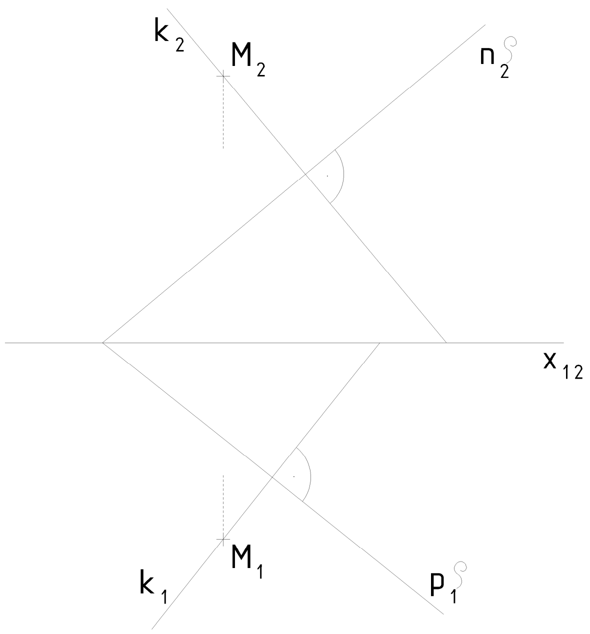
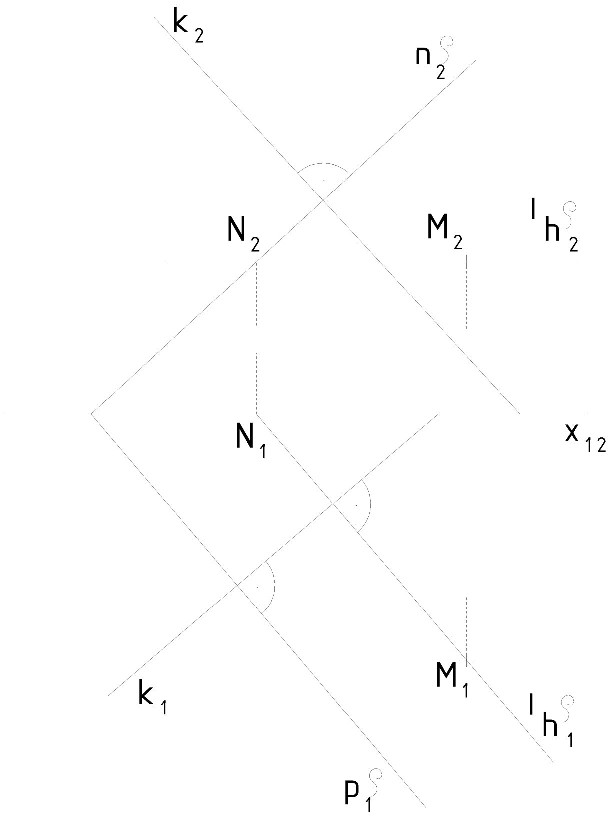
Mongeovo promítání – metrické úlohy

Příklad: Je dán bod *M* a rovina ρ. Sestrojte přímku *k*, která prochází bodem *M* a je kolmá k rovině ρ. [Obr. 1]

Protože kolmice k rovině je kolmá na všechny přímky roviny, musí být kolmá i na stopy. Jenže mezi stopou (přímkou v průmětně) a jakoukoliv jinou přímkou se při kolmém promítání pravý úhel zachovává. Z toho plyne, že kolmice k rovině má nárys kolmý na nárysnou stopu roviny ρ a půdorys kolmý na půdorysnou stopu roviny ρ. Snadno se ukáže, že kolmice k rovině se musí zobrazit také jako kolmice na hlavní přímky.



Obr. 1



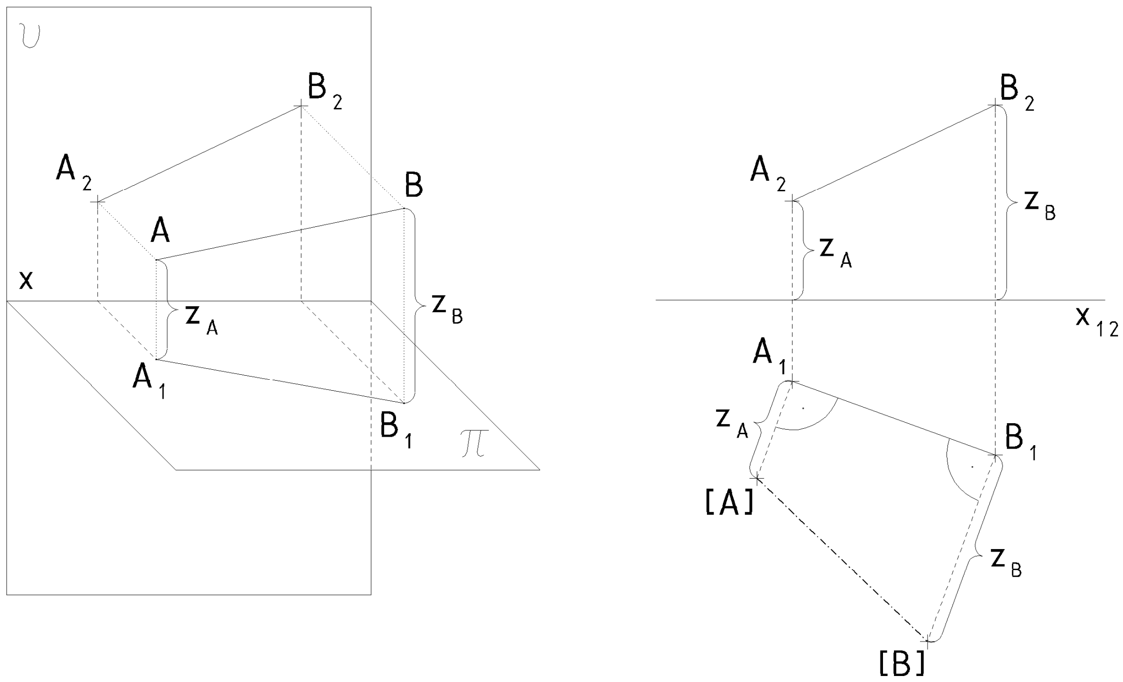
Obr. 2

Příklad: Je dán bod *M* a přímka *k*. Sestrojte rovinu ρ, která prochází bodem *M* a je kolmá k přímce *k*. [Obr. 2]

Využijeme předchozí úlohu. Víme, že hlavní přímky musí být kolmé k průmětům přímky *k*. Bodem *M* tedy vedeme například hlavní přímku první osnovy. Její půdorys je kolmý k půdorysu přímky *k* a její nárys je rovnoběžný se základnicí. Nárysná stopa roviny ρ prochází nárysným stopníkem této hlavní přímky a to kolmo k nárysu přímky *k*. Půdorysná stopa je pak určena průsečíkem nárysné stopy se základnicí a je kolmá na půdorys přímky *k*.

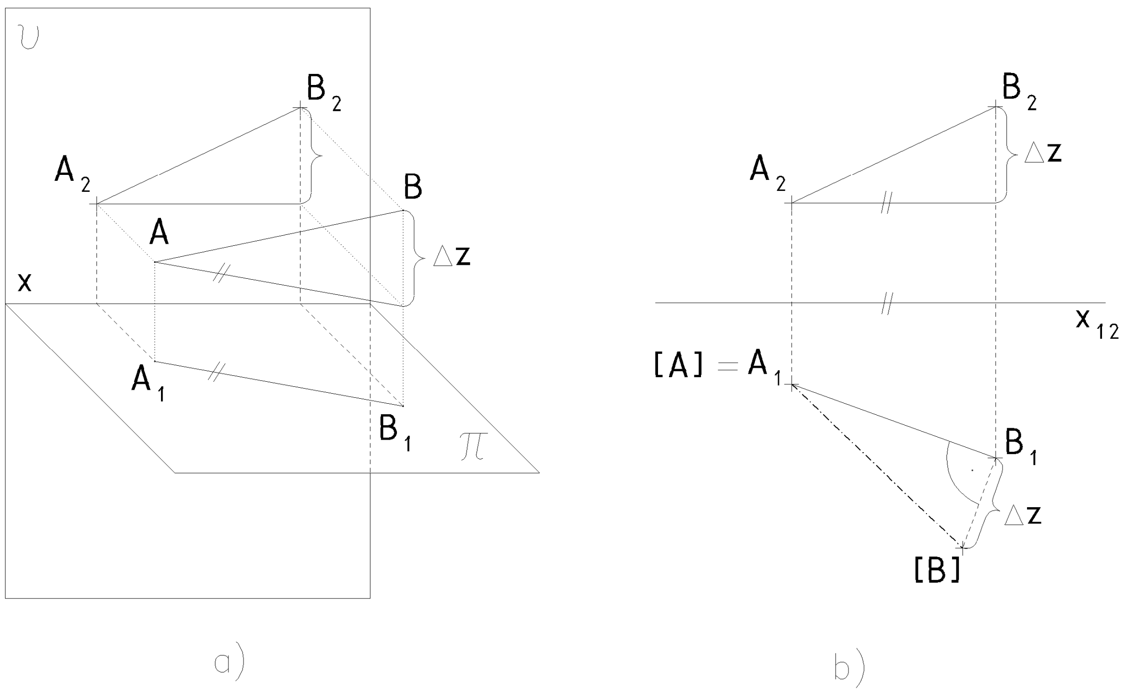
Příklad: Jsou dány *A*, *B*. Sestrojte *d*(*A*, *B*) – vzdálenost bodů *A*, *B* nebo také skutečnou velikost úsečky *AB*.

Sklopení promítacího lichoběžníku: Mějme úsečku *AB* v obecné poloze, tzn. že není rovnoběžná s žádnou z průměten. Sklopíme promítací lichoběžník ABB_1A_1 do půdorysny. Úsečka $[A]A_1$ je kolmá k úsečce A_1B_1 a její velikost je rovna z-ové souřadnici bodu *A*. Úsečka $[B]B_1$ je kolmá k úsečce A_1B_1 a její velikost je rovna z-ové souřadnici bodu *B*. Velikost sklopené úsečky $[A][B]$ je rovna velikosti úsečky *AB*.



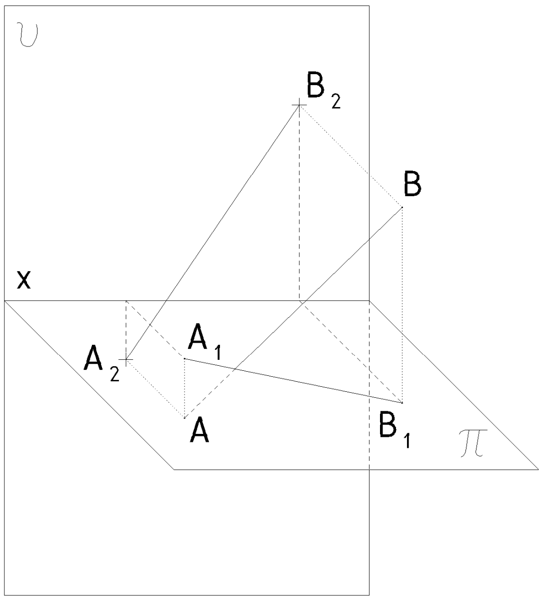
a) b)

Sklopení rozdílového trojúhelníku: Vycházíme z předchozí úvahy. Místo sklápění obou bodů stačí sklopit jen bod *B* tak, že naneseme na kolmici k A_1B_1 rozdíl souřadnic bodů *A* a *B*, tj. $\Delta z = z_B - z_A$.

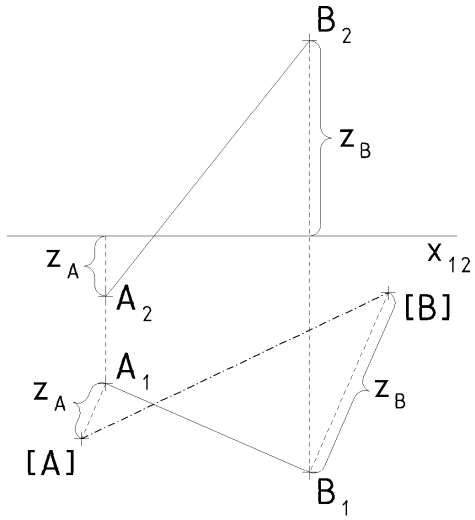


a) b)

Při sklápění promítacího lichoběžníku musíme sklápět kladné souřadnice na jednu stranu úsečky a záporné souřadnice na druhou. Jinak bychom nedostali skutečnou velikost úsečky. Sklopený útvar pak již není lichoběžníkem, ale princip konstrukce zůstává stejný.



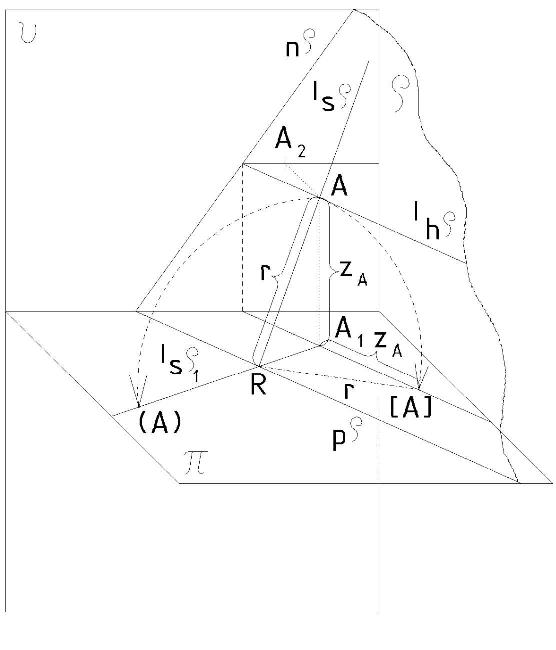
a)



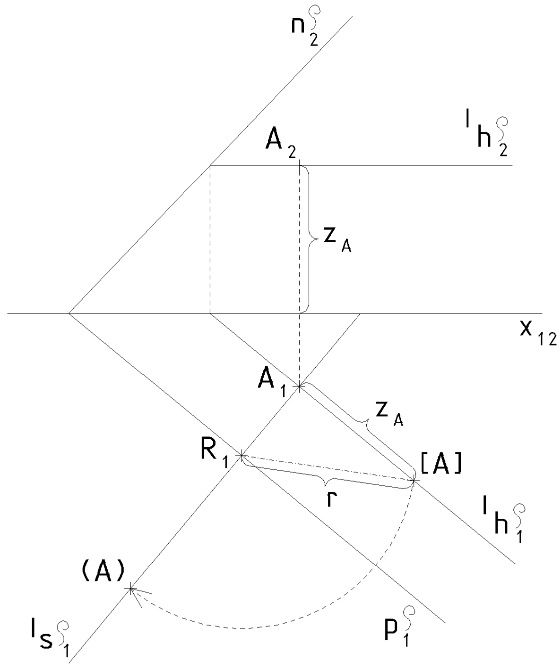
b)

Příklad: Otočte bod *A*, ležící v rovině ρ, do půdorysny.

Mezi průmětem a otočeným útvarem je vztah kolmé afinity, kde osou afinity je přímka, kolem které otáčíme.
Osou otáčení a tedy i osou afinity je půdorysná stopa p^{ρ}. Bod *A* se otáčí po kružnici $k(R, r=|AR|)$ v rovině kolmé k p^{ρ}. Bod *R* je průsečík stopy $p\rho$ a spádové přímky první osnovy jdoucí bodem *A*. V průmětně pak stačí sklopit trojúhelník $AA^{1}R$, abychom dostali poloměr otáčení $r=|[A]R_1|$. Otočený bod (*A*) leží na půdorysu $^{I}s_1^{\rho}$ spádové přímky první osnovy, která prochází bodem *A*.



a)



b)