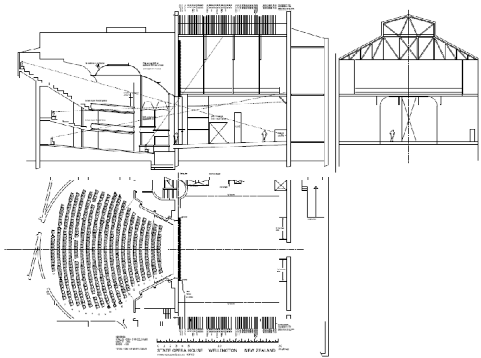
ovo promítání

Gaspard Monge

část 1.

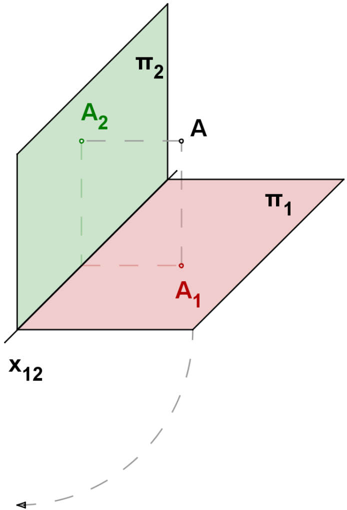
MONGEOVO PROMÍTÁNÍ

- kolmé promítání na dvě průmětny (půdorysna, nárysna), někdy se používá i třetí pomocná průmětna bokorysna

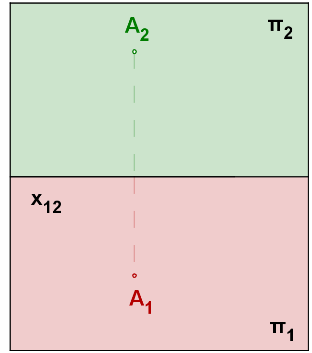


- bylo objeveno a rozvinuto francouzem Gaspardem Mongem (1746 – 1818)
- po dlouhou dobu bylo vojenským tajemstvím

ZOBRAZENÍ BODU - sdružení průmětenů



sdružení průmětenů



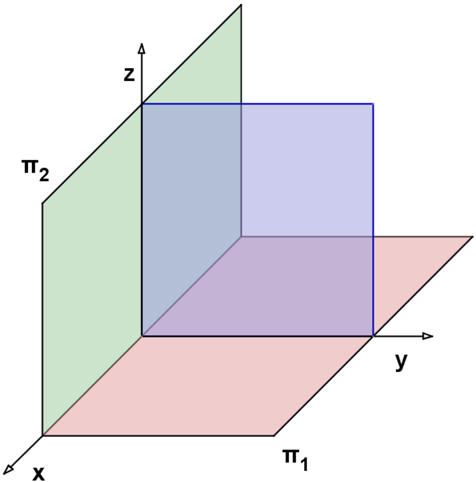
$\pi_1 \ldots$ půdorysna (první průmětna)
$\pi_2 \ldots$ nárysna (druhá průmětna)
$x \ldots$ osa x (průsečnice průmětenů)

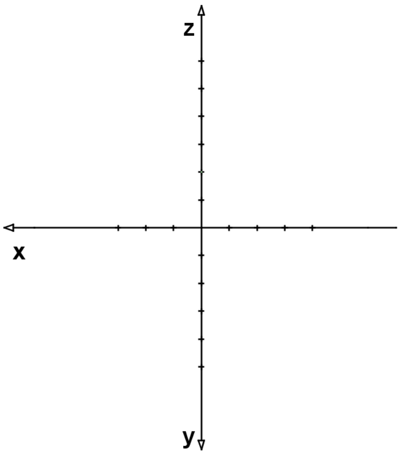
$A_1 \ldots$ první průmět bodu A
$A_2 \ldots$ druhý průmět bodu A

Každý bod prostoru je jednoznačně dán svým prvním a druhým průmětem. Tyto průměty leží na kolmici na osu x, takové kolmici říkáme ordinála.

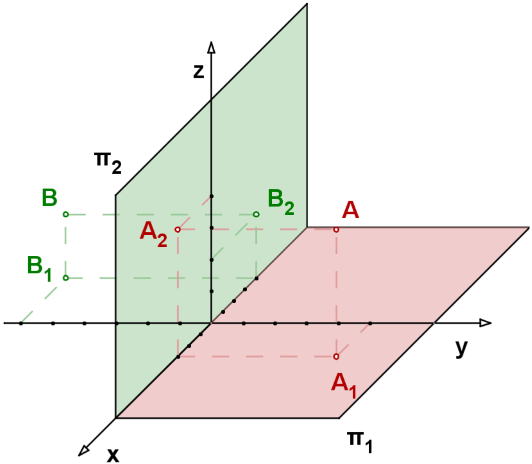
ZOBRAZENÍ BODU - kartézské souřadnice

A[3; 5; 4], B[-4; -6; 2]

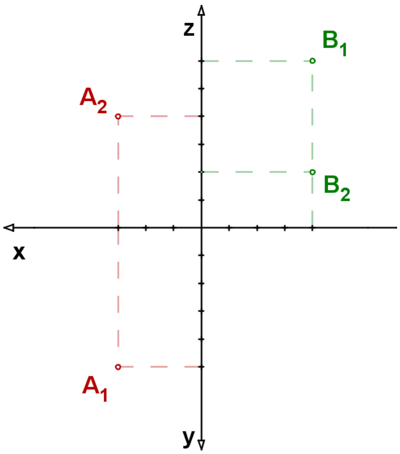




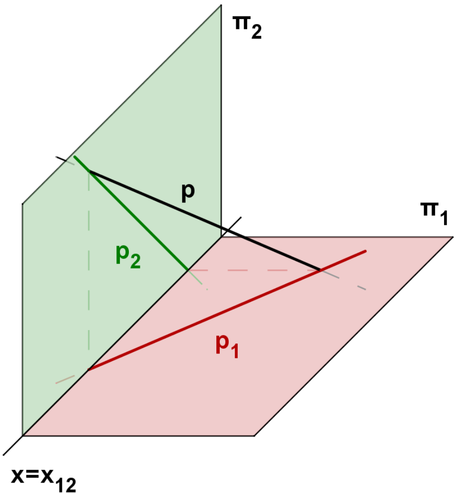
ZOBRAZENÍ BODU - kartézské souřadnice

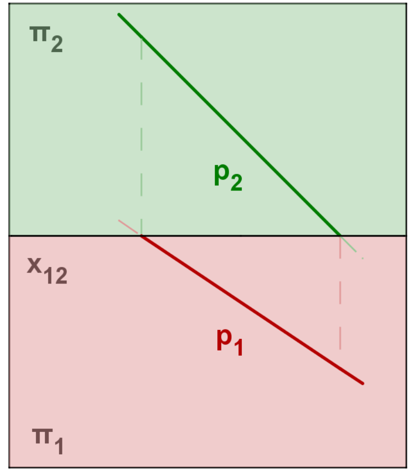


A[3; 5; 4], B[-4; -6; 2]



ZOBRAZENÍ PŘÍMKY

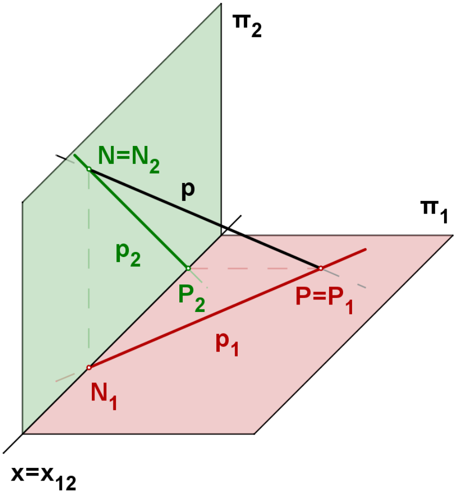


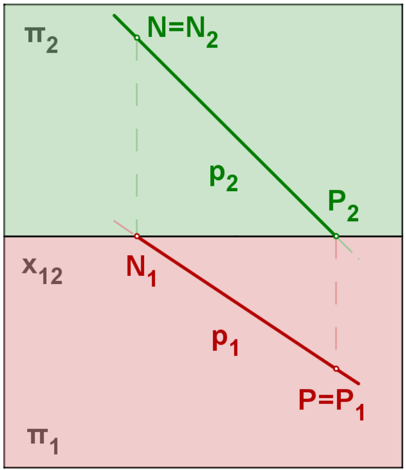


$p_1 \ldots$ půdorys přímky p

$p_2 \ldots$ nárys přímky p

ZOBRAZENÍ PŘÍMKY

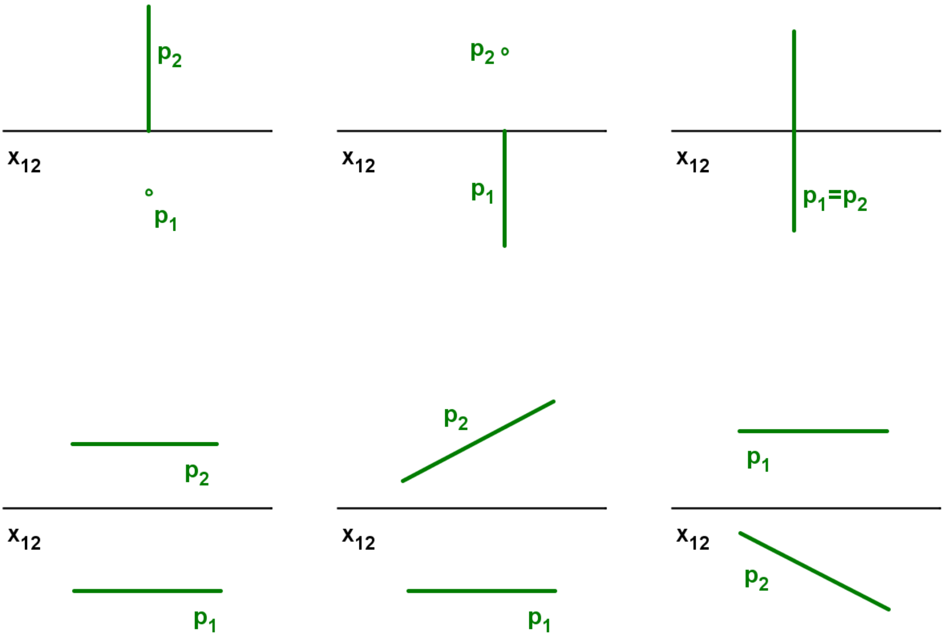




P ... půdorysný stopník (průsečík přímky s π_1)
N ... nárysný stopník (průsečík přímky s π_2)

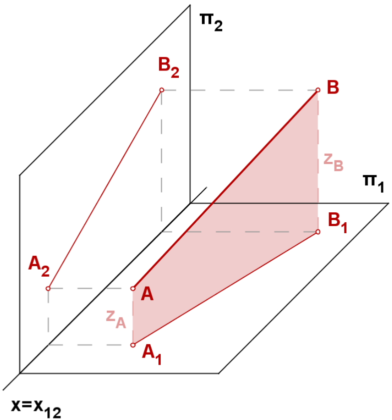
P_1 ... půdorys půdorysného stopníku
P_2 ... nárys půdorysného stopníku
N_1 ... půdorys nárysného stopníku
N_2 ... nárys nárysného stopníku

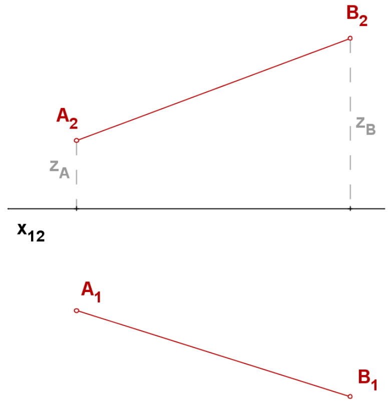
Příklad: Určete podle obrázků polohu přímky p vzhledem k průmětnám.



SKLOPENÍ PŘÍMKY - do půdorysny

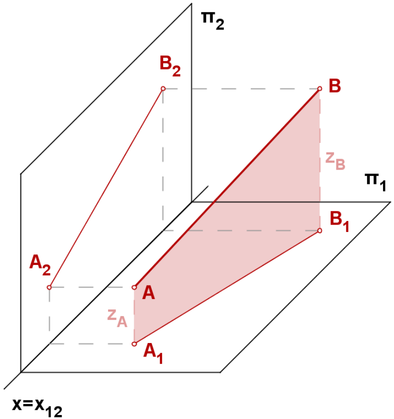
sklápíme první promítací rovinu přímky AB

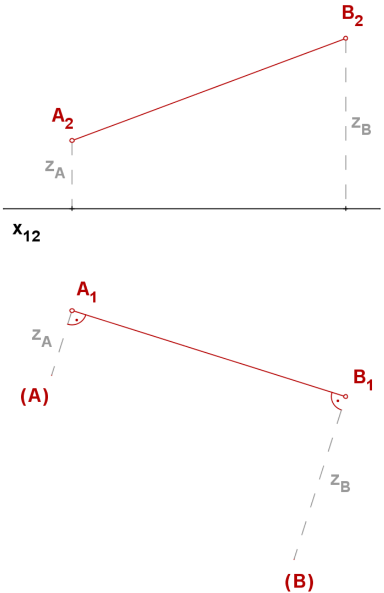




SKLOPENÍ PŘÍMKY - do půdorysny

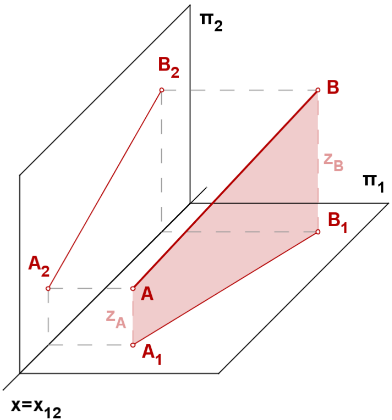
sklápíme první promítací rovinu přímky AB

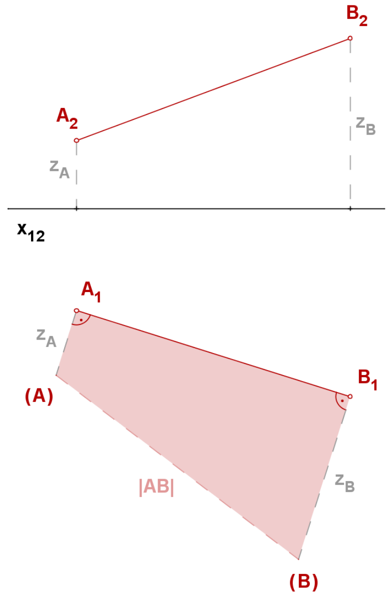




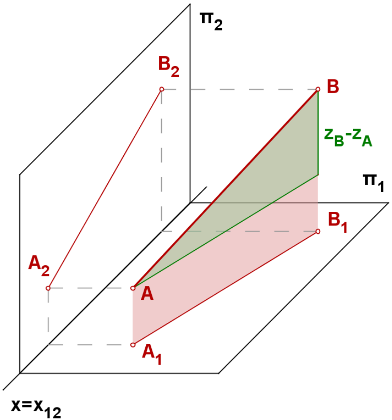
SKLOPENÍ PŘÍMKY - do půdorysny

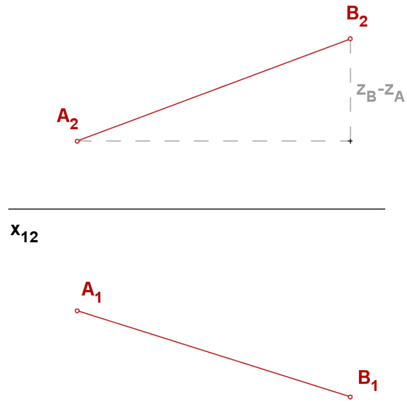
sklápíme první promítací rovinu přímky AB



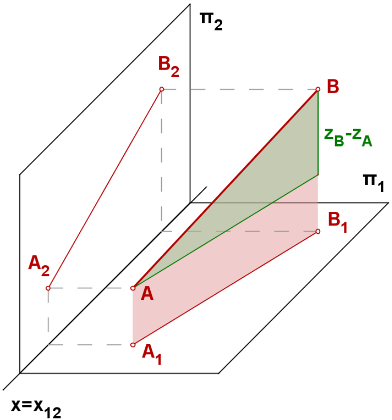


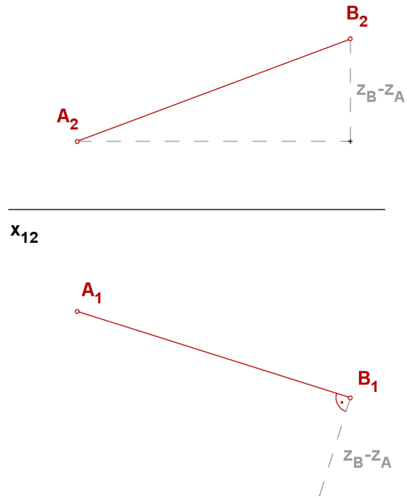
SKLOPENÍ PŘÍMKY - do polohy rovnoběžné s půdorysnou



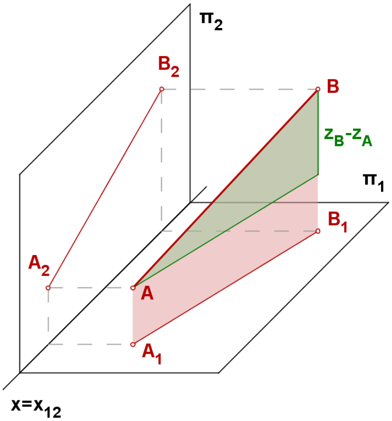


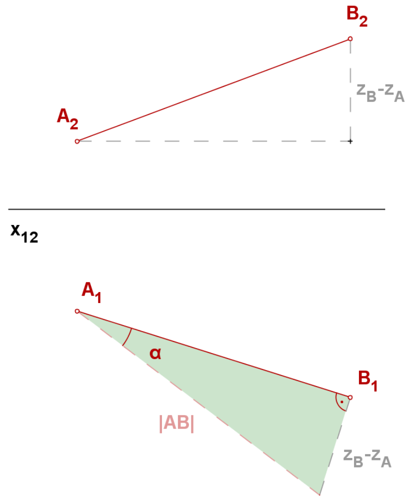
SKLOPENÍ PŘÍMKY - do polohy rovnoběžné s půdorysnou





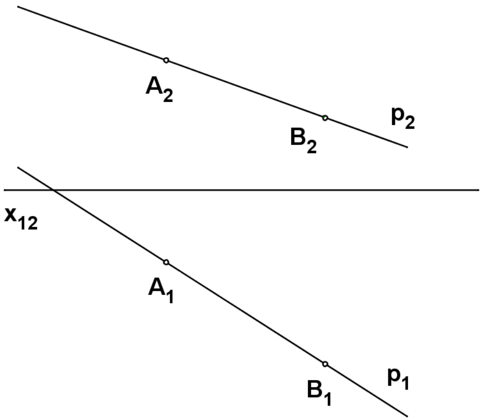
SKLOPENÍ PŘÍMKY - do polohy rovnoběžné s půdorysnou





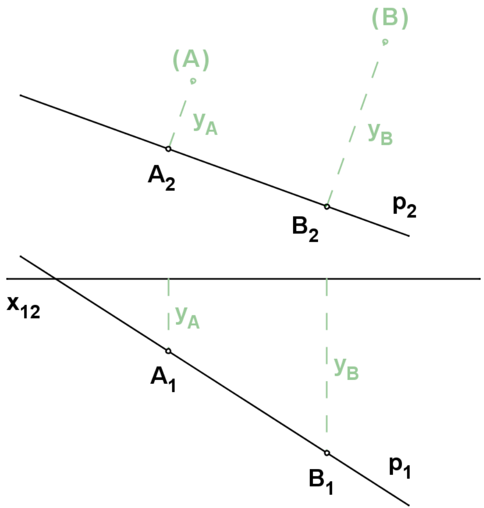
Obdobně funguje i sklápění do nárysny a do polohy rovnoběžné s nárysnou.

Příklad: Určete odchylku přímky $p \equiv (A, B)$ od nárysny.



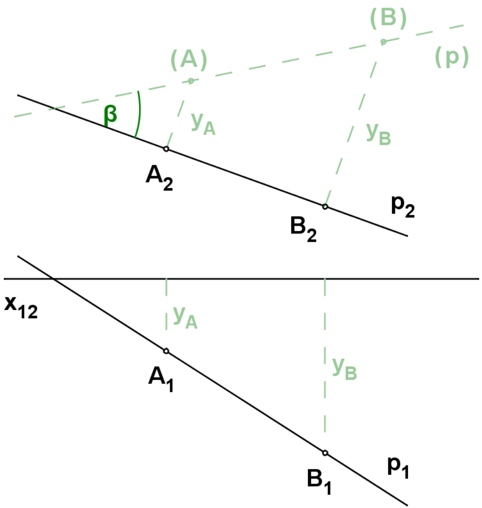
Obdobně funguje i sklápění do nárysny a do polohy rovnoběžné s nárysnou.

Příklad: Určete odchylku přímky $p \equiv (A, B)$ od nárysny.

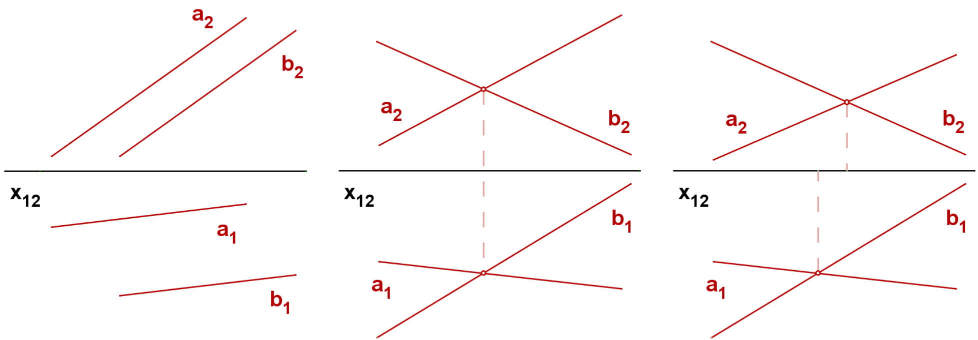


Obdobně funguje i sklápění do nárysny a do polohy rovnoběžné s nárysnou.

Příklad: Určete odchylku přímky $p \equiv (A, B)$ od nárysny.

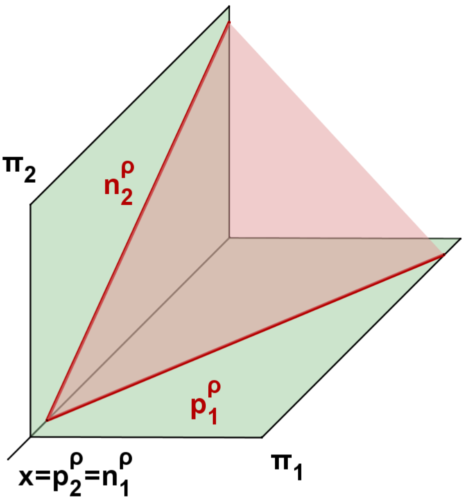


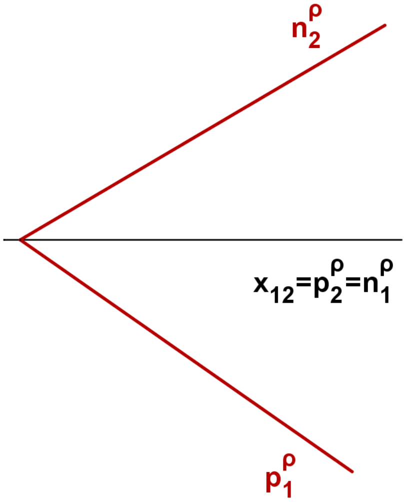
vzájemná poloha dvou přímek



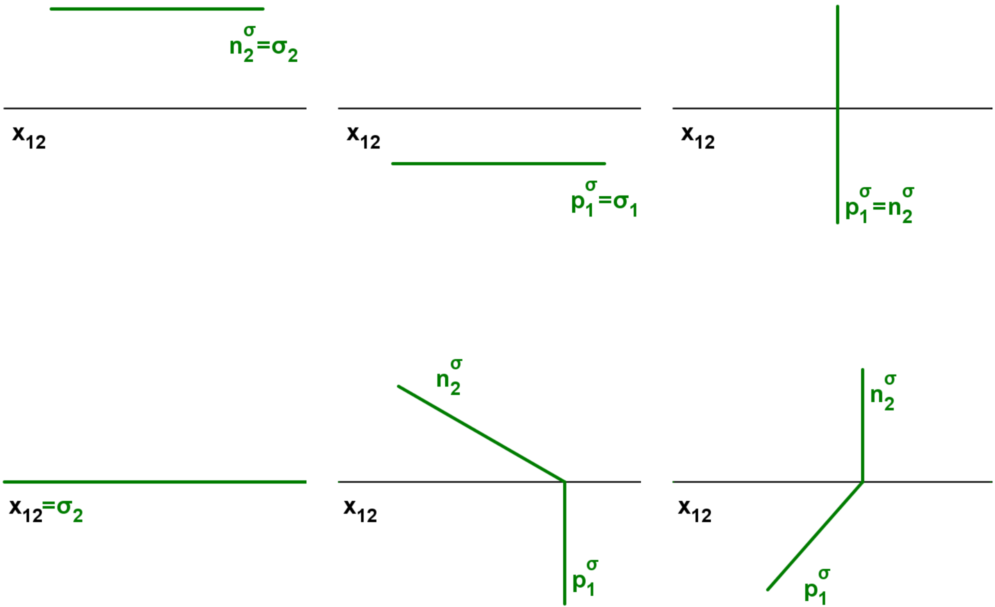
rovnoběžky   různoběžky   mimoběžky

ZOBRAZENÍ ROVINY - stopy roviny

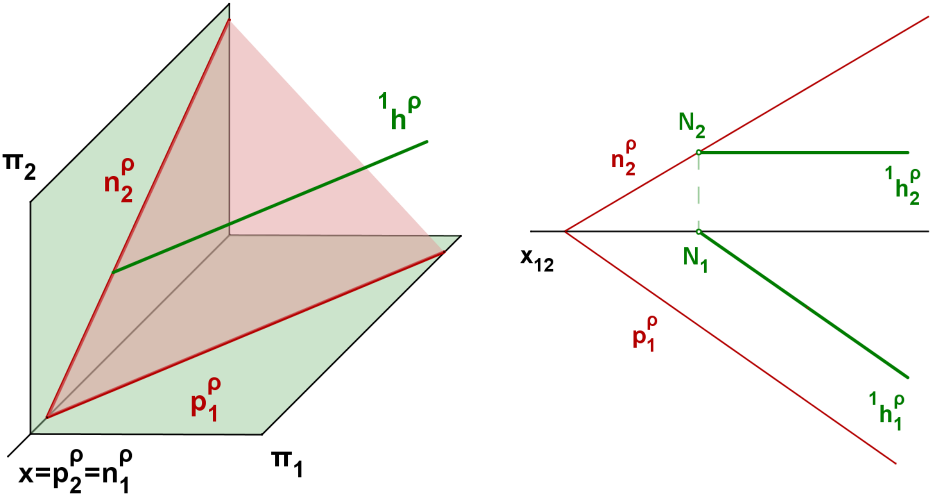




Příklad: Určete podle obrázků polohu roviny σ vzhledem k průmětnám.

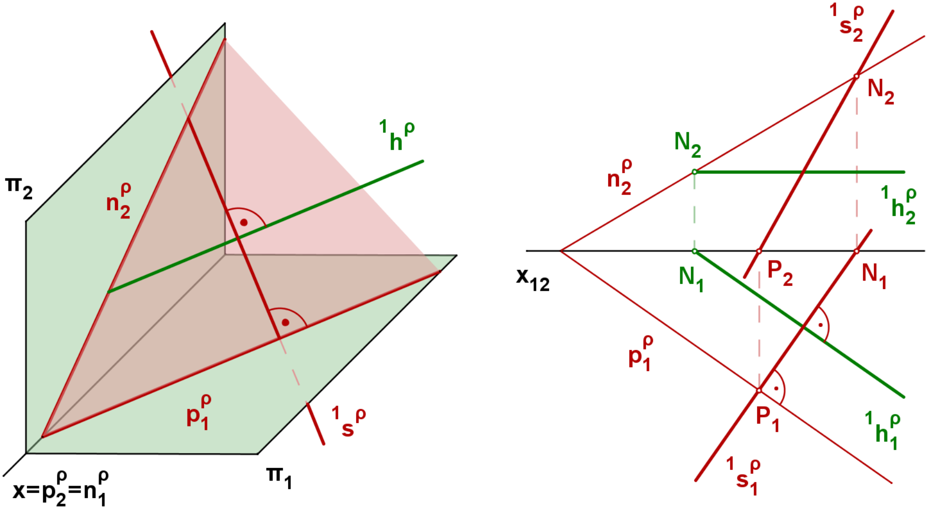


ZOBRAZENÍ ROVINY - hlavní a spádové přímky první osnovy



hlavní přímka $^1h^\rho$ ... přímka roviny ρ rovnoběžná s první průmětnou

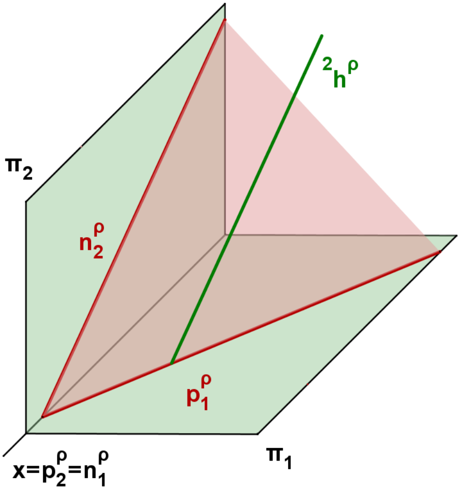
ZOBRAZENÍ ROVINY - hlavní a spádové přímky první osnovy

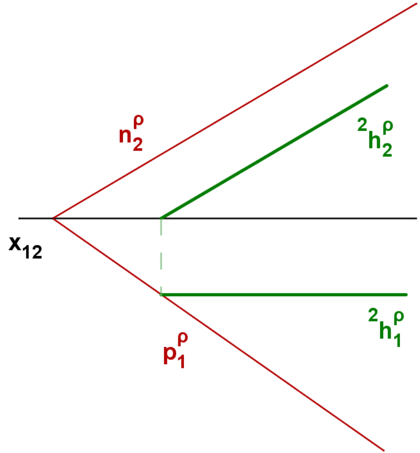


hlavní přímka ${}^1h^\rho$ ... přímka roviny ρ rovnoběžná s první průmětnou

spádová přímka ${}^1s^\rho$ ... přímka roviny ρ kolmá na hlavní přímky první osnovy

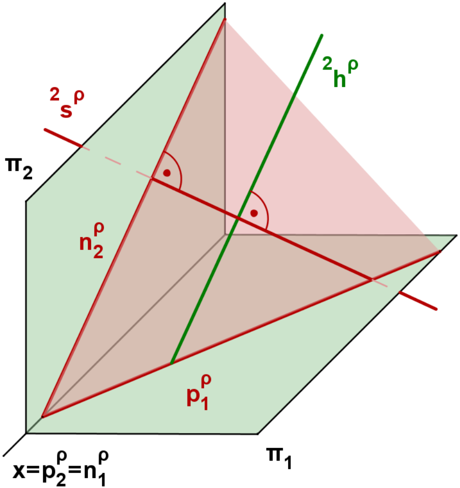
ZOBRAZENÍ ROVINY - hlavní a spádové přímky druhé osnovy

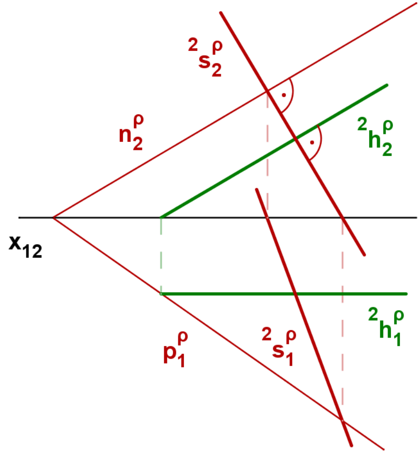




hlavní přímka $^2h^\rho$ ... přímka roviny ρ rovnoběžná s druhou průmětnou

ZOBRAZENÍ ROVINY - hlavní a spádové přímky druhé osnovy

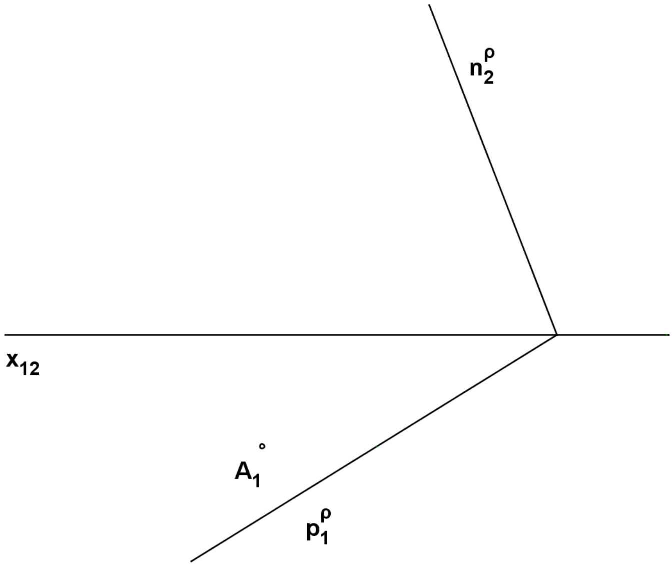




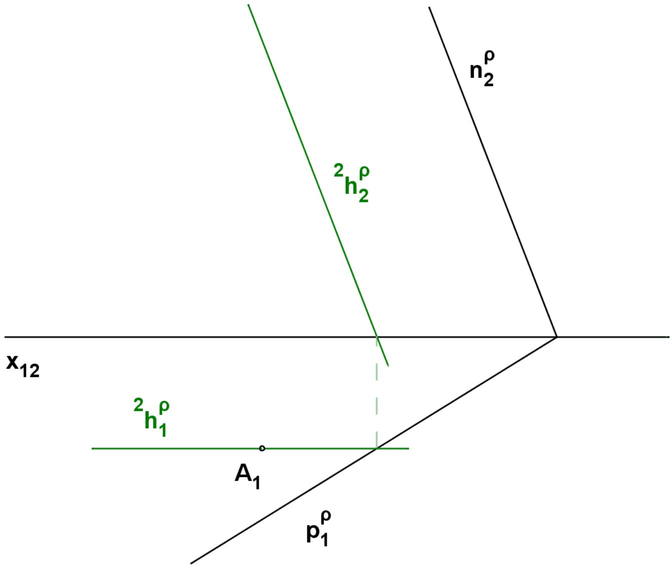
hlavní přímka $^2h^\rho$ ... přímka roviny ρ rovnoběžná s druhou průmětnou

spádová přímka $^2s^\rho$ ... přímka roviny ρ kolmá na hlavní přímky druhé osnovy

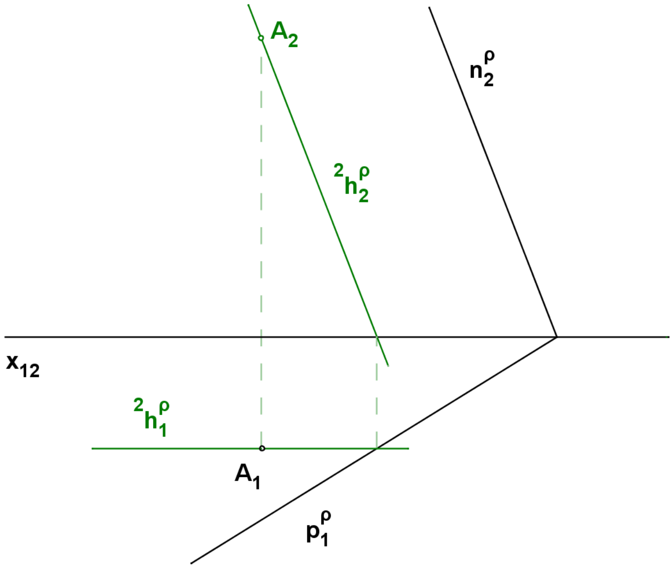
Příklad: Je dán první průmět bodu A a stopy roviny ρ. Určete druhý průmět bodu A, jestliže bod A leží v rovině ρ.



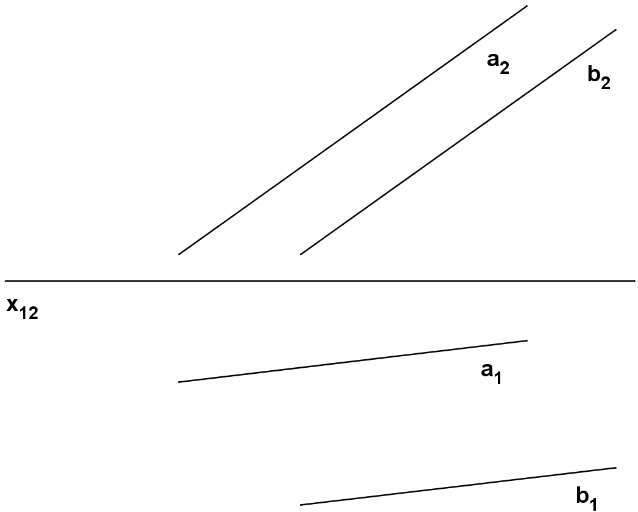
Příklad: Je dán první průmět bodu A a stopy roviny ρ. Určete druhý průmět bodu A, jestliže bod A leží v rovině ρ.



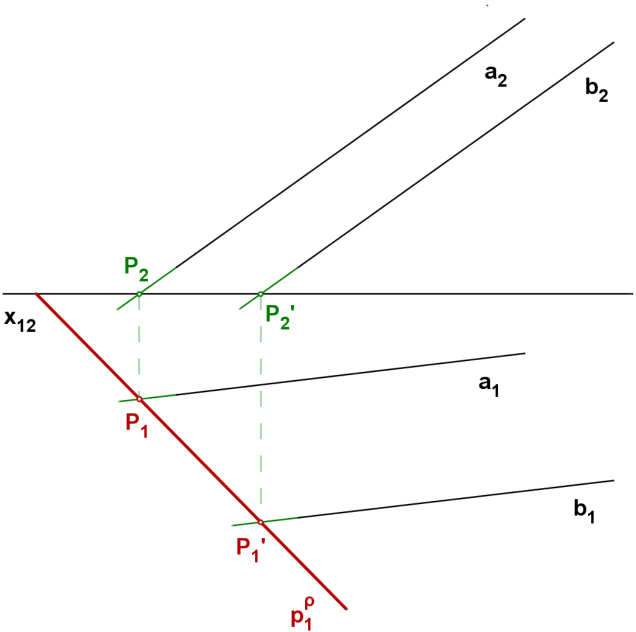
Příklad: Je dán první průmět bodu A a stopy roviny ρ. Určete druhý průmět bodu A, jestliže bod A leží v rovině ρ.



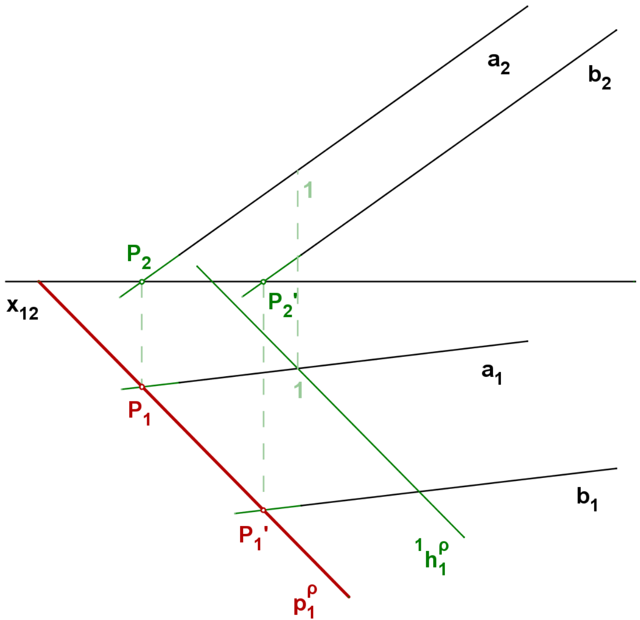
Příklad: Určete stopy roviny ρ, která je zadána rovnoběžkami a, b.



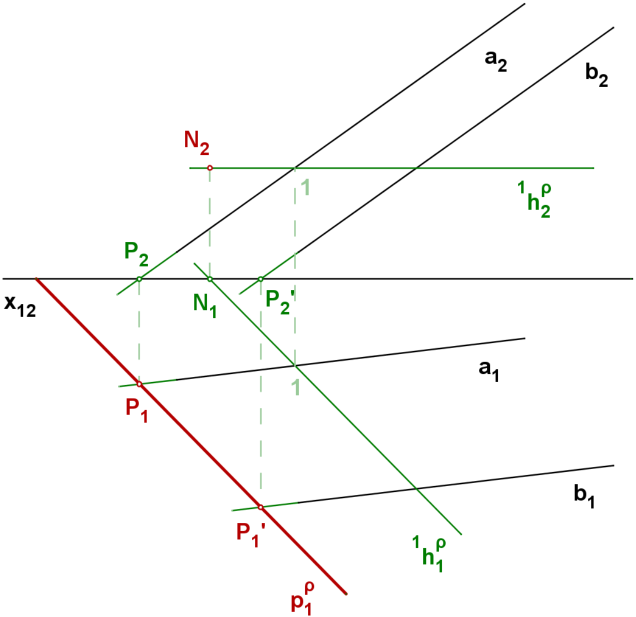
Příklad: Určete stopy roviny ρ, která je zadána rovnoběžkami a, b.



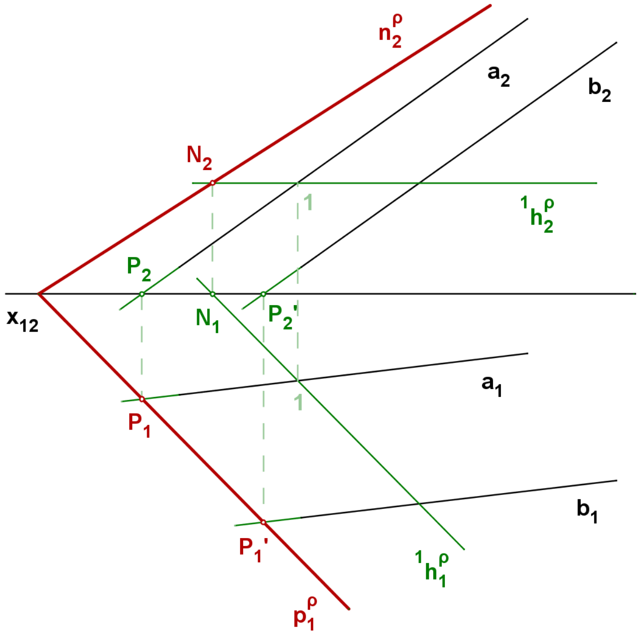
Příklad: Určete stopy roviny ρ, která je zadána rovnoběžkami a, b.



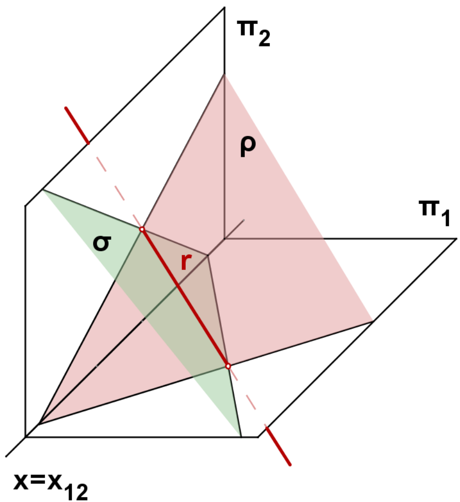
Příklad: Určete stopy roviny ρ, která je zadána rovnoběžkami a, b.

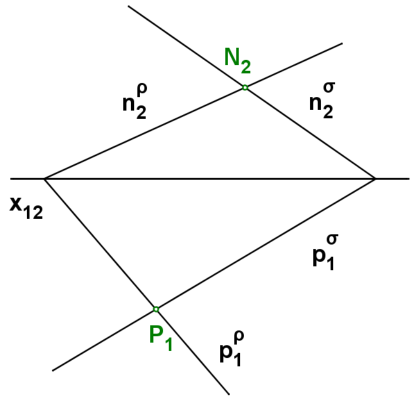


Příklad: Určete stopy roviny ρ, která je zadána rovnoběžkami a, b.

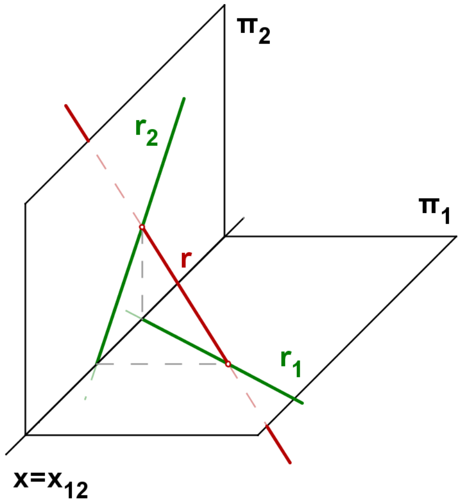


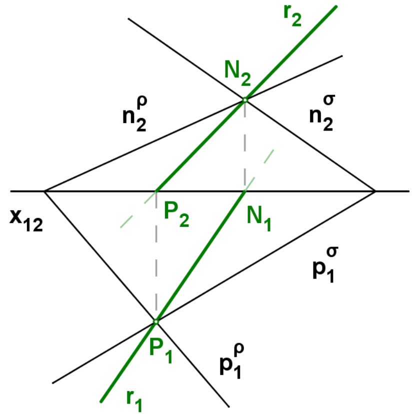
průsečnice dvou rovin daných stopami



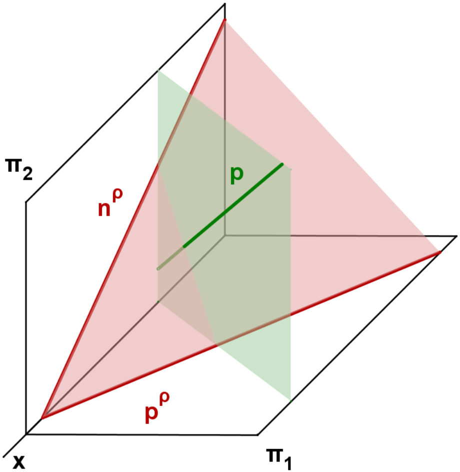


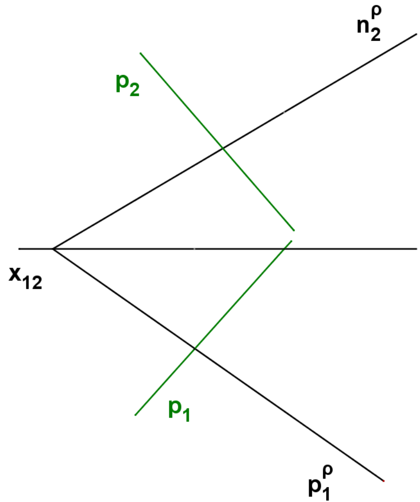
průsečnice dvou rovin



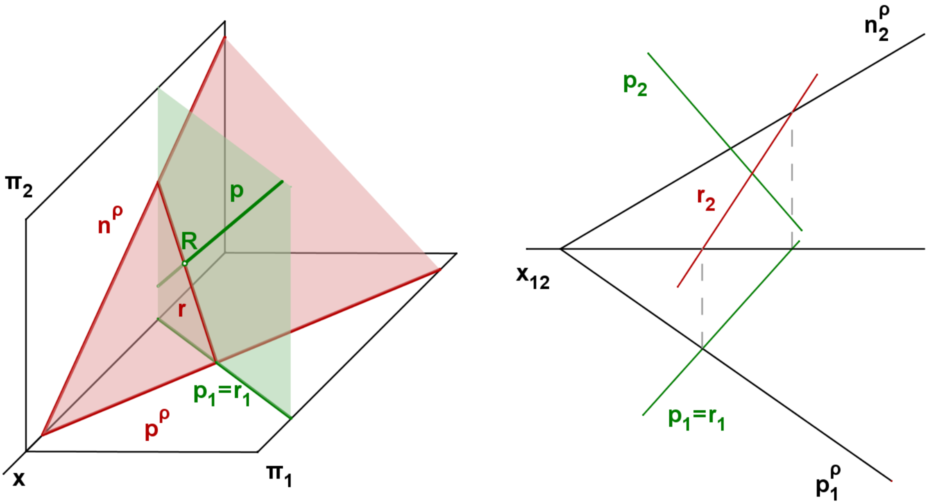


PRŮSEČÍK PŘÍMKY S ROVINOU - metoda krycí přímky



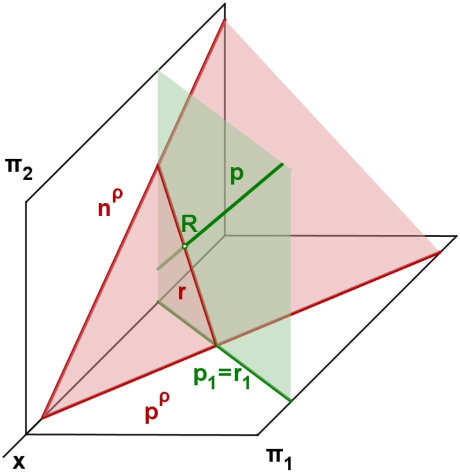


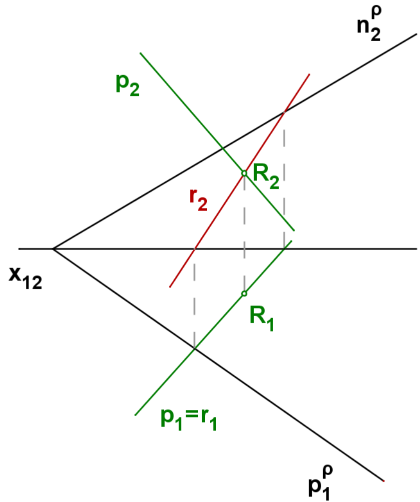
PRŮSEČÍK PŘÍMKY S ROVINOU - metoda krycí přímky



krycí přímka r . . . průsečnice promítací roviny přímky p s rovinou ρ

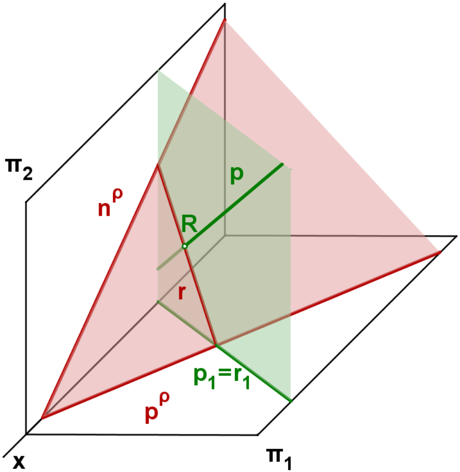
PRŮSEČÍK PŘÍMKY S ROVINOU - metoda krycí přímky

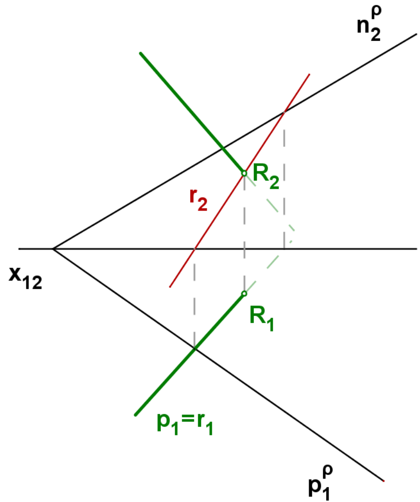




krycí přímka r . . . průsečnice promítací roviny přímky p s rovinou ρ

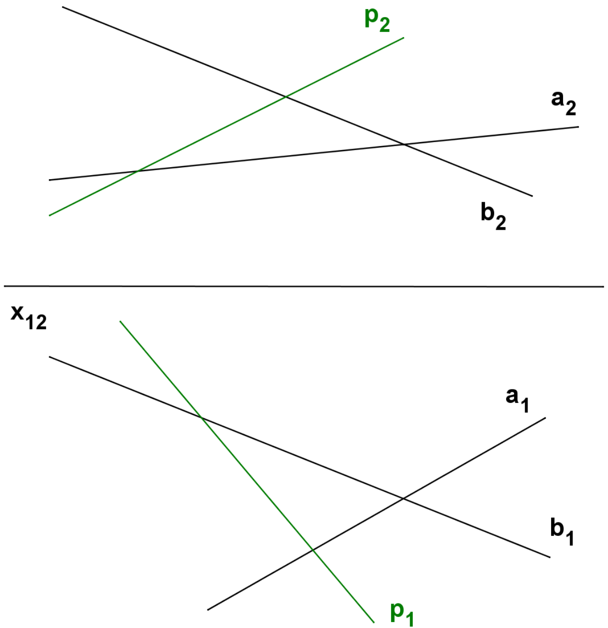
PRŮSEČÍK PŘÍMKY S ROVINOU - metoda krycí přímky



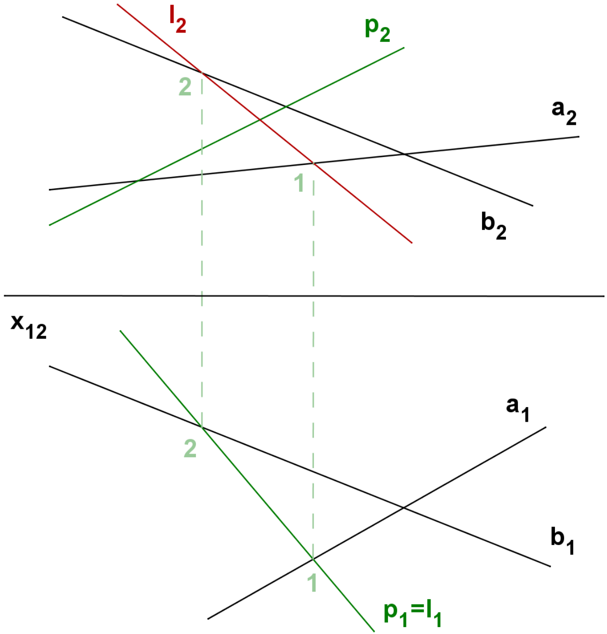


krycí přímka r ... průsečnice promítací roviny přímky p s rovinou ρ

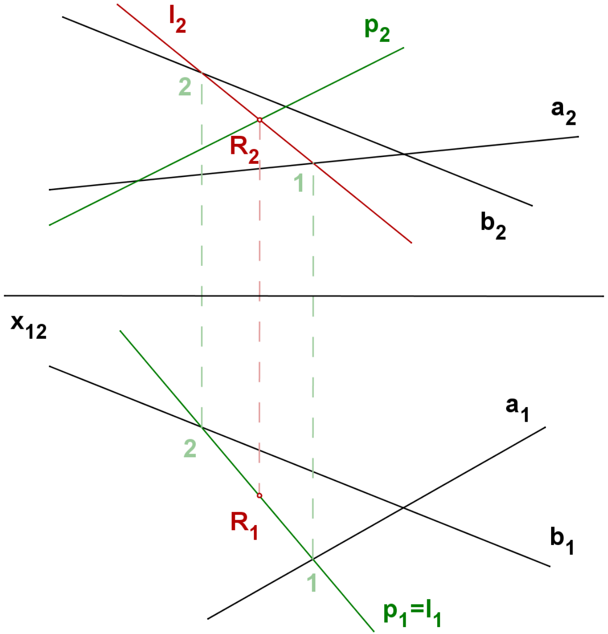
Příklad: Určete průsečík přímky p s rovinou danou různoběžkami a, b.



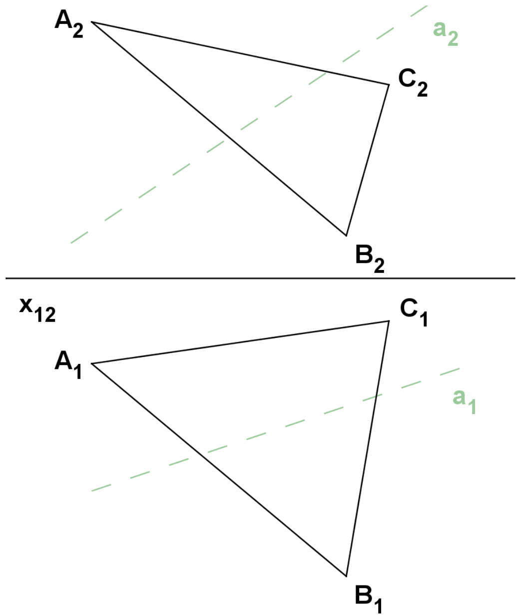
Příklad: Určete průsečík přímky p s rovinou danou různoběžkami a, b.



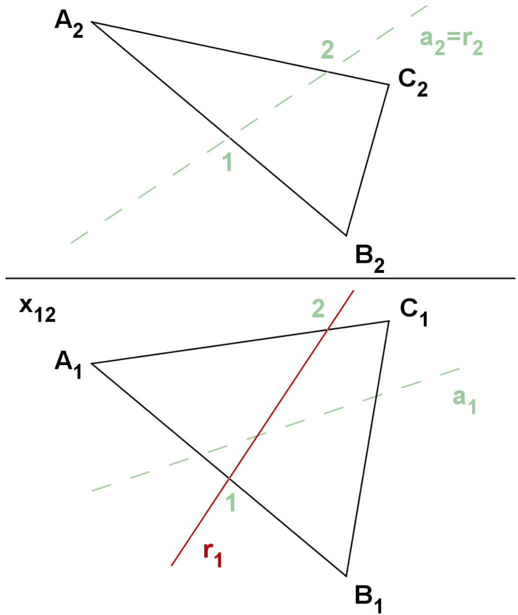
Příklad: Určete průsečík přímky p s rovinou danou různoběžkami a, b.



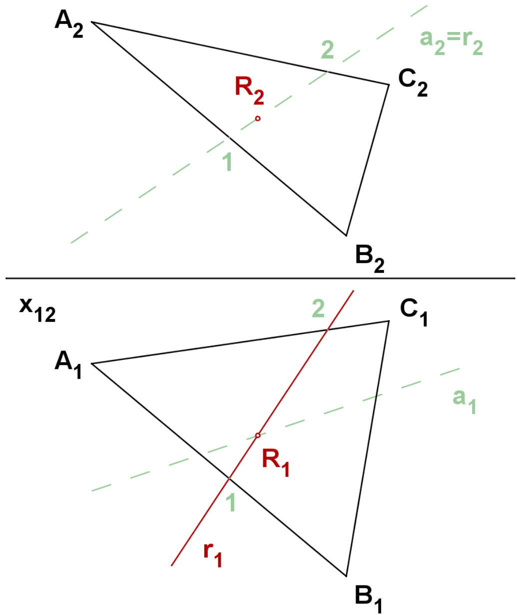
Příklad: Určete průsečík přímky a s trojúhelníkem ABC



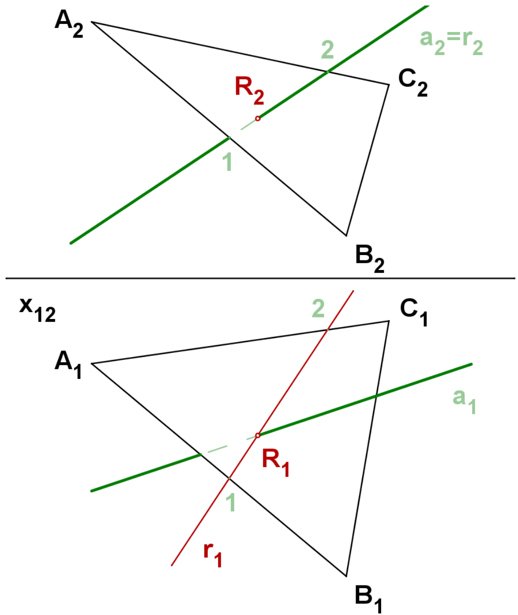
Příklad: Určete průsečík přímky a s trojúhelníkem ABC



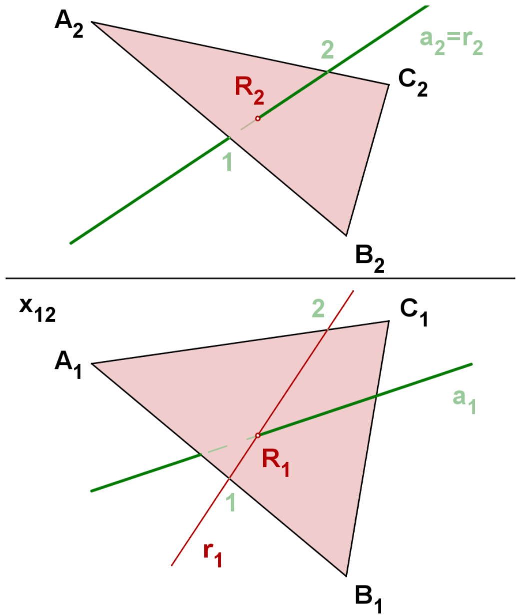
Příklad: Určete průsečík přímky a s trojúhelníkem ABC



Příklad: Určete průsečík přímky a s trojúhelníkem ABC

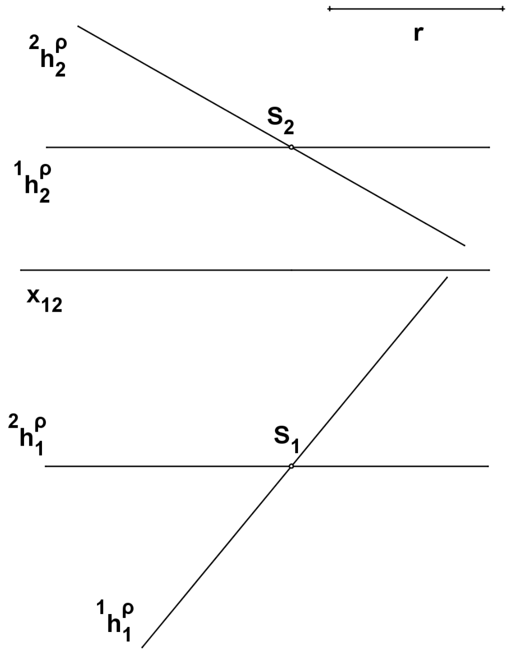


Příklad: Určete průsečík přímky a s trojúhelníkem ABC



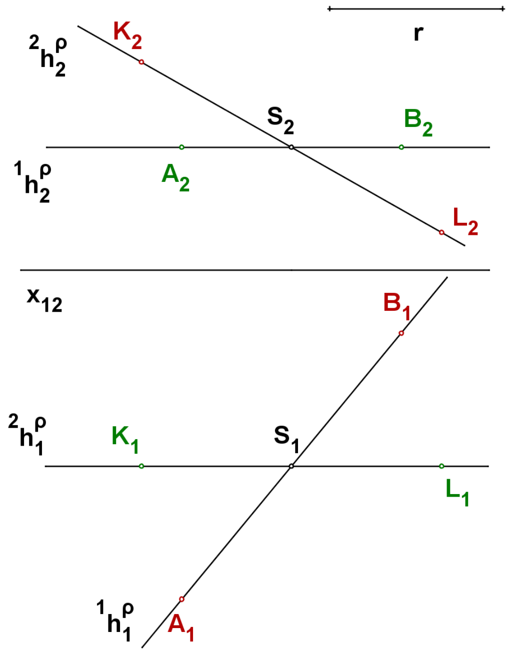
ZOBRAZENÍ KRUŽNICE

- kružnice ležící v obecné rovině se v obou průmětech zobrazuje jako elipsa



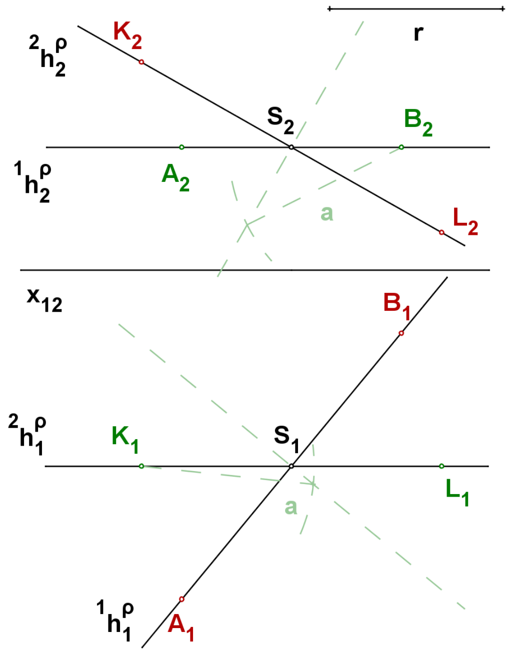
ZOBRAZENÍ KRUŽNICE

- kružnice ležící v obecné rovině se v obou průmětech zobrazuje jako elipsa
- poloměr kružnice se zobrazuje ve skutečné velikosti pouze na hlavních přímkách procházejících středem kružnice . . . v prvním průmětu na ${}^1h_1^\rho$, v druhém průmětu na ${}^2h_2^\rho$



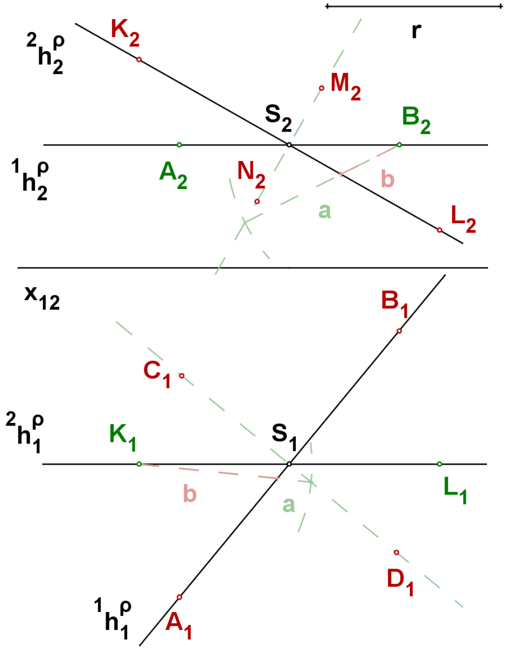
ZOBRAZENÍ KRUŽNICE

- kružnice ležící v obecné rovině se v obou průmětech zobrazuje jako elipsa
- poloměr kružnice se zobrazuje ve skutečné velikosti pouze na hlavních přímkách procházejících středem kružnice ...v prvním průmětu na ${}^1h_1^\rho$, v druhém průmětu na ${}^2h_2^\rho$
- koncové body průměrů zobrazených ve skutečné velikosti jsou hlavními vrcholy elips v jednotlivých průmětech, vedlejší vrcholy získáme proužkovou konstrukcí



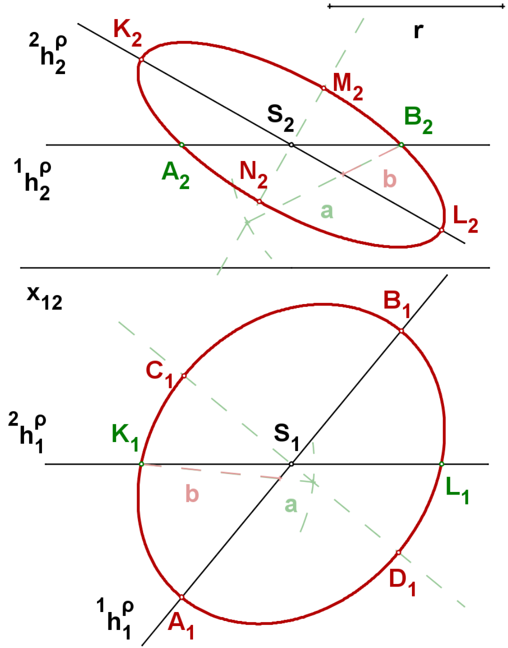
ZOBRAZENÍ KRUŽNICE

- kružnice ležící v obecné rovině se v obou průmětech zobrazuje jako elipsa
- poloměr kružnice se zobrazuje ve skutečné velikosti pouze na hlavních přímkách procházejících středem kružnice ...v prvním průmětu na ${}^1h_1^\rho$, v druhém průmětu na ${}^2h_2^\rho$
- koncové body průměrů zobrazených ve skutečné velikosti jsou hlavními vrcholy elips v jednotlivých průmětech, vedlejší vrcholy získáme proužkovou konstrukcí

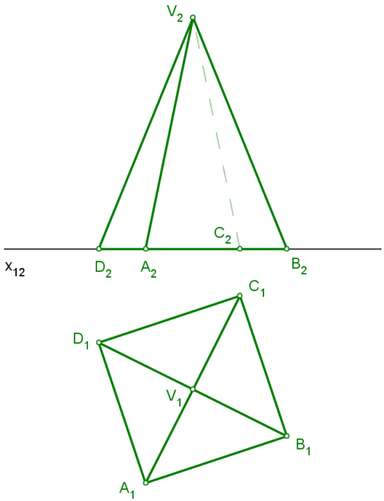


ZOBRAZENÍ KRUŽNICE

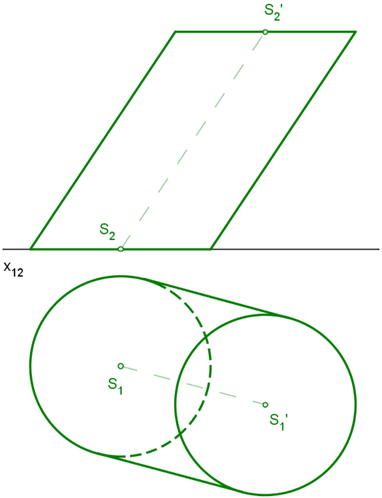
- kružnice ležící v obecné rovině se v obou průmětech zobrazuje jako elipsa
- poloměr kružnice se zobrazuje ve skutečné velikosti pouze na hlavních přímkách procházejících středem kružnice . . .v prvním průmětu na ${}^1h_1^\rho$, v druhém průmětu na ${}^2h_2^\rho$
- koncové body průměrů zobrazených ve skutečné velikosti jsou hlavními vrcholy elips v jednotlivých průmětech, vedlejší vrcholy získáme proužkovou konstrukcí
- konstrukcí oskulačních kružnic získáme představu o tvaru elips a vykreslíme je



ZOBRAZENÍ TĚLES - s podstavou v půdorysně

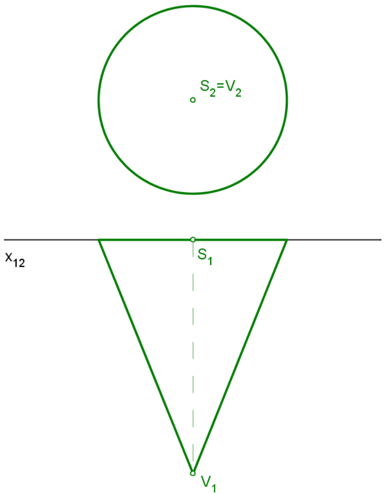


pravidelný kolmý čtyřboký jehlan

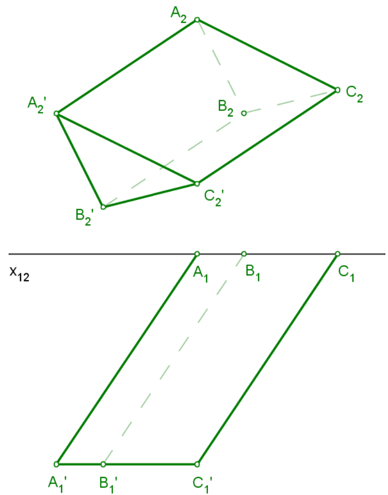


šikmý válec

ZOBRAZENÍ TĚLES - s podstavou v nárysně



rotační kužel



šikmý trojboký hranol

malé odbočení

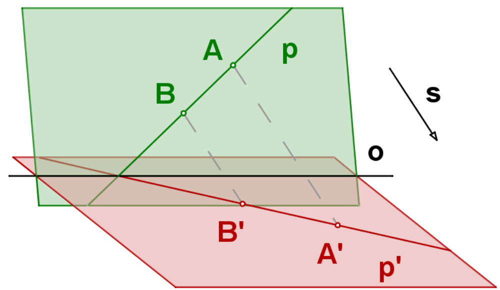
PERSPEKTIVNÍ AFINITA

- vztah mezi objekty promítnutými z jedné roviny do druhé roviny směrem, který není rovnoběžný ani s jednou z rovin

$o \dots$ osa afinity, $s \dots$ směr afinity, $A \dots$ vzor, $A' \dots$ obraz

vlastnosti:

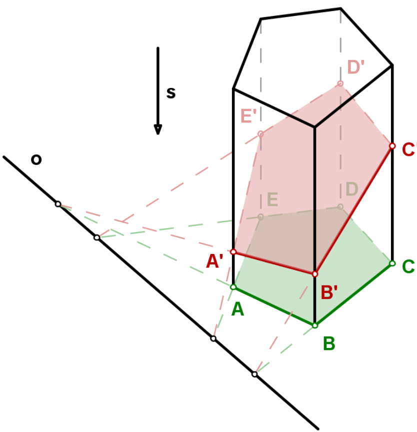
- odpovídající si body leží na rovnoběžkách se směrem s
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence, rovnoběžné přímky se zobrazí na rovnoběžné přímky, střed úsečky se zobrazí na střed úsečky



Příklady perspektivní afinity:

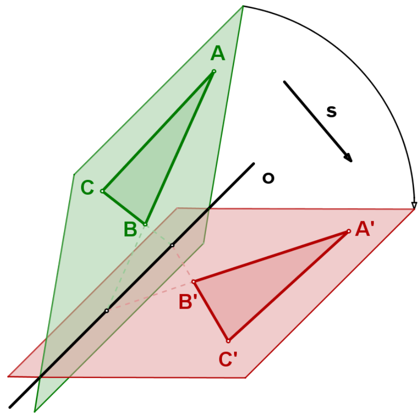
- mezi dolní podstavou hranolu a řezem hranolu:

osa afinity je průsečnice roviny dolní podstavy s rovinou řezu, směr afinity je rovnoběžný s bočními hranami



- mezi rovinou a jejím otočeným obrazem:

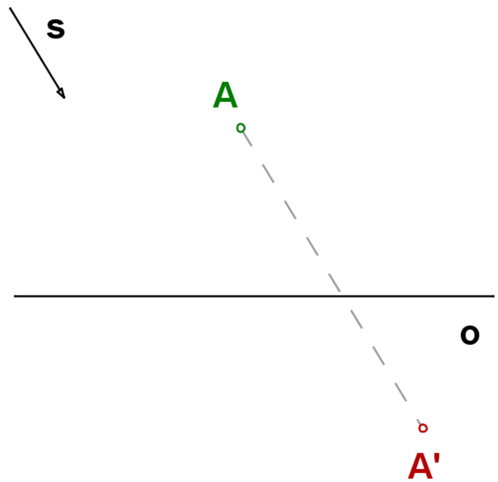
osa afinity je osa otáčení, směr afinity je určený libovolným bodem původní roviny a jeho otočeným obrazem



OSOVÁ AFINITA

- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s

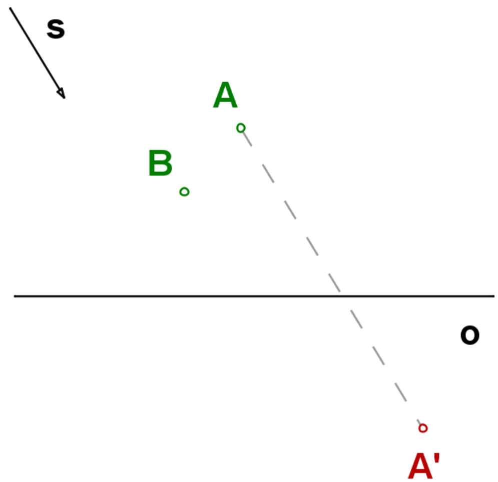
$$AF = (o_{AF}, A, A')$$



OSOVÁ AFINITA

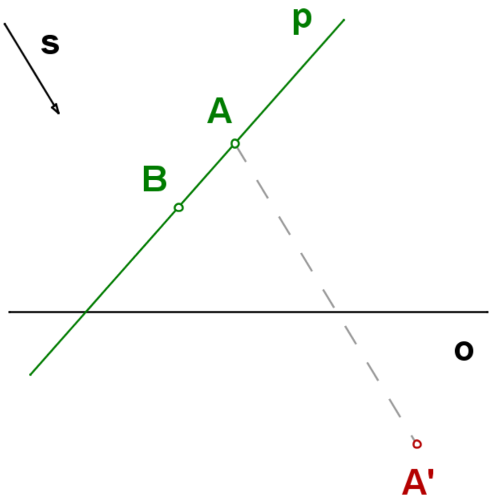
- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s

$$AF = (o_{AF}, A, A')$$



OSOVÁ AFINITA

- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s

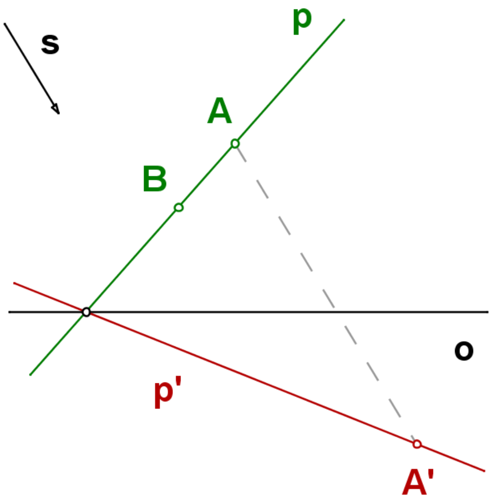


$$AF = (o_{AF}, A, A')$$

OSOVÁ AFINITA

- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s

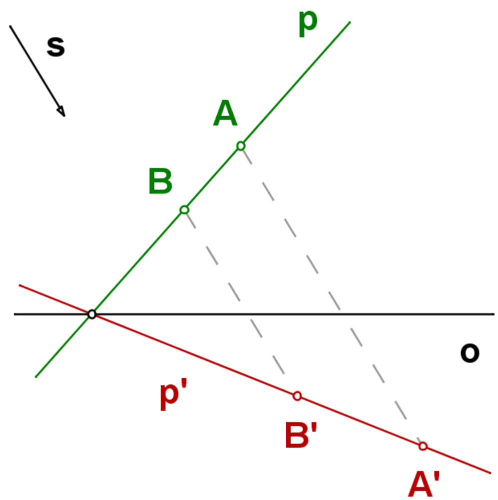
$$AF = (o_{AF}, A, A')$$



OSOVÁ AFINITA

- vzniká promítnutím perspektivní afinity do roviny (směr promítání musí být různoběžný od rovin ve kterých probíhala perspektivní afinita od původního směru promítání a od roviny do které promítáme)
- vlastnosti perspektivní afinity zůstávají zachovány
- afinita (perspektivní i osová) je daná osou o a párem odpovídajících si bodů AA', které určují směr afinity s

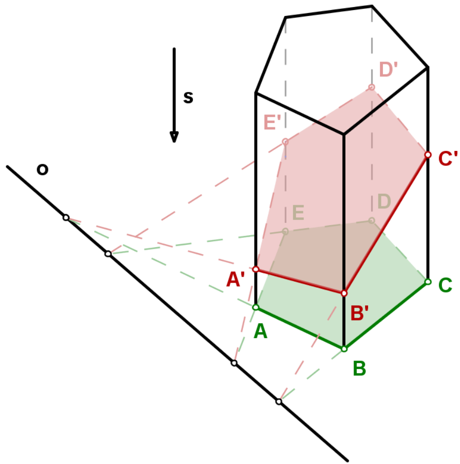
$$AF = (o_{AF}, A, A')$$



ŘEZY TĚLES - hranol

postup řešení - řez hranolu rovinou:

- najdeme jeden **bod řezu** - průsečík jedné z bočních hran hranolu s rovinou řezu
- určíme **osu afinity** mezi řezem a dolní podstavou - průsečnice roviny řezu s rovinou dolní podstavy
- další body řezu na hranách určíme afinitou
- určíme **viditelnost řezu**



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

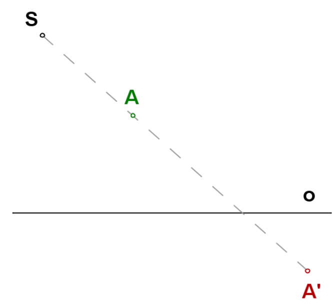
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \dots$ vzor, $A' \dots$ obraz

vlastnosti:

- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

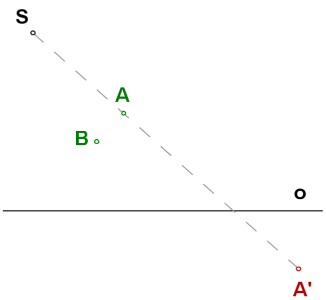
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \ldots$ vzor, $A' \ldots$ obraz

vlastnosti:

- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

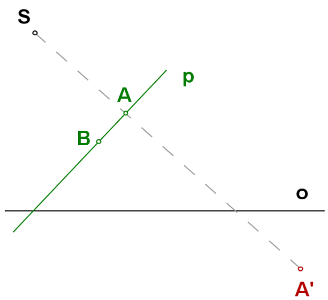
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \ldots$ vzor, $A' \ldots$ obraz

vlastnosti:

- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

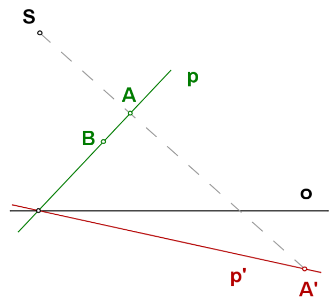
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \ldots$ vzor, $A' \ldots$ obraz

vlastnosti:

- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



Poznámka: Tak jako je mezi řezem hranolu a jeho dolní podstavou vztah afinity, tak je mezi řezem jehlanu a jeho dolní podstavou vztah středové kolineace.

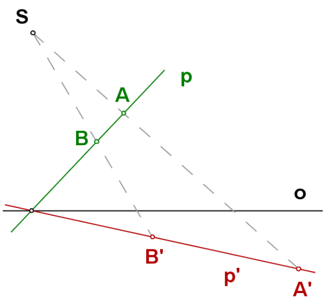
STŘEDOVÁ KOLINEACE

je daná osou o středem S a párem odpovídajících si bodů AA' (které leží na přímce procházející středem)

$KOL = (S, o, A, A')$, $A \ldots$ vzor, $A' \ldots$ obraz

vlastnosti:

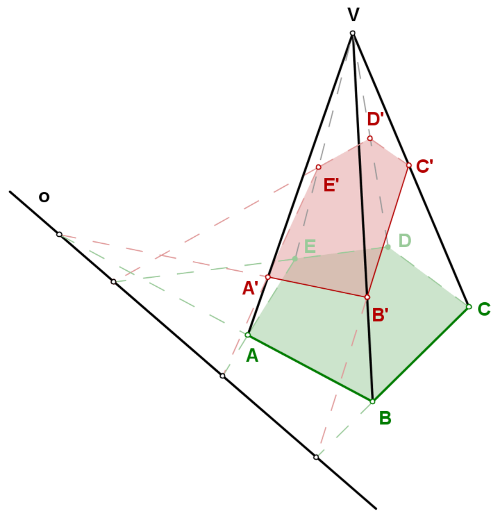
- odpovídající si body leží na přímkách procházejících středem S
- odpovídající si přímky se protínají na ose o v tzv. samodružných bodech
- zachovává se incidence



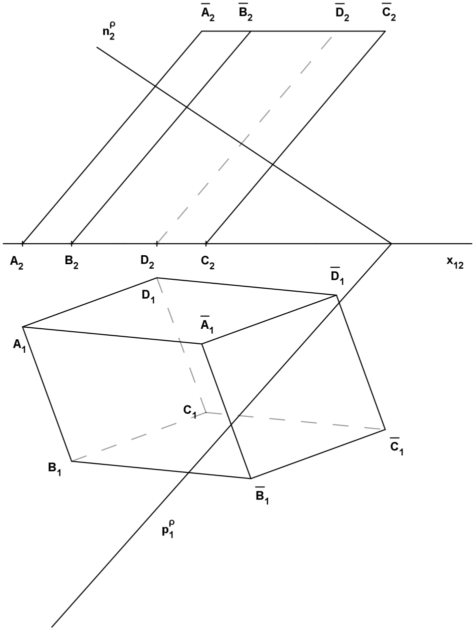
ŘEZY TĚLES - jehlan

postup řešení - řez jehlanu rovinou:

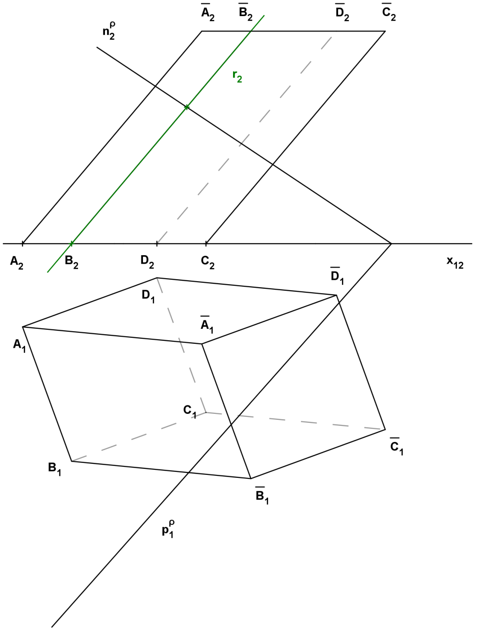
- najdeme jeden **bod řezu** - průsečík jedné z bočních hran jehlanu s rovinou řezu
- určíme **osu kolineace** mezi řezem a dolní podstavou - průsečnice roviny řezu s rovinou dolní podstavy
- další body řezu na hranách určíme kolineací
- určíme **viditelnost řezu**



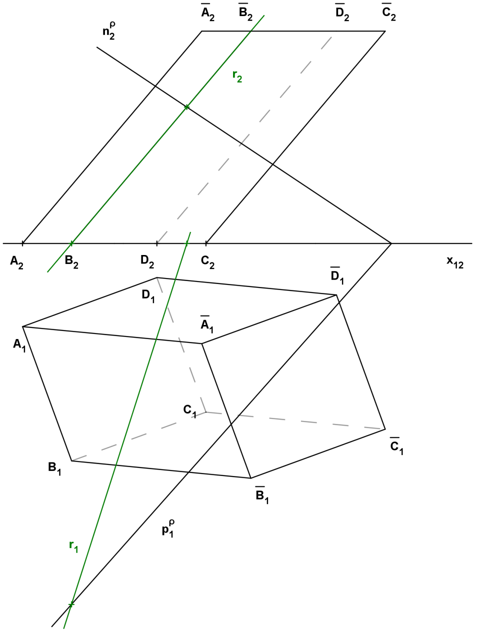
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



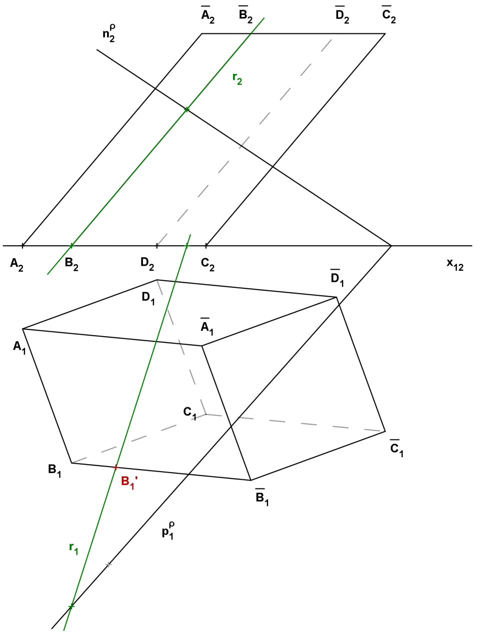
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



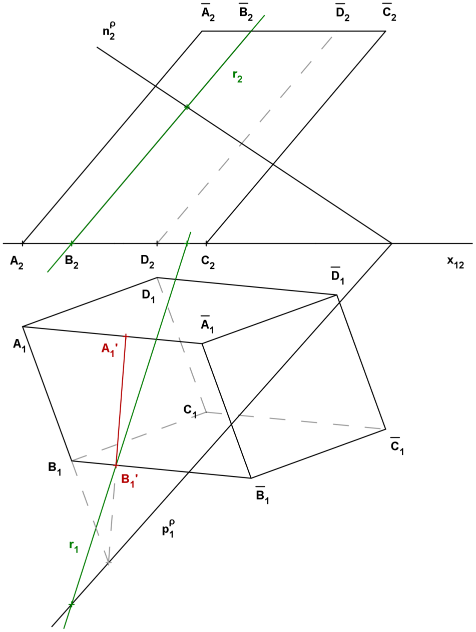
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



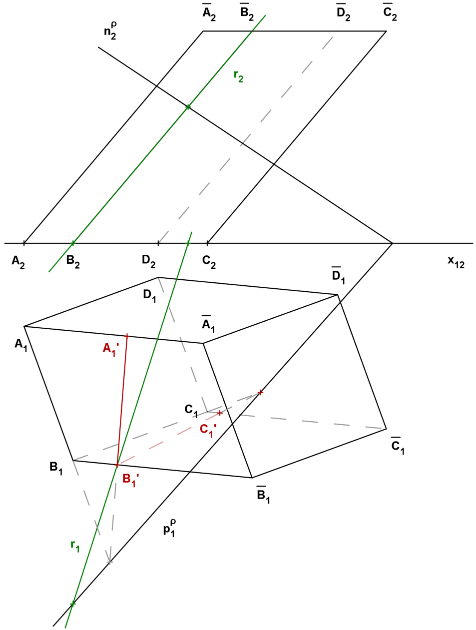
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



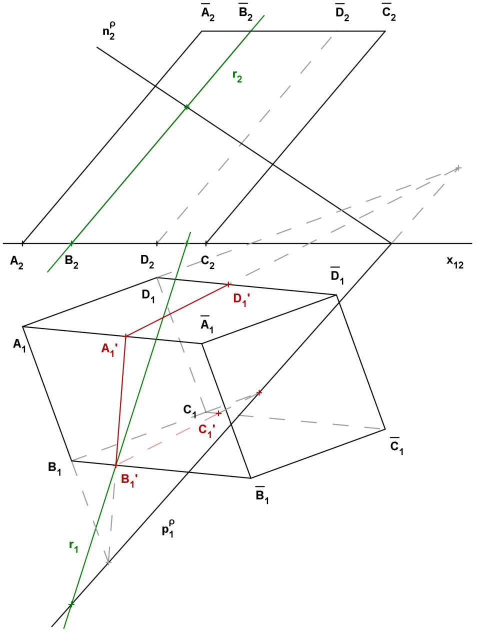
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



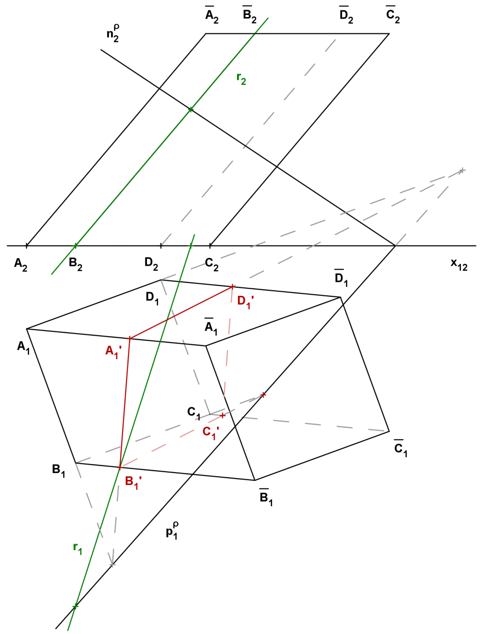
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



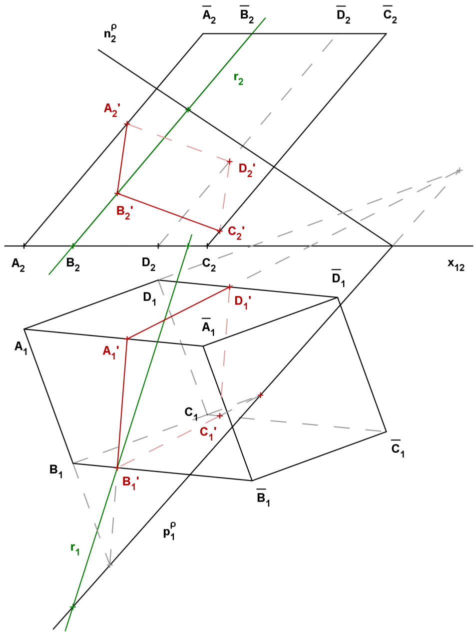
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



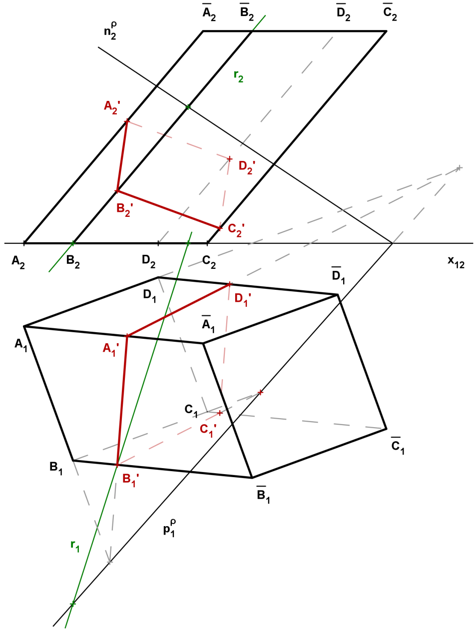
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



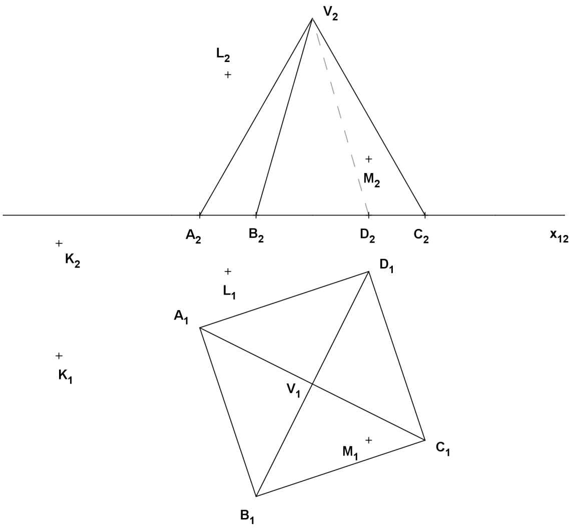
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



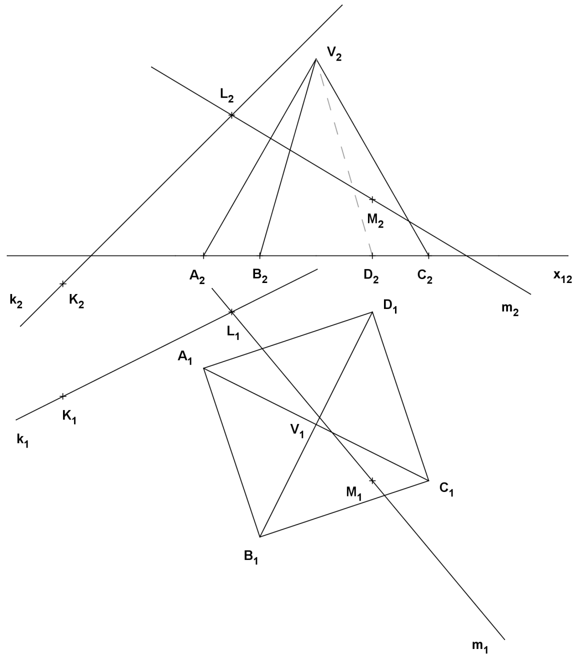
Příklad: Sestrojte řez šikmého čtyřbokého hranolu $ABCD\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovinou ρ, která je daná stopami.



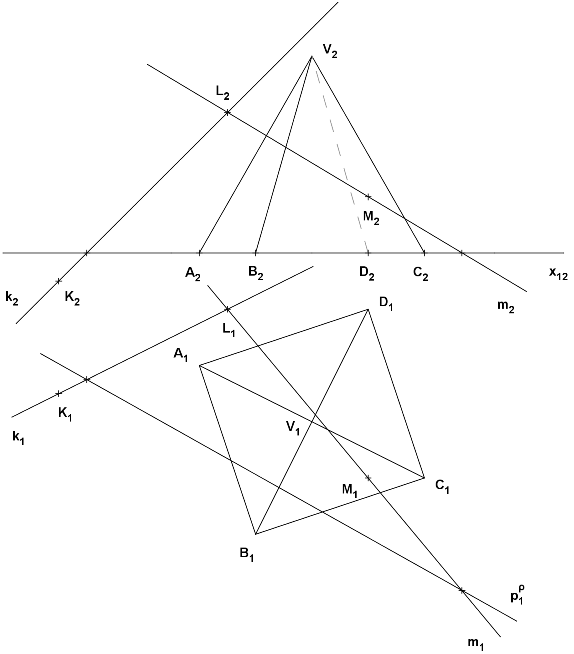
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



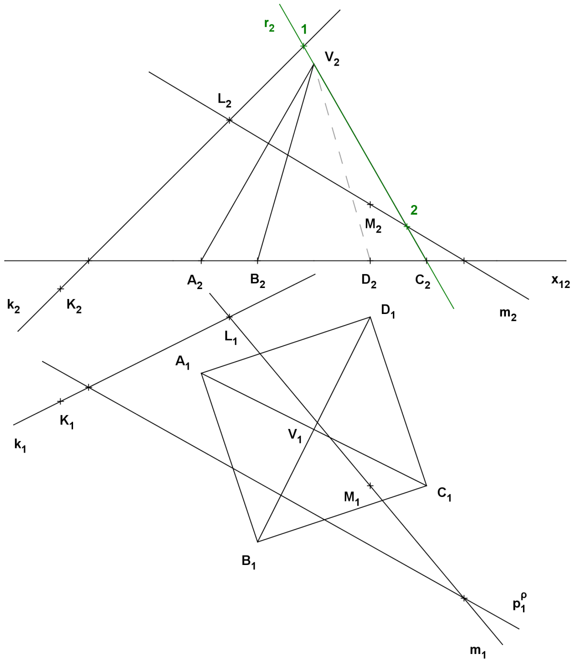
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



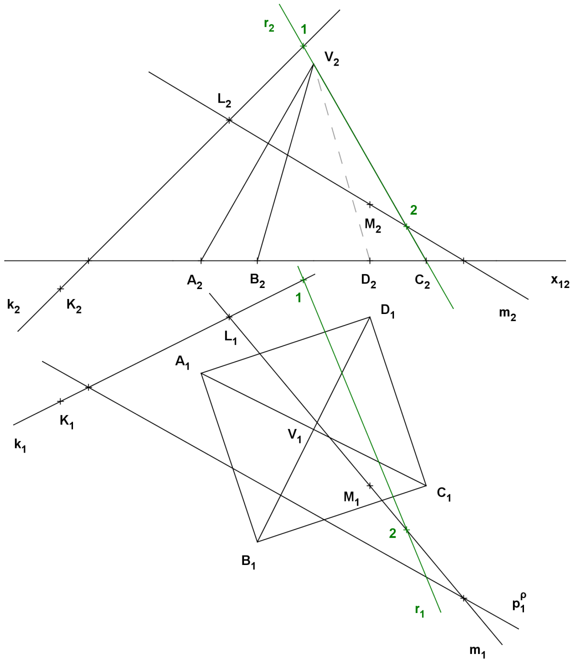
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



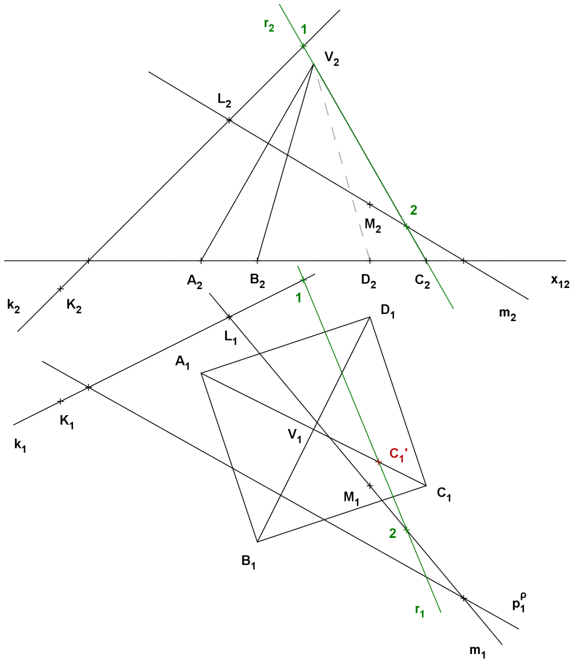
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



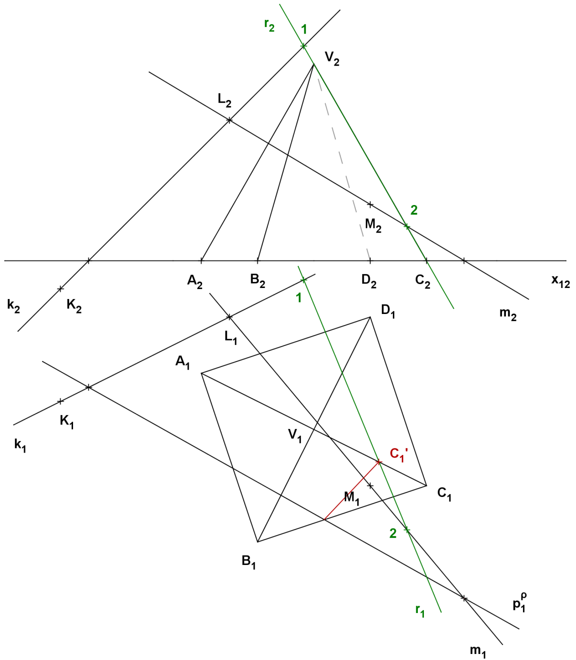
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



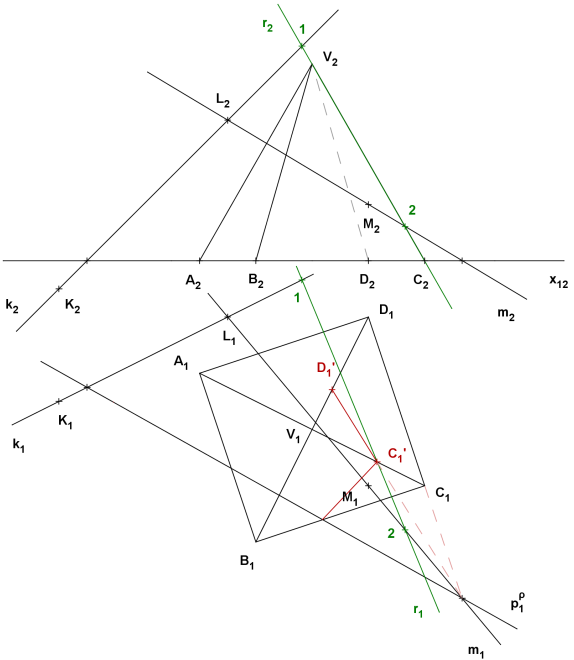
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



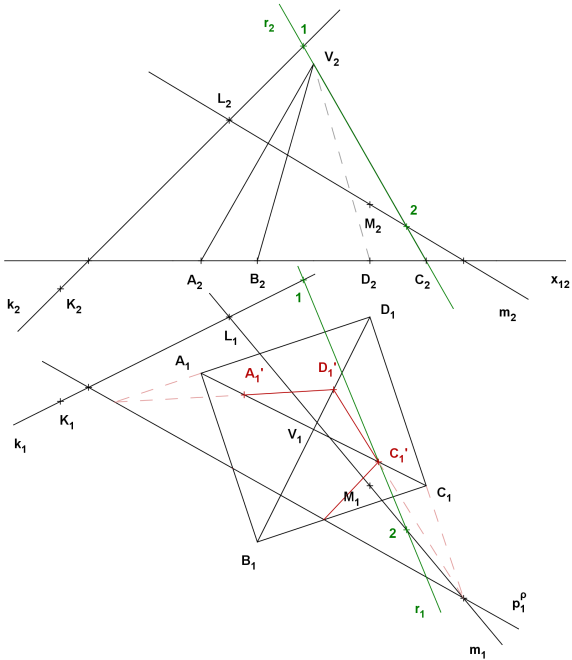
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



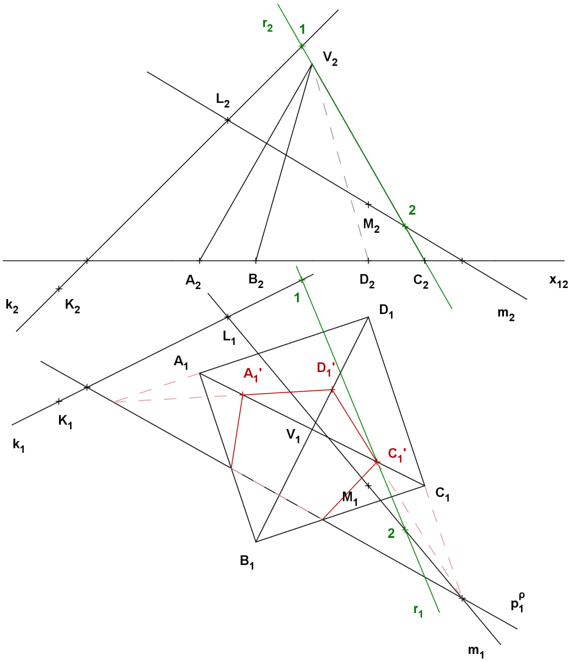
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



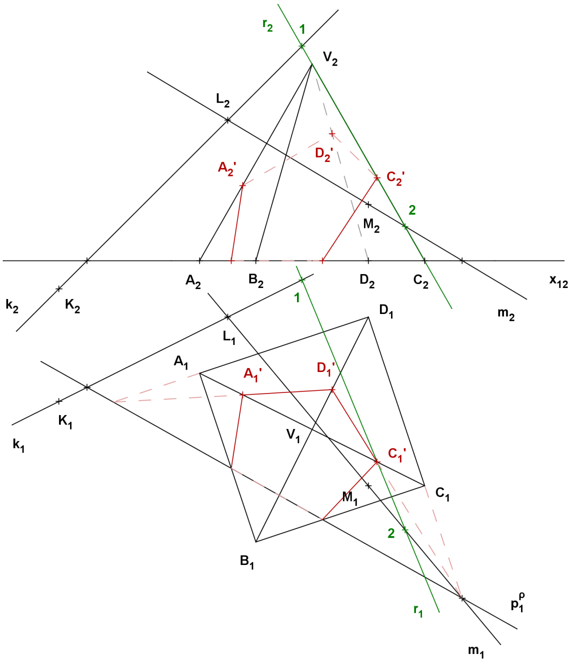
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



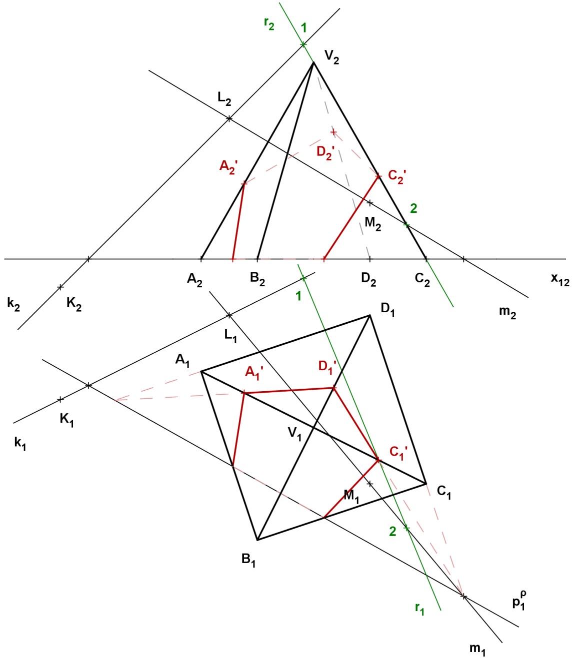
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



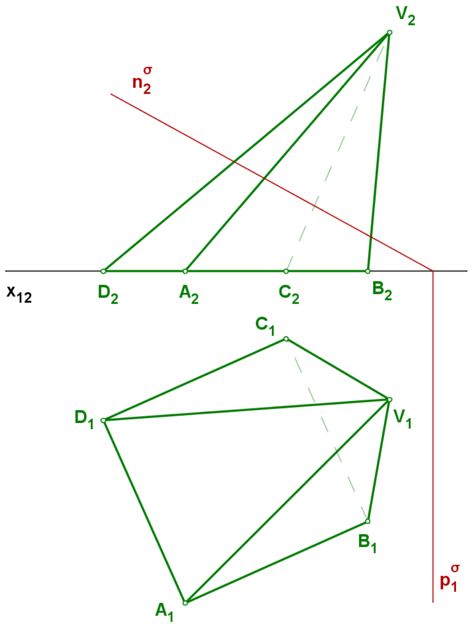
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



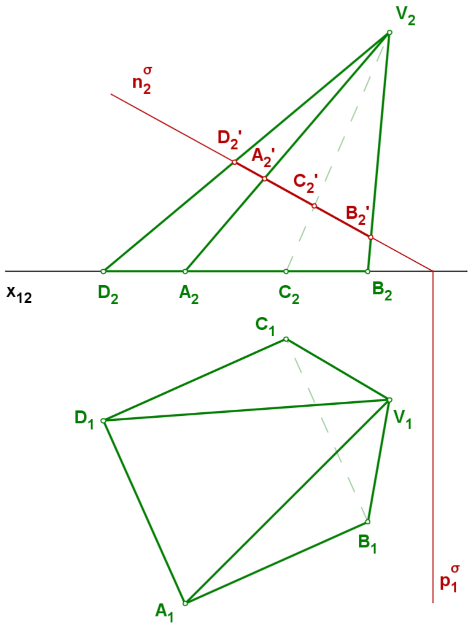
Příklad: Sestrojte řez daného čtyřbokého jehlanu ABCDV rovinou $\rho \equiv (K, L, M)$.



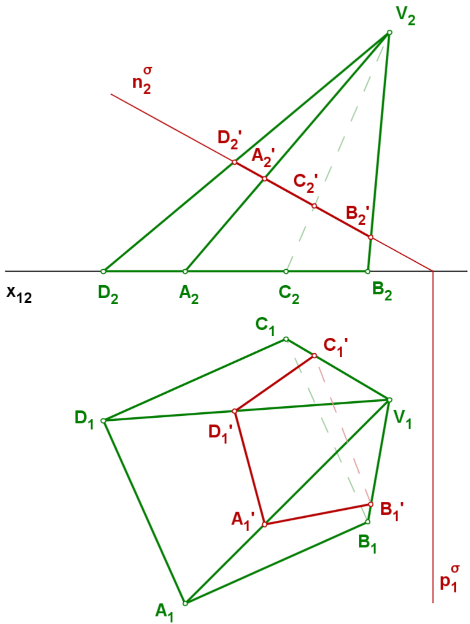
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez rovinou kolmou k jedné z průměten



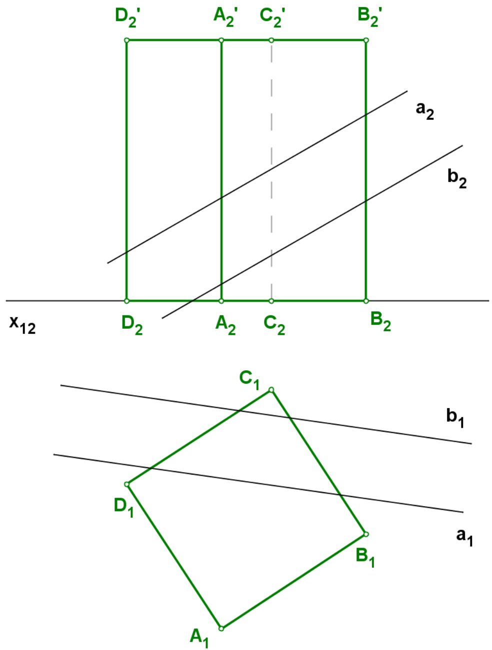
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez rovinou kolmou k jedné z průměten



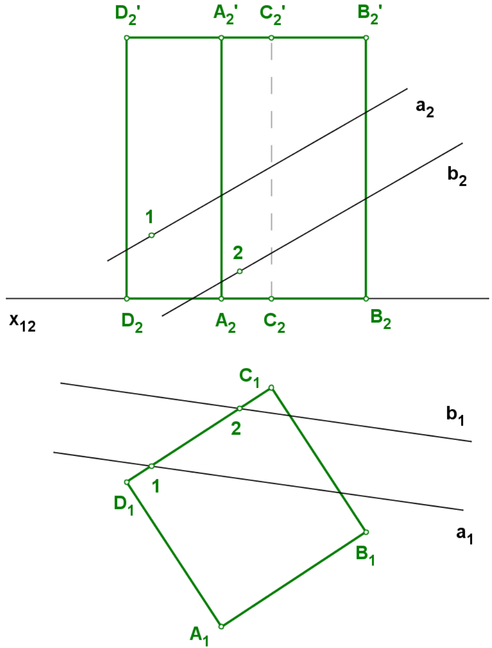
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez rovinou kolmou k jedné z průměten



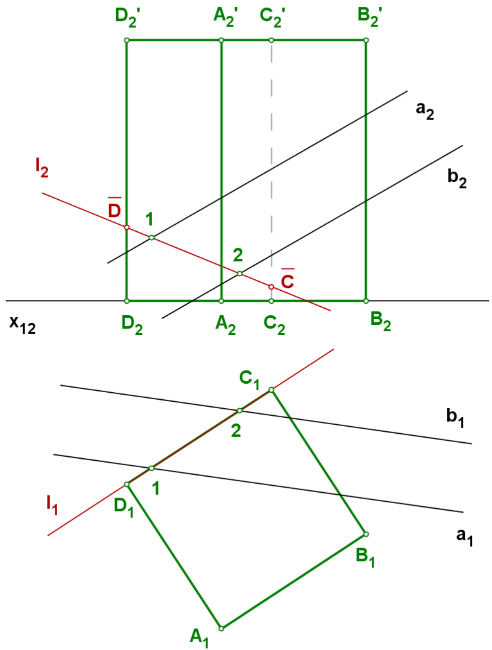
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu



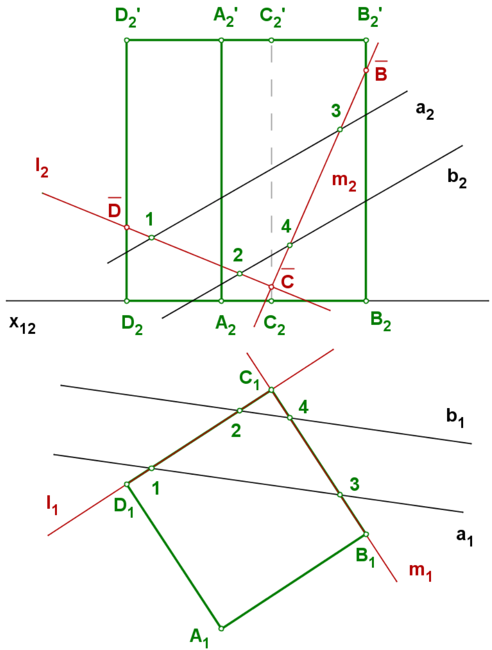
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu



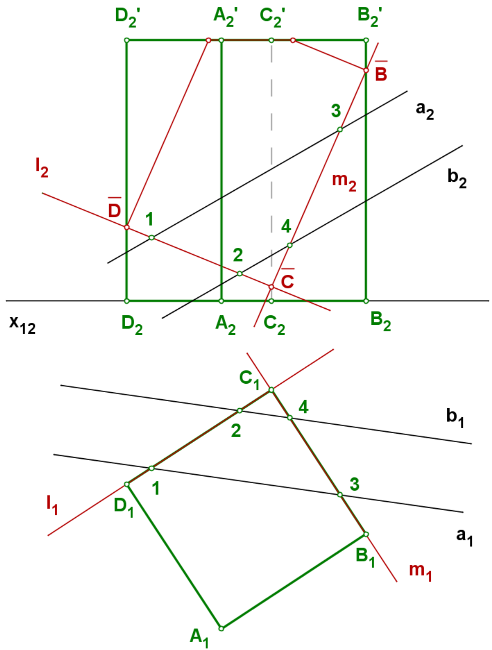
SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu



SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu



SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu



SPECIÁLNÍ PŘÍPADY ŘEZŮ - řez kolmého hranolu