\frac{\sqrt[12]{x^3}}{3}+\sqrt[12]{x}-\operatorname{arctg}\sqrt[12]{x}\right)+C\ \right]$$

34. Výstup č.24b

Integrace goniometrických funkcí.

Užití substitucí pro inegrál typu $\int R(\sin x, \cos x)\,dx$

- je-li $\int R(\sin x, \cos x)\,dx$ lichá vzhledem k $u = \sin x$, platí $R(u, v) = -R(-u, v)$, použijeme substituci $\cos x = t$
- je-li $\int R(\sin x, \cos x)\,dx$ lichá vzhledem k $u = \cos x$, platí $R(u, v) = -R(u, -v)$, použijeme substituci $\sin x = t$
- je-li $\int R(\sin x, \cos x)\,dx$ sudá vzhledem k oběma, platí $R(u, v) = R(-u, -v)$, použijeme substituci $\operatorname{tg} x = t$
- univerzální substituce $\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} = t$

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.
Příklad 17, str.29.

Vypočítejte integrál:

$$\int \frac{1}{\cos^3 x}\,dx \qquad \left[\ \frac{1}{4}\left(-\frac{2\sin x}{\cos^2 x}+\ln\left|\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right|\right)+C\ \right]$$

35. Výstup č.25

Určitý integrál a integrační metody pro určitý integrál.

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.
Příklad 2, 3, str.42.

Vypočítejte integrály:

a) $\displaystyle\int_1^4 (3x^2 - 5x)\ dx$ $\qquad [\ \frac{51}{2}\ ]$

b) $\displaystyle\int_0^\pi |\cos x|\ dx$ $\qquad [\ 2\ ]$

36. Výstup č.26

Geometrické aplikace určitého integrálu.

Použití určitého integrálu.

(1) obsah rovinné oblasti
(2) objem těles
(3) délka křivky
(4) obsah povrchu rotační plochy
(5) výpočet souřadnic těžiště

viz Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava,
http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta2/skripta2.pdf.
Příklad 19, str.61.

Najděte obsah oblasti ohraničené parabolou $y = 3 - 2x - x^2$, její tečnou v bodě $[2; -5]$ a osou o_y.

$[\ \frac{8}{3}\ ]$

37. Výstup č.27

Následující cvičení je poslední :-)

Reference

[1] Tryhuk, V.: *Matematika I2 - Reálná funkce jedné reálné promenné*, CERM, FAST VUT Brno 1994.

[2] Novotný J.: *Matematika I4 - Lineární algebra*, CERM, FAST VUT Brno 1995.

[3] Horňáková, D.: *Matematika I6 - Analytická geometrie*, CERM, FAST VUT Brno 1995.

[4] Daněček, J. - Dlouhý, O. - Koutková, H. - Prudilová, K. - Sekaninová, J. - Slatinský, E.: *Sbírka příkladů z matematiky I.*, CERM, FAST VUT Brno 2000.

[5] Jirásek, F. - Kriegelstein, E. - Tichý, Z.: *Sbírka řešených příkladů z matematiky I*, SNTL/ALFA, Praha 1987.

[6] Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 1*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava, http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta/skripta.pdf.

[7] Online verze textů: *Riešené úlohy z matematiky 2*, Katedra Matematiky a Deskriptivnej geometrie, Stavebna fakulta, STU, Bratislava, http://www-kmadg.svf.stuba.sk/skripta/skripta.pdf.